




人大附中校本教材

# 中学数学课题学习指导

数学探究、数学建模与数学文化

Zhongxue Shuxue Keti Xuexi Zhidao

总主编 | 刘彭芝 王珉珠

 中国人民大学出版社





人大附中校本教材

# 中学数学课题学习指导

## 数学探究、数学建模与数学文化

Zhongxue Shuxue Keti Xuexi Zhidao

总主编	刘彭芝	王珉珠
执行总主编	白宝燕	邓跃茂
分册主编	仇金家	

中国人民大学出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

中学数学课题学习指导——数学探究、数学建模与数学文化/刘彭芝,王珉珠总主编

北京:中国人民大学出版社,2010.7

人大附中校本教材

ISBN 978-7-300-12475-9

I. ①中…

II. ①刘…②王…

III. ①数学课-教学研究-中学

IV. ①G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第135393号

人大附中校本教材

中学数学课题学习指导——数学探究、数学建模与数学文化

总主编 刘彭芝 王珉珠

Zhongxue Shuxue Ketu Xuexi Zhidao——Shuxue Tanjiu, Shuxue Jianmo yu Shuxue Wenhua

---

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街31号

邮政编码 100080

电 话 010-62511242(总编室)

010-62511398(质管部)

010-82501766(邮购部)

010-62514148(门市部)

010-62515195(发行公司)

010-62515275(盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.1kao.com.cn>(中国1考网)

经 销 新华书店

印 刷 北京宏伟双华印刷有限公司

规 格 210 mm×285 mm 16开本

版 次 2010年7月第1版

印 张 7.5

印 次 2010年7月第1次印刷

字 数 189 000

定 价 48.00元

---

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换



# 序

2007年9月，北京市普通高中进入新一轮的课程改革实验。开设校本课程，是新课程改革的重要举措之一。新课程催生了新的教育理念，带来了新的教学行为。在新课程中，传统意义上的教师教和学生学，将不断让位于师生互教互学，彼此形成一个真正的“学习共同体”。在新课程改革的背景下，如果眼睛只盯住高考，高考考什么就开什么课是不能提高学生能力的，高考也不会取得好成绩。人大附中近几年高考中取得的优异成绩与加强学生综合素质的培养是分不开的。

开设校本课程不仅是课程改革的需要，更是实施素质教育的重要途径。实施素质教育，必须考虑不同学生的特点和需求；考虑学生到底有多大潜力、有多大能量；明确学生具备哪方面的特长，学校要把他们培养成什么样的人。在人大附中，学生有什么样的爱好，我们就给他搭什么样的平台，让他茁壮成长、发挥潜力。

“是龙就要让他腾，是虎就要让他跃！人大附中要为每一个学生搭建最适合他的舞台！”这是刘彭芝校长常对老师们说的一句话。

为了给每一个学生搭建适合的舞台，人大附重于20世纪80年代率先打破单一的必修课课程结构，开设《现代少年》、《创造发明》等校本课程。1997年，人大附中正式在全校范围内开设选修课；到目前为止，人大附中已开设有涵盖数学与自然科学、语言文学与社会科学、综合实践活动、体育与艺术等多个领域的180多门选修课。学校还将课堂延伸至大学和国家科研机关的实验室，组织学生到北京大学、清华大学、北京师范大学以及兴隆天文台等实验室学习，选派优秀学生到中国科学院遗传所人类基因组中心实验室，参与破译人类基因图谱的实验。

在人大附中的校园里，每学期开学的时候都要举办一次选修课宣传周活动。活动期间，为吸引学生选择自己的课程，各位老师都在校园内“摆摊设点”，积极向学生宣传自己的课程。学生完全可以根据自己的兴趣、爱好选择自己喜欢的课程。

丰富多彩的选修课拓展了学生自身发展的空间，可以使他们充分发挥潜力、发展特长，从而使学生的素质得到全面提高，个性得到健康发展。

人大附中的选修课“自助大餐”，不仅为学生搭建了进一步学习知识、提高综合素质的



平台，人大附中的老师也从中获益匪浅，他们通过校本教研，和学生共同学习、同步成长，提高了自身的专业水平、研究能力和创新能力。

在北京市进入新课程改革之前，我们策划了这套《人大附中校本教材》。值此出版之际，我衷心地希望本套丛书能够为老师开发校本课程、进行校本教研，为学生提高综合素质提供一些实质性的帮助。

王珉珠

2010年6月



# 前言

随着人类的进步、科技的发展和社会信息的日趋数字化，“数学已无处不在”，“数学就等于机会”的时代已经到来。数学应用越来越广泛、越来越受到重视。近几年来，数学已迅速介入几乎所有领域。时代对数学的需求不断提高，时代对数学教育的要求也就随之提高。而我国长期以来，由于种种原因，中学数学教育过于注重结论和解题的方法、技巧，这是存在误区的数学教育，是忽视数学内动力、数学能力、数学文化素养培养的数学教育。

近年来，国家新一轮的基础教育课程改革备受关注。以数学建模、数学探究为主要形式的数学课题学习已正式进入了《高中数学课程标准》。《高中数学课程标准》中关于“数学探究”、“数学建模”和“数学文化”有如下的表述：“数学探究、数学建模、数学文化是贯穿于整个高中数学课程的重要内容，这些内容不单独设置，渗透在每个模块或专题中。高中阶段至少各应安排一次较为完整的数学探究、数学建模活动。”数学课题学习的课程目标可以主要归纳为以下几点：

- (1) 让学生感受和体验知识产生、发展和形成的过程；
- (2) 让学生了解社会，了解实际，了解学科之间的联系；
- (3) 让学生尝试主动探究的学习，尝试在实践和工作中学习，合作学习，借助于工具学习和探索，改变学生的学习方式；
- (4) 培养学生收集、整理、分析、处理信息和资料的能力；
- (5) 培养学生提出、分析、解决问题的能力；
- (6) 培养学生创新意识和实践能力；
- (7) 激发兴趣、提升观念、养成态度、培养习惯。

数学课题学习对学生在数学方面以及全面发展方面所起到的重要作用在教育界基本达成共识，受到了普遍的高度重视。同时数学课题学习在我国进入中学的时间还很短，大多数学校都是刚刚接触，这方面的经验很少，如何去选择合适的材料，以什么形式运用这些材料，在课题学习过程中会出现什么情况，学生的反应怎样等等这些都是摆在老师们面前很现实的问题。这些问题在一定程度上也影响着课题学习在中学的发展。解决这些问题的一个很好的办法就是多交流经验和感受，资源共享，互相学习，不断总结。1997年我在人大附中开始了数学建模的教学与探索，进行了大量的学习、交流、实验，参与了普通高中课程标准实验教材（北师大版）、普通高中课程标准实验教材（北师大版）教学参考书、普通高中课程标



准实验教材（北师大版）配套教辅这三本书的编写工作及配套培训光盘的录制工作，作为主讲教师，还参与了新教材的国家级、省级培训。在这些年的学习、实践中，我有很多体会和感受，积攒了一些课题学习方面的素材，现整理出来与广大专家、学者、教师和学生交流，希望能对大家有所帮助，希望能为大家提供更广泛的课题学习背景、可选择的问题资源、可操作的教学案例、可借鉴的实践经验，同时也希望大家能提出批评和指导意见。

本书设置有三部分内容：第一部分理论与实践，主要介绍高中数学课题学习的含义，国内外实施课题学习的情况，高中数学课程标准对数学课题学习的要求，数学课题学习的实施过程及人大附中的探索与实践等；第二部分教学案例，具体介绍 12 个可操作的课题学习的教学设计和实施案例；第三部分学生论文，选登作品都是人大附中学生的原汁原味作品，也都是在北京市高中数学知识应用竞赛上的获奖论文。

本书可以作为专家学者研究中学数学课题学习的一个参考材料，可以作为中学数学教师的一个备课资料，可以作为中学相关选修课的教材，还可以作为中学生的阅读材料等。

由于编写时间仓促，水平有限，本书难免有不当或错误之处，还望各位专家、同仁批评指正。

仇金家

2010 年 6 月



# 目

# 录

# Contents

## 第一部分 理论与实践

## 第二部分 教学案例

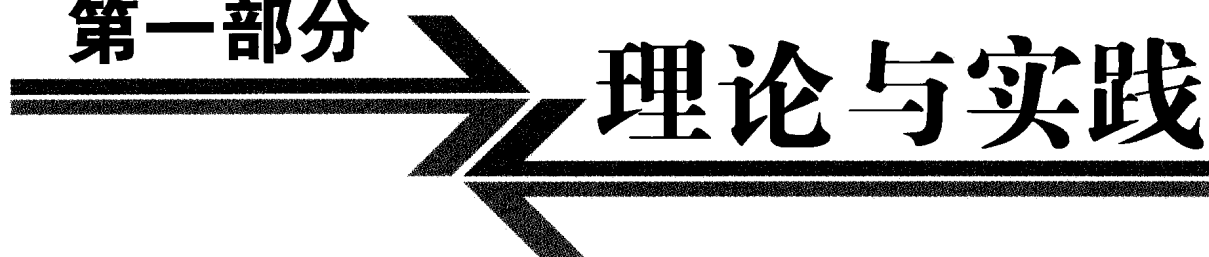
教学案例一	烧开水问题 .....	19
教学案例二	同种商品不同型号的价格规律 .....	25
教学案例三	距离问题 .....	29
教学案例四	两个平面平行的性质探究 .....	34
教学案例五	打包问题 .....	38
教学案例六	饮料瓶装箱问题 .....	41
教学案例七	易拉罐的设计 .....	44
教学案例八	周期现象 .....	49
教学案例九	存款、贷款问题 .....	55
教学案例十	“东方魔液” .....	62
教学案例十一	斐波那契数列 .....	69
教学案例十二	雪花曲线与分形几何 .....	75

## 第三部分 学生论文

论文一	关于乐谱谱架最优方案的分析 .....	81
论文二	城市家庭用水的优化设计与管理 .....	90
论文三	关于学生饮水问题的优化方案 .....	96
论文四	教室灯光强度的最优化设计 .....	103



**第一部分**



**理论与实践**





## 一、什么是数学课题学习

随着人类的进步和科技的发展，数学已经渗透到社会生活的方方面面。国防、航空航天、工程技术、城市规划、建筑设计、天气预报，乃至人们的日常生活和工作，都离不开数学。“数学已无处不在”，“数学科学的成就已成为当今高科技时代赖以进一步发展的重要基础，而数学科学本身的发展是整个科技事业兴旺发达的强有力的支柱”，“数学已从幕后走向幕前，在很多地方直接为社会创造价值”。联合国教科文组织确定2000年为世界数学年，正反映了国际上的这种共识。一方面，数学在社会生活中的应用越来越普遍，数学对各行各业的影响越来越大；另一方面，我国的中学数学教育却几十年甚至上百年保持不变。传统的数学教育虽然具有注重基础知识和技能训练等优良传统，但也存在着一些问题：传统的数学教学以教材为中心，而教材又仅仅着眼于各年级的教学内容，跨年级的内容涉及不多；传统的数学教学仅仅着眼于学校范围内的教学内容，教学课题脱离生活；传统的数学教学仅仅着眼于教师对知识的讲授，学生的自主探究体现得很少。学生学习数学的目的，似乎仅仅是为了解一些人为编造的数学题。为了应付中考和高考，教师和学生还不得不陷入“题海”。学生毕业后往往发现，在中学学习的数学知识几乎派不上用场。这是中国中学生的悲哀，也未尝不是中国教育的悲哀。作为中学阶段最为重要的学科之一，中学数学教育亟待改革，数学课题学习呼之欲出。

在大力推进素质教育的今天，培养创新型人才是我们每一位教师不可推卸的责任。而创新型人才的核心是创造性思维。目前，随着知识经济时代的到来，如何培养和开发中学生创造性思维，如何培养出更多、更好的具有创造力的人才，已经被世界上越来越多的国家所关注。然而，目前在我国，这方面的努力还远远不够，中国教育科学院副院长刘吉曾明确指出：“当前中国教育的严重问题之一，就是缺少对青少年创造力的开发。”所以我们要转变高中数学教师传统的教育观念和教学模式，从而实现学生学习方式的转变。教师在数学课堂教学中应该加强对学生的创造性思维训练。而数学课题学习与创造性思维的关系十分密切，在数学课题学习过程中，实际上就是创造性思维中多种思维连续综合，最终达到目的的过程。在中学阶段，数学课题学习对学生创造性思维的培养和训练起到了重要的、积极的作用。

目前，在我国，对中小学研究性学习的研究较为普遍。一般认为，研究性学习是指学生在教师指导下，从自然、社会和生活中选择和确定研究专题，以类似科学研究的方式主动地获取知识、应用知识、解决问题的学习活动。教育部颁发的全日制普通高中课程计划（试验修订稿）中列入的“研究性学习”，其内涵也是如此。

课题学习是将研究性学习的思想和方法体现在学科教学中，通过教师对教材内容的处理，把教学内容转化成课题，以课题为核心，综合多学科教学内容，依靠学生的自主探索来完成“课题”的学习。数学课题学习，又称数学研究性学习，就是将研究性学习的思想和方法体现在数学学科教学中，使教学过程变成一种“科研”或“微科研”的过程，让学生在获得知识的同时，参与体验研究性学习过程，从而提高学生独立提出研究课题和解决问题的能力。

实施以培养创新精神和实践能力为重点的素质教育，关键是改变教师的教学方式和学生的学习方式。设置课题学习的目的在于改变学生以单纯地接受教师传授知识为主的学习方式，为学生构建开放的学习氛围，创设一个学知识、用知识的环境，提供自主学习，自主探索，自主提出问题，自主解决问题的机会，尽量为不同水平的学生提供展现他们创造力的舞台。同时提供多渠道获取知识，并将学到的知识加以综合应用于实践的机会，使学生在问题解决的过程中得到学、用知识的实际体验，提高学生应用所学的知识解决实际问题的能力，促进他们形成积极的学习态度和良好的学习策略，培养创新精神和实践能力。



## 二、数学课题学习的形式

作为数学课题学习的载体，课题学习的形式是丰富多彩的，并且可以根据教学内容和培养目标的不同，灵活地在数学教学中运用。以下是常见的几种数学课题学习形式。

### 1. 数学建模

数学建模 (mathematical modeling) 是寻求建立数学模型的方法的过程。数学建模可以看成是问题解决的一部分，它的作用对象更侧重于非数学领域，但需用数学工具来解决的问题。如来自日常生活、经济、工程、理、化、生、医等学科中的应用数学问题。这类问题往往还是“原坯”形的问题，怎样将它抽象、转化成一个相应的数学问题这本身就是一个问题。作为问题解决的一种模式，它更突出地表现了对原始问题的分析、假设、抽象的数学加工过程；数学工具、方法、模型的选择和分析过程；模型的求解、验证、再分析、修改假设、再求解的迭代过程。数学建模对训练学生的数学科学研究方法，培养学生的数学应用意识、数学思维和数学品质具有重要的作用。

### 2. 数学探究学习

数学探究学习主要是指学生在学习数学课本知识的过程中，围绕某个数学问题，自主探究、学习的过程。这个过程常常包括：观察分析数学事实，提出有意义的数学问题，猜测、探求适当的数学结论或规律，并给出解释或证明。为了与数学建模区别，这里的数学探究学习主要是面向课内的学习内容。

### 3. 数学文化

数学是人类文化的重要组成部分，是人类社会进步的产物，也是推动社会发展的动力。通过在高中阶段数学文化的学习，学生将初步了解数学科学与人类社会发展之间的相互作用，体会科学的科学价值、应用价值、人文价值，开阔视野，寻求数学进步的历史轨迹，激发学生对于数学创新原动力的认识。通过对数学文化的学习，让学生受到优秀文化的熏陶，领会数学的美学价值，从而提高自身的文化素养和创新意识。

数学作为一门基础学科，它的教育不仅仅只是知识的灌输，而且还应是一种文化的传播。我们应该将数学文化真正渗入到教材中，让其走进课堂、融入教学，数学课才会丰富精彩，学生才能感受到数学的魅力，进而对数学产生浓厚兴趣，更积极主动地学好数学。同时也对学生意志品质、价值观等有较好的培养。

在中学阶段，数学文化的渗透更多的是在常规的数学课堂中。例如，数学要求概念、公式表达简洁、准确；要求推理、证明逻辑清晰、严谨，这些都能够培养学生的务实求真、严谨创新、探索求美等精神。在学到欧拉公式、秦九韶算法、祖暅原理等内容时，适当了解相关的数学史，可以让学生了解到数学知识产生、发展的全过程，同时还起到一定德育功能。在学到圆锥曲线时，可以通过丰富的图片展示圆锥曲线的光学性质、在绘画和建筑等方面的应用，让学生体会到数学的美是一种科学美，它是数学家们将自己的劳动成果按他们的美学观以自己最满意的形式总结出来并呈献给人类的美，具有特殊的美学价值。这样不仅达到了利用数学美来熏陶学生的情操和素养的目的，更重要的是引导学生利用数学美的特征和规律来学习数学，真正达到“以美启真”的教育目的。揭示数学文化中所蕴含的哲学、美学、语言学等文化基因，使学生在学习中得到美的享受，受到良好的文化熏陶，从而提高自身的文化素养和文化品位，使得情感与态度得到充分的发展，也是中学数学教育的一个重要方面。

## 三、数学课题学习的特点

### 1. 数学课题学习是学生探究问题的过程

探究是人类认识世界的一种基本方式。科学的发现、发明和创造无不是科学探究活动的结



品。人类正是在对未知领域的不断探索中获得发展的。中小学生对外部世界充满着新奇感和探究欲，数学课题学习就是把科学的探究活动引入数学教学活动，使学生经历类似科学家的探究过程。这种探究性表现在学生不知道研究课题是否存在确定的结论，结论的获得不是由老师传授或从书本上能够直接得到，而是学生通过搜集资料，整理资料，分析问题，解决问题，最后自己得出结论。

### 2. 数学课题学习主要由学生自己完成，学生具有高度的主体性

数学课题学习是在学生发展潜能无限的理念下提出的，相信学生具有巨大的发展潜能，相信学生有能力自己解决自己的问题，高度尊重学生的人格和创造力。因此，数学课题学习以学生的自主性学习为基础，学生掌握学习的自主权，在学习活动中有很大的自由度。在学习内容上，学生从学习和社会生活中自主选择和确定他们自己感兴趣的问题进行研究。这些问题可以是教师提供的，也可以是学生自己选择和确定的；可以是学科知识的拓展延伸，也可以是对自然和社会现象的探究；可以是已经证明的结论，也可以是未知的知识领域。在课题学习的过程中，学生自己制订计划（包括活动的时间、地点、方式等），进行自我监控、自我评价，可以充分培养学生的自主意识和自我教育能力。这种学习过程，是学习主体对学习客体的主动探索 and 不断创新，从而不断发现客体的特征，不断改进已有的认识和经验，建构自己的认知结构。

总之，在数学课题学习过程中，无论是在学习的方式、进度，还是在实施地点、最终成果的呈现等方面，学生都拥有高度的自主性和积极性。教师不再作为知识的权威，将预先组织的知识体系传授给学生，而是与学生共同参与到探究知识的过程中去；学生不再作为知识的接受者，聆听教师一再重复的事实和结论，而是自己提出和整理问题，并自己解决问题得出结论。

### 3. 数学课题学习具有实践性

数学学习与实践的脱离始终是数学教育中的一个大问题，同时数学的应用性得不到充分体现，因此强调数学的应用性是各国数学课程改革的一个共同趋势。数学课题学习强调与社会、科学和生活实际的联系，特别是用数学知识发现社会和生活的问题，并在力所能及的范围内解决，同时推动学生去关心现实，了解社会，体验人生，并积累一定的感性知识和实践经验。可以这样说，课题学习中所探究的问题源于社会生活实践，整个探索过程充满了思考、调研、试探、操作、实验，而探索的结果又运用于实践。因此，数学课题学习具有明显的实践性特点，使学生更好地理解数学在实际中的应用。

### 4. 数学课题学习具有开放性

与一般的数学教学活动相比，数学课题学习具有明显的开放性。第一，学生课题的选择是开放的，可以在教师的指导下，自己选择各个感兴趣的课题；第二，学习的形式是开放的，可以是数学建模、数学实验、动手制作等；第三，学习空间是开放的，要求学生从课堂走到课外，从校园走向社会；第四，学习的途径是开放的，可以用计算机检索、利用图书馆，可以走访社会有关部门、单位，可以采访各方面的专家、学者等；第五，学习结论是开放的，鼓励学生就研究的问题提出自己独特的见解。

数学课题学习允许不同的学生按自己的理解以及自己熟悉的方式去解决问题，允许不同的学生按各自的能力和所掌握的资料，用自己的思维方式去得出不同的结论，它并不追求结论的唯一性和标准化，这种开放性的特点有利于培养学生的创造性思维。

### 5. 数学课题学习注重学生在学习过程中的体验

与常规数学教学只重视学生的学习成绩不同，课题学习注重学生学习的过程。学生的学习成果不一定是具体而有形的制作成品，可能是提出一种见解、产生一个方案、设计一种产品、策划一次活动，也许最后的研究结果相当稚嫩、不足称道。但是，学生通过诸如设计课题、查找资料、动手实验、社会调查、撰写研究报告等亲身实践，学生们掌握了科学研究的一般流程和方法，学会了与他人交往和合作，初步掌握了调查、观察、实验等科学研究的方法和技能。





在课题学习的过程中，学习者是否掌握某项具体的知识或技能并不是头等重要的事，关键是能否对学的知识有所选择、判断、解释和运用，从而有所发现、有所创造。

课题学习十分注重学生在学习过程中的感受和体验。一个人的创造性思维离不开一定的知识基础，而这个基础应该是间接经验与直接经验的结合。间接经验只有通过直接经验才能更好地被学习者所掌握，并内化为个人经验体系的一部分。在研究性学习中，学习者通过亲身实践获得感悟和体验，获得丰富的非结构性的知识，在思维方式上大量地依靠直觉与感悟，这些都是创造性思维的重要组成部分。

以上几点是数学课题学习与一般课题学习所共有的性质。数学学科自身的高度抽象性、广泛应用性等特点又决定了数学课题学习具有独特的性质，具体体现在以下几个方面。

#### 1. 数学学科内容的高度抽象性，决定了数学课题学习结果应用的广泛性

随着人类对数学对象认识过程的不断深入，数学的抽象程度也在不断提高，抽象越来越成为数学的重要特点。由于数学的高度抽象性质，使得许多人认为数学理论与现实世界没有多大关系。但是，近些年来在自然科学与社会科学中的许多领域内呈现出日益增长的数学化趋势，并且数学的抽象程度越高，其应用范围就越广。正如怀特海所说：“没有什么比这一事实更令人难忘，数学脱离现实而进入抽象思维限度的最高层次，当它返回现实，在对具体事物分析时，其重要性也相应增强了”。最抽象的东西是解决现实问题的最有力武器，这一结论已完全为人们接受了。

越是具有较高抽象化的概念，其适用和包含的对象就越多、范围就越广。例如数学模型的提炼，同一数学模型往往可以作为现实中许多对不同现象的数学刻画。在作为数学课题学习的一个重要组成部分的数学建模中，对一个数学模型的解，可以用于不同的社会生活领域。由此可以使学生更全面地认识数学，更真实地感受到数学与现实生活的紧密联系，体会到数学在社会生活中的广泛应用性和重要性。

#### 2. 数学课题学习更加强调学生思维的参与性

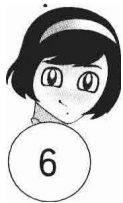
数学研究的对象与物理、化学等学科不同，它更多的是研究思维，是数与形。数学的抽象性和严谨性特点，使得数学课题学习不仅仅满足于找到一些规律，在经历了猜想、实验得出某些结论后，必要时还需对结论的合理性加以推理和证明。在数学课题学习的过程中，较之物理和化学等学科，学生的思考量更大，更强调思维参与，需要更深入地发现真实问题与数学知识之间的联系，建立模型，解决问题。

#### 3. 数学课题学习具有方法的多样性

数学课题学习中，对于同一个问题，既可以用初中知识解决，也可以用高中知识解决；既可以从几何的角度解决，也可以从代数的角度解决，甚至用三角函数、概率统计的知识来分析解决；既可以用推理的方法解决，也可以用实验的方法解决……数学课题学习过程的开放性，使学生能够根据自己的知识结构，灵活地运用知识，更好地把握所学知识之间的联系，融会贯通地掌握知识。数学学科内容的丰富性决定了问题解决方法的多样化，给学生提供了广阔的思维空间，使学生真正感受到数学课题学习的魅力。

#### 4. 计算机的发展使数学课题学习具有更加广泛的内容

计算机强大的信息处理能力和图像处理功能，使它在数学教学中得到广泛的应用。可以说，没有哪一门学科能像数学这样，由于计算机的介入使其教学发生了飞跃性的变化。在数学教学中，计算机可以帮助学生从一些繁琐、枯燥和重复性的习题中解脱出来，使他们有更多的机会动手、动脑、思考和探索，这无疑将极大地改变数学教育的现状。但是计算机在数学教育中的优势并不是天然就有的，如果仅仅将其用于代替黑板的演示性教学，或类似“课本搬家”和“题库”式的数学教育软件的开发和应用，则不能真正发挥计算机的功能。如果计算机不能促进学生思考，它在数学教育中的意义就不如想象中的那样大。



在数学课题学习中，一方面，利用计算机进行问题探究、发现规律，深入理解概念等，可以最大化地发挥计算机的优势；另一方面，计算机使数学课题学习有了更加广泛的内容，它改变了数学纯演绎的性质，许多以前无法直观看到的数学问题可以通过计算机来模拟，许多以前无法解决的问题可以通过计算机进行实验，然后猜想结论并证明结论。

## 四、数学课题学习的价值

### （一）数学课题学习与学生发展

数学课题学习使学生有更多的实践与探索的机会，通过对有挑战性和综合性的课题的解决，经历数学化的过程，体验数学知识的内在联系，使学生的思维能力、自主探索与合作交流的能力和意识从中得到发展；问题解决后的成功体验也将增强学生学习数学的信心。数学课题学习的结果以科研报告的形式得出，使学生在中小学就能感受到以前只能在大学才能接触到的“科研”的概念，对学生科研意识的培养起到启迪作用。此外，数学课题学习使学生的学习由过去的被动接受转为主动参与，由以前做书本中的习题变为做自己设计的问题，有利于学生的学习积极性的发挥，让学生的独立思考和解决问题能力得到锻炼，在创新意识的培养过程中提高学生的数学能力。

#### 1. 数学课题学习有利于培养学生学习数学的兴趣和自信

兴趣是学习的源泉。然而资料显示，我国有相当一部分学生缺少对数学学习的兴趣。很多人害怕数学，学习中难以形成愉快的体验。即使是数学学习成绩好的学生被问及时，也表达了因为考试而“不得不学”的想法。通过数学学习应促使学生获得更多的成就感和自信，这是各国数学学习目标中极为关注的方面，但这一点在我国数学学习中却表现得严重不足。一个值得深思的现象是，伴随着知识的获取和能力的发展，学生数学学习的情感态度与自信的发展反而与此形成一定反差。

造成学生数学学习兴趣与自信缺失的原因是什么？数学教育者普遍认为与传统教学观念及教学方式有关。受传统的数学教学观念的影响，教师过分注重结论以及解题的方法与技巧，注重数学的严谨性、逻辑性，导致学生看不到数学被发现、创造的过程，从而对数学学习产生错觉和误解，认为数学只是一些枯燥的公式和定理的堆砌。数学教学以教师讲授为主，学生只是简单地记忆和被动地模仿，不易达到对知识真正的理解，主体性得不到体现。这样的教学使得学生对数学敬而远之，对数学学习缺乏应有的兴趣和自信心。

数学课题学习以“问题解决”为中心的学习方法，能激发学生的求知欲和对数学的兴趣，学生不仅掌握了学过的知识，而且还主动去查找有关的书籍，学习以前课本中从未学到的知识或者其他学科的知识，通过做调查、研究、实验，经历成功的磨难，增强学习中克服困难的勇气。

数学课题学习从问题出发，不追求数学学习内容的系统性和完整性，而讲究处理问题的过程，并总结出规律，学生随着它进入数学的世界，感到新奇与兴奋，会以最高的热情投入到数学知识的发现和学习中，在数学实验中感叹数学的奇妙并加深对数学的深刻理解，在数学建模中感受数学应用的广泛性，体验到学习数学带来的自信和成就感。

#### 2. 数学课题学习有利于培养学生的潜创造力

海纳特将创造力分为前创造力、潜创造力和真创造力。所谓潜创造力，是指对个人来说是独特的、新颖的发现或想法，但对整个人类社会而言则属已经被发现或发明过的成果，不涉及社会价值的创造力。中学生的创造力大多数属于这种潜创造力。

人本主义心理学家罗杰斯认为，要使个人的创造力得以充分的发挥和发展，首先必须使他达到心理安全和心理自由。一个人只有心理自由才能使他成为真正的他自己，才可以完全自由





地思想和自由地感觉，才能使他向着凡是能构成他的创造力的一部分的知觉、概念和意义广泛地敞开。“课题学习”是以学生的“自主探索和自由创造”为宗旨，教师的权威不再像传统教学那样建立在学生的被动与无知之上，而是建立在教师帮助学生的积极参与以促进其充分发展之上。因此，数学课题学习有利于激发学生的潜创造力。

学生创造性精神的培养需要在问题情境中进行。课题学习有利于培养学生敏锐地发现问题与解决问题的能力。课题学习的核心概念是“问题”，即学生在发现问题以后，带着问题去寻求解决问题的策略。这种以问题为中心的探究活动，符合学生认识心理发展的基本规律。事实上，人类的生活、学习、工作活动就是一个不断发现问题与解决问题的过程，因此，培养学生发现与解决问题的能力应该是教育的一个重要任务。但在传统教育中，教学内容总是以陈述的方式传授给学生，学生普遍缺乏问题意识。课题学习通过设计课题，即问题的提出与解决，使学生发现问题、解决问题的能力得到极大的提高。

### 3. 数学课题学习有助于学习策略和方法的形成

数字时代的知识时刻在更新，学校和教师显然不可能为学生准备足够的生存与发展所需要的知识，因此必须使学生具备不断获取新知的能力，即学习的能力。联合国教科文组织早在1989年年终报告中就指出“不会学习即不会生存，这是21世纪的主要特征”，并认为“未来的文盲不是不会阅读的人，而是没有学会学习的人”。

因此，教学不仅要让学生“学会”，而且要“会学”，即学会学习，为终身教育和可持续发展做准备。就数学学习而言，它更侧重于要求学生具备正确的数学观念和应用数学的意识，具备在未来的工作和生活中科学地提出问题、探索问题、创造性地解决问题的能力，并具有坚韧、顽强的良好个性品质。在数学教学中要注重培养学生对学习方法的学习，这恰恰是当前中学数学教学中比较薄弱的环节。

要使学生学会学习，就必须使他们具有自主性学习的实践。数学课题学习是在教师的指导下学生进行自主学习的活动。通过数学课题学习，学生可以学会搜集资料、利用信息，学会制订方案、实施计划，学会自我调整和自我评价等。学生在数学课题学习的过程中，可以体验到不同的学习内容应选用不同的学习方法，学会获取不同形态的知识的方法，并形成自己的学习策略。

### 4. 数学课题学习可以促进学生的全面发展

促进学生的全面发展是课程标准的基本目的，也是课堂教学的根本目标。数学课题学习可以促进学生的发展，包括知识、能力和情意领域的发展。从某种意义上讲，情意领域所涉及的范围包括认知领域以外的各个方面。例如，包括兴趣、热情、激情；包括习惯、品质、毅力及意志；还包括态度、自信心、责任感、观念和价值取向等等。

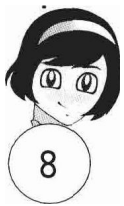
由前面的几点讨论可以看出，在数学课题学习中，可以培养学生综合运用知识分析问题和解决问题的能力；培养学生的科学态度和科学意识；培养学生的创造性思维和创造能力；还有助于学生学习策略、学习方法的综合化。此外，由于数学课题学习使学生对数学充满了兴趣，乐于接受这种探究和实践性的学习，由此会形成对科学、对社会、对自己的积极情感，所以数学课题学习还可以培养学生的责任心、使命感，在合作交流的过程中，还可以培养学生的团队意识等人文精神。因此，数学课题学习对促进学生的全面发展有着重大的意义。

## (二) 数学课题学习与教师发展

因为学生的学习活动和教师的教学活动之间存在着某种程度的对称性，所以数学课题学习不仅对学生的发展有着重大的意义，同时也有利于提高教师自身的素质，促进教师知识的更新、科研和创造能力的提高以及教师专业化的发展。

### 1. 数学课题学习可以促使教师自觉转变观念，不断学习，更新知识

对教师来说，数学课题学习是一个全新的领域。课题学习的开放性、自主性使教师时刻面



面临着知识和能力的挑战,要求教师具有广博的综合知识,积极关注学科之外的知识领域,不断地丰富专业知识和其他学科知识,优化知识结构,更新自己的教学观念。如有些问题很可能是老师从来没有遇到过的,无法解决的,而学生可能会通过自己的努力很好地解决,这样会改变以往教师不敢放手让学生探索发现的想法,树立学生发展潜能无限的理念,为学生的发展提供广阔的空间。因此,教师自身必须通过不断地学习,更新知识,与学生共同发展。

#### 2. 数学课题学习有利于对原有的知识体系掘深拓宽

长期以来,钻研教学大纲,吃透教科书,讲透教学内容,是中学教师教学的理想境界。然而,随着课题学习的开展,学生所选取的课题或专题会自觉不自觉地触及本学科的深层次的专业知识,甚至本学科研究的前沿,还有跨学科交叉的内容以及自然、社会中的有关问题。如果教师的知识体系还停留在原有的学科知识上,就很难适应课题学习的教学活动,教师必须掘深原有知识体系,拓宽知识领域。这就要求教师要关注、学习、研究本学科的最新知识进展,对相关学科要了解。如指导学生进行北京市中小学生身高的调查,首先要清楚数学课中统计的有关内容,其次要知道调查的程序和要求,确定内容,拟就提纲,确定对象和方式,进行调查,做好记录,撰写调查报告等。此外,对当地的学校分布也应有所了解。

#### 3. 数学课题学习有利于教师提高自身的科研能力和创造能力

与教师所具备的知识一样,教师能力也是教师专业结构中的一个重要组成部分,其中具备科研能力是成为一名现代教师的重要条件。教师在课题学习中不仅是指导者、组织者,更是一个参与者。数学课题学习是以微科研的方式进行的,这就要求教师具有科研意识和基本的科研能力。教师只有逐步提高自己的研究水平和洞察力,才能以自己严谨的科研风格和良好的科研能力启发和熏陶学生,言传身教,提高课题学习的水平。数学课题学习要求每位教师要自觉地对教学行为进行反思,进行研究,用以指导教学。主动地在教学中寻找课题,进行研究。而要进行研究,就要懂得课题研究的程序,掌握基本的科学研究方法,如课题立项、开题、实施研究、结题等,知道各项工作如何完成。要具有科学的态度和道德,研究要严谨,求实,认真,踏实,实事求是,不怕吃苦,勇于克服困难。同时,也要学会与人合作,尊重他人的想法和成果,克服自身不良的习惯。只有具有了基本科研能力,在数学课题学习中,指导学生进行科学研究,才能得心应手。这些必将有利于教师科学素质的提高。

创造性也是教师能力的一个重要方面。每个教师都必须依据特定的教学内容、教学对象与教学环境对自己的教学工作作出计划,并进行实施,包括及时作出评价和调整以及事后的反思与总结。对教学中出现的问题进行“即时决策”,即根据教学的实际情况,特别是学生的反应作出必要的调整,体现教学工作的创造性质。数学课题学习为教师留下了足够的创造空间,使教师的创造性才能得到发挥和培养。

作为教师,在传统的课堂教学中,只要能围绕着课堂教学,运用自己的组织能力、语言表达能力、理解能力,完成课时教学任务就是一名合格的教师。在课题学习中,教师要做一个合格的组织者、指导者,就不是件容易的事情,因为事情发生、问题提出、讨论话题、时间地点等,都不是教师事先设计的,而是由学生安排的,有时还是突发的。这就要求教师要具有应付各种场面,解答各种问题的能力,而且能力结构应呈网络状。教师应有促进学生健康地开展课题学习的宣传鼓动力;有分工合作、协作指挥的组织能力;有帮助学生处理课题学习中突发的各种事情,组织学生搞好学习和评价的能力;有实验操作、动手实践的能力;有科学研究能力;有利用现代信息技术收集、处理各种信息能力;有质疑并进行反思实践的能力;有用文字总结、阐述的能力;有指导学生进行课题研究和完成项目设计的能力。这些能力的取得不是一朝一夕的事情,需要自己不断地学习和实践。

#### 4. 数学课题学习可以促进教师专业化发展

教师专业化是目前教师研究领域中的一个重要方面。前些年教师的专业实践被视为对学科

