

钟云霄 编著



混沌与分形

浅谈



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

混沌与分形

浅谈

钟云霄 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

混沌与分形浅谈/钟云霄编著. —北京:北京大学出版社, 2010.3

ISBN 978-7-301-16746-5

I. 混… II. 钟… III. ①混沌学②分形理论

IV. O415.5 O189.12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 025884 号

书 名: 混沌与分形浅谈

著作责任者: 钟云霄 编著

责任编辑: 顾卫宇

标准书号: ISBN 978-7-301-16746-5/O · 0812

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn>

电子邮箱: zpup@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672

理科编辑部 62752021 出版部 62754962

印刷者: 世界知识印刷厂

经 销 者: 新华书店

890mm×1240mm A5 5.5 印张 106 千字

2010 年 3 月第 1 版 2010 年 3 月第 1 次印刷

定 价: 12.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容.

版权所有,侵权必究

举报电话:010-62752024 电子邮箱:fd@pup.pku.edu.cn

序 言

钟君云霄,1950年就学浙江大学物理系时,我在物理系从事教学工作。1952年院系调整,她随着物理系调到复旦大学继续学习,1953年毕业后,又回到浙江大学,与我同在浙江大学物理教研室工作,一直到1955年她随丈夫调到北京大学。因此我们既有师生之谊又有三年同事关系,应该算是老朋友、老熟人。

这次她突然把稿子《混沌与分形浅谈》寄给我看,着实让我有些“不知所措”之感。心想:我虽然一辈子在理论物理方面从事教学与研究工作,但对“混沌与分形”却是个门外汉,让我看这样的稿子,不是为难我了吗?可是,当我静下心来翻开稿子读下去时,却深深被混沌与分形的内容所吸引,几乎停不下来,一直到我老伴怕影响我健康将稿子从我手上拿走。

钟君有比较好的文笔,写的文章比较流畅。她多年从事教学工作,对如何能把一个问题分析得浅近、透彻、引人入胜,有独到之处。

现在科学的分工越来越细,就是同在物理学的领域中,也有“隔行如隔山”的感觉。这对科学的发展是不利的。古人云“他山之石,可以攻玉”,一个科学家必须有比较广阔的知识,才能在自己所从事的研究中有所借鉴,不至于鼠目寸光。因此,能比较方便地让人了解一些其他学科的知识,通俗科学书的写作是迫切需要的。

《混沌与分形浅谈》就是一本通俗科学书,但又不是一般的通俗科学书。它所讲的问题不是只作泛泛的介绍,而是有一定的数学推导,推导过程详尽而浅显,使读者一读就能读懂,从而获得相应的知识。它既适合高中学生,也适合大学学生;既适合从事该方面研究的人作为入门读物,也适合不从事该方面工作的各类科学工作者作为拓宽知识的读物。这样的通俗科学书是我们社会迫切需要的,我期望能早日出版。

李文铸

2008-06-05 于北京

目 录

引言	(1)
1. 什么是混沌	(3)
2. 虫口模型——非线性麻雀	(20)
3. 符号动力学	(42)
4. 奇怪吸引子	(61)
5. 混沌的控制	(73)
6. 奇妙的分形——分形维数的计算	(84)
7. 大自然的艺术——分形维数的测量	(113)
8. 形形色色的分形——分形的应用	(134)
9. 布朗运动	(147)
10. 混沌与分形的展望	(158)
参考文献	(169)

引 言

混沌被认为是 20 世纪物理学的第三次革命,另外两次是相对论与量子力学.从牛顿力学,发展到相对论、量子力学,不管是学物理的人,还是其他学科的人,都比较有明确的概念.但从 20 世纪 60 年代才提上日程的“混沌”,却远非如此.也有不少这方面的书籍或文章,但有的专业性很强,起点很高,不是学理论物理的读者就会给繁琐的数学与理论物理基础堵在门外.有的是通俗科学书,但往往偏重趣味性与故事性,使读者知其然而不知其所以然.一本既通俗,又有一定科学理论的书,使有一定数学水平的读者能了解“混沌”到底是怎么回事,是迫切需要的.

我第一次听到“混沌”是 1981 年在武汉一次“非平衡统计物理”讨论会上,听郝柏林先生的讲解.他的讲解,引起我极大兴趣,回校后在给学生开“非平衡统计物理”选修

课时加上了“混沌”一章。后来在美国读物理博士学位的我的小女儿，寄给我们厚厚的一摞 James Gleick 的 *CHAOS* 的翻译稿，这是一本很有趣味的通俗科学书。我的老伴，胡济民院士为翻译稿写了序言，与科普出版社联系，准备出版。正在编辑经过努力准备出版时，同一本书的译稿已经在另一出版社捷足先登出版了，只好作罢。但要写一本通俗的、有关“混沌”的书，一直萦回在我老伴的脑海，一直到他染病离开了人世。为了完成老伴的遗愿，也为了不辜负我小女儿的辛苦劳动，我准备在有生之年，完成这任务。

本书采取问答的方式来写。在恰当的时候提一两个问题，可以引起注意，也能添加趣味性。我是一个教师，在我的教学生涯中，我最喜欢上的课是“讨论课”，或通常称“习题课”。这与学生被动地坐着听教师一人在讲台上讲的常规课不同，学生的思想非常活跃，师生的思想都处在竭力思考着的状态，任何问题都能在师生的思想交锋中解决。我已届耄耋之年，不可能再到课堂上去面对年轻学生。我希望我写的书能像“讨论课”一样，让读者都能读懂，不留下任何疑问。

我一辈子写得较多的是讲义，也有理论书籍。通俗科学书到底应该如何写？这是我一次冒昧的尝试。

1. 什么是混沌

“什么是混沌？”

“混沌就是糊里糊涂吧？”

“混沌就是一片浓雾吧？”



盘古生在一片混沌的鸡蛋中

什么是混沌？的确，混沌这个词的原来的意思就是一片模糊。例如可以形容一个人思想上的无知无识，说他混

沌无知;也可以用来描述空间的一片模糊,例如我国古代关于开天辟地的神话,说原来天地一片混沌,像一只鸡蛋,盘古生在其中,他慢慢长大,把天与地分开,轻的往上浮,越来越高成为天,重的往下沉,越来越厚成为地.有意思的是,很多古书中,把我们中国人的祖先——黄帝——称为混沌.《庄子》中说:“南海之帝为倏,北海之帝为忽,中央之帝为混沌.”历来中国都认为自己是处在世界的中央,中央之帝就是我们炎黄子孙的祖先黄帝,黄帝的名字叫混沌.在外国,基督教《圣经》中有关天地的神话,也有类似的描写,说原来天地一片空虚混沌,至高无上的神让天上出现了日、月、星辰,地上出现了水、草、树木,然后才有了动物与人类.

现代科学意义上的混沌,与通常意义下的一片模糊有所不同,有一定的涵义.由于混沌是一门新兴的科学,要用一句简单的话来说出它的定义是不容易的.

通常我们把研究的对象称为系统,如果我们研究水龙头滴下的水滴,水滴就是系统;如果我们研究草原上某种昆虫生态,则一定范围内的昆虫集体就是研究的系统;如果研究的是气象,则一定范围内的气团就是研究的系统;如果研究的是股市的行情,则某种股票就是研究的系统.研究这些系统的运动(也就是变化)时,在数学上要给系统的运动列出运动方程式.要是这些运动方程式是线性的,这类系统就是线性系统,否则就是非线性系统.混沌其实是非线性系统运动的一种状态.这些非线性系统在一定的

条件下,会表现出一些无规性,严格讲是貌似无规性;因为在这些貌似无规性中又会出现一定的规律性来,一般就称为系统出现了混沌状态,简单就说出现了混沌.因此要给混沌下一个定义的话,可以这样说:混沌就是系统的无规行为中的规律性.

“什么是无规行为?怎么知道系统出现了无规行为?”



在自然科学发展史上,意大利物理学家与天文学家伽利略(Galileo Galilei, 1564—1642)被称为“近代科学之父”,他首先在科学实验的基础上融会贯通了数学、物理学和天文学三门知识,扩大、加深并改变了人们对物体运动和对宇宙的认识,开创了用实验来证实科学构想的方法.

传说中伽利略在比萨斜塔上丢下了两个不同质量的球，两个球同时落地，证明了不同质量的物体，重力加速度是相同的。为了证实哥白尼的日心说，伽利略献出了毕生的精力，并因此在晚年受到教会的迫害，被终身监禁。在伽利略的天文学、力学的基础上，英国的伟大科学家牛顿（Sir Isaac Newton, 1643—1727）完成了经典力学体系。1686年，凝结着牛顿半生心血的《自然哲学的数学原理》出版，书中的理论为以后300年的力学研究打下了基础。牛顿发现并总结了运动定律，创立了万有引力理论，这些定律既能用来计算行星的规律，预测彗星的行踪，计算宇宙飞船的发射，又能用于各种机械的运行，解决日常的各种力学问题。

牛顿的成就也带给了科学界哲学思想上的确定论，也就是认为一个系统的行为都是有规的。一个系统，只要弄清楚它所处的环境，立出它的运动方程式，知道它的初始条件，则以后的运动状况都可以计算出来。这种系统就是决定性的系统，有规的系统；大量的科学实验证明了这一论断的正确性。它是如此深入人心，以致在遇到例外不能解决问题的情况时，人们总试图用其他的原因来解释这种例外：例如系统受到没有想到的外界的干扰，或者原来的运动方程式作了过分的近似等等，从不怀疑确定论的本身。法国的著名数学家拉普拉斯（Pierre Simon M. de Laplace, 1749—1827）就曾经表示，如果能排出一个无所不包的宇宙方程式，他就能通晓宇宙过去和未来。

“真能做到这样该多有意思!”

当开普勒、伽利略、牛顿建立经典力学体系,正确地解释了行星绕太阳作椭圆形轨道运动时,给人一种印象:既然两个物体运动的系统能很好地得到解决,三个物体组成的系统,甚至多个物体组成的系统,也应该得到完整解释,不过是在计算技巧方面作出较大的努力而已.但是,在用牛顿力学解三体问题时就碰到了困难.三体问题应该说是从确定性的方程出现混沌的最早的问题,关于这个问题,还有一个有趣的故事.

“有趣的故事?”

为了庆贺 1889 年瑞典和挪威国王奥斯卡二世(King Oscar II)的六十诞辰,在 1885—1886 年斯德哥尔摩出版的《数学学报》(*Acta Mathematica*)的第 6 卷上宣布了一项数学科学的悬赏,该项奖金将发给第一个得到 n 体问题一般求解途径的人. 1888 年 5 月,庞加莱(Henri Poincaré, 1854—1912)提交了他关于三体问题运动稳定性的一般证明的论文,该论文经过大数学家维尔斯特拉斯(Weierstrass)和米他格-列夫勒(Mittag-Leffler)的审查,1889 年 1 月 21 日庞加莱获得了这项奖金,2500 克朗.

“庞加莱那么了不起!是什么人哪?”

庞加莱是法国著名的数学力学家.他在 1879 年获得

博士学位. 后在巴黎大学教学, 讲授数学分析、数学物理、概率论、天文学等课程. 1887 年他被选为法国科学院院士, 1906 年当选法国科学院院长.

庞加莱的这篇得奖论文准备在《数学学报》上发表. 在排印他的论文时, 编辑发现有些段落不够清楚, 米他格-列夫勒把这个问题告诉了庞加莱, 并且希望他写一个注记附在论文的后面. 庞加莱在写注记时, 发现论文中包含了一个严重的错误. 既然是得奖论文, 必须改正错误. 庞加莱经受着巨大的压力, 要在尽可能短的时间内改正这篇论文. 但是直至 1890 年 1 月, 庞加莱才提交了他的改正论文, 而这时登载有错误论文的《数学学报》业已印好. 庞加莱原来的论文的长度是 158 页, 而改正后的论文有 270 页之多. 为了维护奥斯卡奖的威信以及该《数学学报》的信誉, 杂志的主编米他格-列夫勒决定将已印好的学报收回销毁, 重新印发改正后的论文, 为此庞加莱不得不支付了 3585 克朗作为对该杂志的补偿, 其数额大大超出了他所得到的奖金.

庞加莱发现, 即使在简单的三体问题中, 方程的解的状况也非常复杂, 以至于对于给定的初始条件, 几乎是没办法预测当时间趋于无穷时, 这个轨道的最终命运. 这种对于轨道的长时间行为时的不确定性, 数学家和物理学家称之为混沌(chaos). 庞加莱的发现可以说是混沌理论的最早起源了.

“不是说,混沌就是系统的无规行为中的规律性吗?怎么又成为轨道的长期行为的不确定性了?”

问得好.系统运动轨道的不确定性,是人们首先碰到的混沌现象.但科学工作者对这些不确定性不会就此罢休,面对混乱的状况,必须找出其规律来.因此混沌不是混乱,混沌是在混乱中出现的规律性.

“三体问题那么困难!‘嫦娥一号’的运动不就是三体问题吗?一个地球,一个月球,一个‘嫦娥一号’卫星!”

三体问题是科学发展史上第一个出现混沌的问题.但在实用上,三体问题还是有一定的近似解的.若三个天体中,一个天体的质量与另外两个天体相比可视为无穷小,它对另两个天体的引力作用可以忽略时,则该天体可称为无限小质量天体,另外两个天体则为有限质量天体.研究无限小质量天体在两个有限质量天体的引力作用下的动力学问题称为限制性三体问题,它是一般三体问题的一个特例.例如月球、地球和太阳组成的三体系统中,月球的质量远远小于地球和太阳的质量,在讨论月球运动时可采用限制性三体问题作为近似的力学模型.此外,在小行星运动理论、月球火箭运动理论和行星际飞行器运动理论中都采用限制性三体问题作为近似模型.在限制性三体问题中,由于两个有限质量体只受它们之间的万有引力作用,

它们组成一个二体问题,每一个有限体都在以它们的质量中心为焦点的圆锥曲线轨道上运动.“嫦娥一号”运动的计算就是一个限制性的三体问题.

“三体问题到现在还没有人能解出吗?”

自 16 世纪以来,科学家就试图寻找这一问题的简单特解,即特殊情况下的简单稳定运动轨道.瑞士数学家欧拉(L. P. Euler)证明,三个质量相同的物体呈直线等距离排列,两端的物体绕中间的物体作圆周运动,是一个稳定轨道.法国数学家拉格朗日(G. L. Lagrangia)则于 18 世纪提出了一些特解的情形,例如三个等质量物体排列成等边三角形,绕三角形的中心作圆周运动.近年来,计算机运算表明,三个等质量的物体在一条“8”字形轨道上运动,可能也是一个特解.不过,虽然这种“8”字形运动轨道理论上是可以存在的,但它在实际中出现的可能性太小,到现在,整个宇宙中也没有找到过一个这样美妙的“8”字.

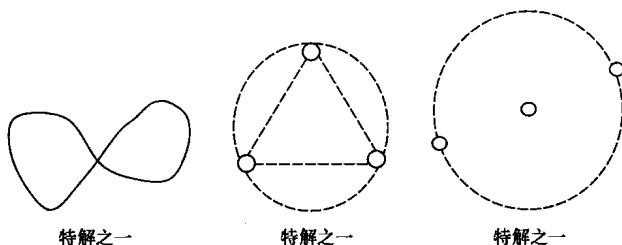


图 1.1 三体问题的特解

至今,我们不得不承认,对太阳系(即使仅限于引力作

用)的长期行为的预测是不可能的. 初始条件非常小的变化, 会对以后的运动产生巨大的效应: 实际上是出现了混沌.

另一个出现混沌的例子, 就是气象预报中的著名的“蝴蝶效应”. 1960 年, 美国科学家爱德华·洛伦茨 (Edward Lorenz) 利用计算机来作天气预报.

“怎样利用计算机来预报天气呢?”

经典力学在天体运动以及预报潮汐运动中的成功, 使得 20 世纪 50 年代与 60 年代之间对气象的长期预报充满了盲目的乐观. 人们想, 既然能预报潮汐, 为什么不能长期预报气象? 都是流体嘛, 不过方程式复杂一些而已. 人类应该不但能预报天气, 还应该能控制并改造天气, 这是多么吸引人的理想. 我国老一辈的气象学家赵九章先生有一次对年轻学生说: “气象学家应该像一个大乐队的指挥, 指挥着一大批人作计算, 来预报天气.”

“为什么要一大批人?”

50 年代计算机远没有现在那么快速, 而描述气团运动的方程式远比描写一颗卫星或彗星的方程式要复杂得多; 初始条件也远不只是一个位置与速度而已, 需要很多点的速度、温度、密度、湿度等等. 这很多点就是很多气象台, 很多气象台送来的气象数据作为初始条件, 用这些初始条件来计算气团的运动, 从而获得以后各地的气象情况, 这就