21世纪高职高专规划教材

公共基础课系列

高等数学（经管类）

吕保献 主编　马秋香 胡永才 盛宗生 副主编

清华大学出版社

21 世纪高职高专规划教材·公共基础课系列

高等数学(经管类)

吕保献　主编

马秋香　胡永才　盛宗生　副主编

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

本书是根据教育部新制定的"高职高专教育数学课程教学基本要求",在认真总结全国高职高专院校经济管理类各专业高等数学课程教学改革经验的基础上,组织长期从事高职高专数学教学的一线教师编写的.

本书内容包括函数、极限与连续,导数与微分,导数的应用,不定积分,定积分及其应用,常微分方程,线性代数初步,概率论初步,数理统计初步,数学软件 MATLAB 及应用等.书中每节后面配有一定数量的习题.每章后面的复习题分主观题、客观题两类,供复习巩固本章内容和习题课选用.每章最后附有数学史典故,便于学生阅读.书末附有常用积分表、概率与数理统计有关数值表,还有习题参考答案,供读者参考.

本书适合作为高等职业学校、高等专科学校、成人高校以及本科院校的二级学院、继续教育学院和民办高校经管类专业的高等数学课程教材,也可作为相关技术人员和其他大专类学生的学习参考书和教师的教学参考书.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(经管类)/吕保献主编. —北京:清华大学出版社,2010.9
(21 世纪高职高专规划教材.公共基础课系列)
ISBN 978-7-302-22993-3

Ⅰ.①高… Ⅱ.①吕… Ⅲ.①高等数学—高等学校:技术学校—教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 105574 号

责任编辑:张龙卿(sdzlq123@163.com)
责任校对:袁 芳
责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社　　**地　址**:北京清华大学学研大厦 A 座
http://www.tup.com.cn　　**邮　编**:100084
社 总 机:010-62770175　　**邮　购**:010-62786544
投稿与读者服务:010-62776969,c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈:010-62772015,zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 刷 者:北京富博印刷有限公司
装 订 者:北京市密云县京文制本装订厂
经　销:全国新华书店
开　本:185×260　　**印　张**:22.25　　**字　数**:506 千字
版　次:2010 年 9 月第 1 版　　**印　次**:2010 年 9 月第 1 次印刷
印　数:1~4000
定　价:35.00 元

产品编号:034494-01

前言

FOREWORD

为了贯彻落实教育部《关于全面提高高等职业教育教学质量的若干意见》(教高[2006]16号)文件精神,适应高等职业教育以服务为宗旨,以就业为导向,深化校企合作、工学结合和顶岗实习的需要,更好地将数学课程与经济管理类专业教学相结合,在认真总结全国高职高专院校经济管理类各专业高等数学课程教学改革经验的基础上,我们组织长期从事高职数学教学的一线教师编写了本书.

本书是按照高职高专院校的培养目标编写的,以降低理论、加强应用、注重基础、强化能力、适当更新、稳定体系为指导思想.在内容编排上,注重以实例引入概念,并最终回到数学应用的思想,加强学生对数学的应用意识,提高学生学习数学的兴趣.为了便于学生消化吸收,全书内容由浅入深,由易到难,由具体到抽象,循序渐进.尽量淡化理论推导,对复杂的问题,一般不作论证,尽量用几何图形、数表、案例来说明其实际背景和应用价值,由此加深学生对基本理论和概念的理解,力求把数学内容讲得简单易懂,对专业联系较多的基本知识、基本理论和基本运算技能给予了重点加强,注重基本运算技能的训练,不过分追求复杂的计算和变换技巧,让学生接受数学的思想方法和思维习惯;在结构的设计上注意与现行高中及中职教材内容相衔接,同时注意吸收国内外数学教材的优点,具有简明、实用、通俗易懂、直观性强的特点.为了适应计算机应用发展的步伐,本书还特意增加了MATLAB软件应用方面的内容.

本书共分10章,主要内容包括函数、极限与连续,导数与微分,导数的应用,不定积分,定积分及其应用,常微分方程,线性代数初步,概率论初步,数理统计初步,数学软件MATLAB及应用等.书中每节后面配有一定数量的习题.每章后面的复习题分主观题、客观题两类,供复习巩固本章内容和习题课选用.每章最后附有数学史典故,供学生阅读,增长见识、开阔眼界.书末附有常用积分表、概率与数理统计有关数值表,还配有习题参考答案,供读者参考.

本书由吕保献担任主编,由马秋香、胡永才、盛宗生担任副主编,吕保献负责最后统稿.其中第一章由河南职业技术学院郝艳莉编写,第二章、第六章由河南职业技术学院马秋香编写,第三章、第四章由河南工业职业技术学院胡永才编写,第五章由河南工业职业技术学院王磊编写,第七章由南阳医学高等专科学校杜跃红编写,第八章由河南工业职业技术学院吕保献编写,第九章、第十章由南阳理工学院盛宗生编写.另外,张素卿、李军、丰伟刚也参加了本书部分内容的编写,在此一并表示感谢!

由于编者水平有限,书中不当之处在所难免,恳请教师和读者批评指正,以便进一步修改完善.

编　者

2010年5月

目　录

CONTENTS

第一章

函数、极限与连续

高等数学的研究对象是函数.极限是高等数学中最重要、最基本的概念之一,极限方法也是高等数学中分析和研究问题的基本方法.高等数学中的许多概念,如连续、导数、微分、积分、级数等,都要用极限来描述.本章将介绍函数、极限与连续的基本知识,为以后的学习奠定基础.

第一节 函　　数

一、函数的概念与性质

在考察某些自然现象或社会现象时,往往会遇到几个变量,这些变量不是孤立变化的,而是存在着某种相互依赖关系.下面看几个例子(以两个变量为例).

引例 1.1【估计身高】 如果知道某个男性或女性的某些骨头的长度,人类学家就可以估计这个人的身高.肱骨是从肘部到肩部的骨头,设 x 为肱骨的长度,单位为厘米,那么男性身高可以表示为 $M(x)=2.89x+70.64$,女性身高可以表示为 $M(x)=2.75x+71.48$.

引例 1.2【利率】 人民币存款利率表(2008-12-23)的一部分,如表 1.1 所示.

表 1.1　利率表

项　目	活期	定期整存整取					
		三个月	半年	一年	二年	三年	五年
年利率/%	0.36	1.71	1.98	2.25	2.79	3.33	3.60

引例 1.3【股票行情】 某支股票的分时图,记录了一天交易时间内股票价格变化曲线,如图 1.1 所示.

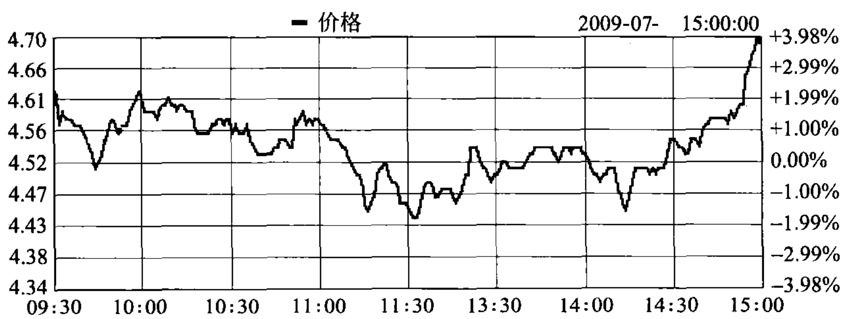


图　1.1

以上几个例子虽然涉及的问题各不相同,但它们都表达了两个变量之间的一种对应关系,而这种变量之间的对应关系就是函数概念的实质.

1. 函数的概念

定义 1.1 设 x 和 y 是某一变化过程中的两个变量,D 是一给定的数集.如果对于每个 $x\in D$,变量 y 按照一定的法则总有唯一确定的数值与之对应,则称 y 是 x 的函数,记作 $y=f(x)$.其中 x 称为自变量,y 称为因变量.数集 D 称为函数的定义域,数集 $M=\{y|y=f(x),x\in D\}$称为函数的值域.

由定义 1.1 可知,在上述三个例子中,人的身高是肱骨长度的函数,人民币的利率是项目的函数,股票价格是时间的函数.

如果自变量取某一数值 x_0 时,函数 $y=f(x)$有确定的值与之对应,则称函数在点 x_0 处有定义,且记 x_0 处的函数值为 $f(x_0)$或 $y|_{x=x_0}$.

由定义不难看出,函数是由定义域和对应法则所确定的,因此,对于两个函数来说,当且仅当它们的定义域和对应法则都相同时,才表示同一函数,而与自变量及因变量用什么字母表示无关.

在实际问题中,函数的定义域是根据问题的实际意义确定的.如引例 1.3 的定义域为[9:30,11:30]∪[13:00,15:00],未标明实际意义的函数,其定义域是使函数表达式有意义的自变量的取值范围.例如,$y=\sqrt{1-x^2}$的定义域是$[-1,1]$.

2. 函数的简单性质

(1) 奇偶性

设函数 $f(x)$在关于原点对称的区间 I 上有定义,如果对于任意的 $x\in I$,都有 $f(-x)=-f(x)$,则称函数 $f(x)$为奇函数;如果对于任意的 $x\in I$,都有 $f(-x)=f(x)$,则称函数 $f(x)$为偶函数.不是奇函数也不是偶函数的函数,称为非奇非偶函数.

例如:$y=\sin x$ 是奇函数;$y=\sqrt{1-x^2}$是偶函数;而 $y=\dfrac{1-x}{1+x}$是非奇非偶函数.

奇函数的图形关于原点对称,偶函数的图形关于 y 轴对称.

(2) 单调性

设函数 $f(x)$在区间 I 上有定义,任取 $x_1,x_2\in I$,如果当 $x_1<x_2$ 时,恒有 $f(x_1)<f(x_2)$,则称函数 $f(x)$在区间 I 上是单调增加的;如果当 $x_1<x_2$ 时,恒有 $f(x_1)>f(x_2)$,则称函数 $f(x)$在区间 I 上是单调减少的.单调增加与单调减少的函数统称为单调函数.区间 I 叫做单调区间.

例如:$y=x^2$ 在区间$[0,+\infty)$上是单调增加的;在区间$(-\infty,0]$上是单调减少的.

(3) 有界性

设函数 $f(x)$在区间 I 上有定义,如果存在一个常数 $M>0$,使得对于任意 $x\in I$,都有 $|f(x)|\leqslant M$,则称函数 $f(x)$在区间 I 上有界,否则称 $f(x)$无界.

例如:$y=\sin x$ 在区间$(-\infty,+\infty)$内是有界的;$y=\dfrac{1}{x}$在$(0,1)$内是无界的;$y=x^2$ 在区间$(-\infty,+\infty)$内有下界而无上界.

(4) 周期性

对于给定的函数 $f(x)$,若存在常数 $T\neq 0$,使得对于其定义域内的任意 x,都有 $f(x+$

$T)=f(x)$成立，则称函数 $f(x)$为周期函数. 通常称使得 $f(x+T)=f(x)$成立的最小正数 T 为 $f(x)$的周期.

例如：$y=\sin x$ 是周期为 2π 的周期函数，$y=\tan x$ 是周期为 π 的周期函数.

3. 分段函数

案例 1.1【工薪人员纳税问题】 根据《中华人民共和国个人所得税法》规定：个人工资，薪金所得应缴纳个人所得税. 应纳所得税额为月工资、薪金减去 2000 元后的余额. 税率如表 1.2 所示.

表 1.2　个人所得税税率表

级数	全月应纳税所得额	税率/%	级数	全月应纳税所得额	税率/%
1	不超过 500 元的	5	6	40 000～60 000 元的部分	30
2	500～2000 元的部分	10	7	60 000～80 000 元的部分	35
3	2000～5000 元的部分	15	8	80 000～100 000 元的部分	40
4	5000～20 000 元的部分	20	9	超过 100 000 元的部分	45
5	20 000～40 000 元的部分	25			

试在月工资不超过 20 000 元的范围内，给出月收入与所得金额之间的函数关系. 假设某人月收入为 3600 元，计算出其应缴纳的个人所得税.

解　设某人月收入为 x 元，应缴纳所得税 y 元，则由题意得

当 $0\leqslant x\leqslant 2000$ 时，$y=0$；

当 $2000<x\leqslant 2500$ 时，$y=(x-2000)\times 5\%$；

当 $2500<x\leqslant 4000$ 时，$y=(x-2500)\times 10\%+25$；

当 $4000<x\leqslant 7000$ 时，$y=(x-4000)\times 15\%+25+150$；

当 $7000<x\leqslant 20\,000$ 时，$y=(x-7000)\times 20\%+25+150+450$.

所求函数表达式为

$$y=\begin{cases}0, & 0\leqslant x\leqslant 2000\\ 0.05\times(x-2000), & 2000<x\leqslant 2500\\ 0.1\times(x-2500)+25, & 2500<x\leqslant 4000\\ 0.15\times(x-4000)+175, & 4000<x\leqslant 7000\\ 0.2\times(x-7000)+625, & 7000<x\leqslant 20\,000\end{cases}$$

当 $x=3600$ 时，相应的 y 值应使用表达式 $y=0.1\times(x-2500)+25$ 计算，从而

$$y\big|_{x=3600}=0.1\times(3600-2500)+25=135.$$

即这个人每月应缴纳个人所得税为 135 元.

这个函数的特点是由多个表达式构成，即在其定义域的不同区间用不同的表达式表示，这样的函数叫做分段函数. 在实际问题中，分段函数也是一类常见的函数.

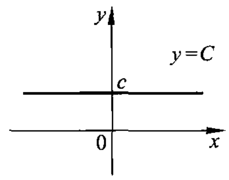
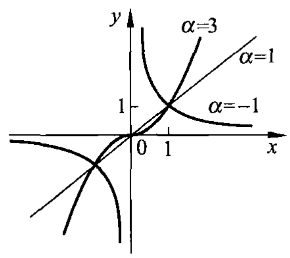
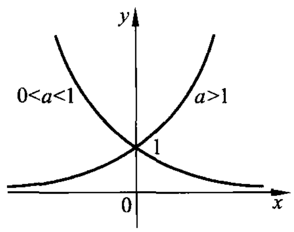
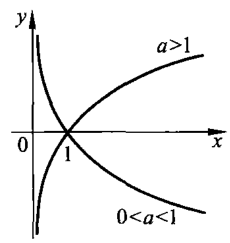
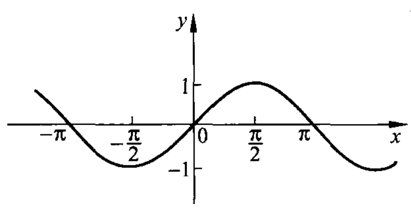
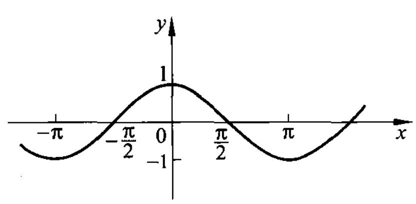
二、初等函数

1. 基本初等函数

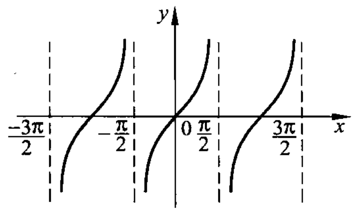
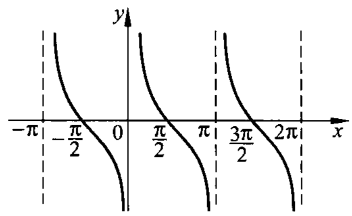
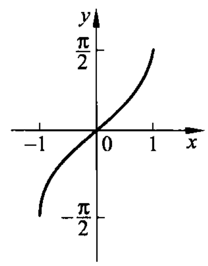
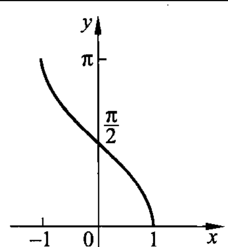
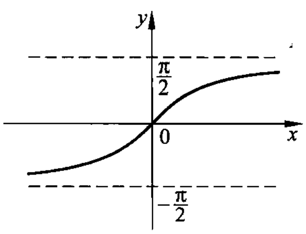
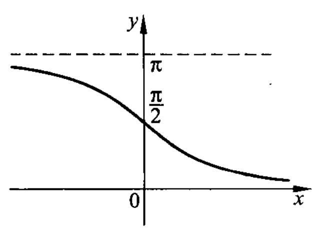
基本初等函数包括以下几类函数：常量函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数

和反三角函数(见表 1.3).

表 1.3 基本初等函数

函数名称	函　　数	函数的图形	定义域、值域
常量函数	$y=C$(C 为常数)		$x\in(-\infty,+\infty)$ $y=C$
幂函数	$y=x^{\alpha}$(α 为常数)		根据 α 的不同而不同
指数函数	$y=a^{x}$(a 为常数且 $a>0,a\neq1$)		$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$
对数函数	$y=\log_{a}x$(a 为常数且 $a>0,a\neq1$)		$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$
三角函数	正弦函数 $y=\sin x$		$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$
	余弦函数 $y=\cos x$		$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$

续表

函数名称	函　　数	函数的图形	定义域、值域
三角函数	正切函数 $y=\tan x$		$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in z)$ $y\in(-\infty,+\infty)$
	余切函数 $y=\cot x$		$x\neq k\pi(k\in z)$ $y\in(-\infty,+\infty)$
反三角函数	反正弦函数 $y=\arcsin x$		$x\in[-1,1]$ $y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$
	反余弦函数 $y=\arccos x$		$x\in[-1,1]$ $y\in[0,\pi]$
	反正切函数 $y=\arctan x$		$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$
	反余切函数 $y=\operatorname{arccot} x$		$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,\pi)$

另外,三角函数中还包括正割函数 $y=\sec x$ 和余割函数 $y=\csc x$,并且 $\sec x=\dfrac{1}{\cos x}$, $\csc x=\dfrac{1}{\sin x}$.

2. 复合函数

定义 1.2 设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D, $u=\varphi(x)$ 值域为 M,若 $D\cap M\neq\varnothing$,则 y 通过 u 的联系也是 x 的函数 $y=f[\varphi(x)]$,称此函数为 $y=f(u)$ 与 $u=\varphi(x)$ 复合而成的复合函数,其中 u 为中间变量.

例 1.1 由 $y=\arctan u$, $u=\sqrt{x}$ 复合而成的复合函数为 $y=\arctan\sqrt{x}$,其定义域为 $[0,+\infty)$.

复合函数还可以由两个以上的函数复合而成.

例 1.2 函数 $y=\sqrt{\ln(1-x^2)}$ 可以看成是由函数 $y=\sqrt{u}$, $u=\ln v$, $v=1-x^2$ 复合而成的复合函数.

例 1.3 函数 $y=\sqrt{\cot\dfrac{1}{x}}$ 可以看成是由 $y=\sqrt{u}$, $u=\cot v$, $v=\dfrac{1}{x}$ 复合成的复合函数.

注意:并不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数,例如,$y=\arcsin u$, $u=x^2+2$ 就不能复合成一个复合函数.这是因为 $u=x^2+2$ 的值域与 $y=\arcsin u$ 的定义域的交集为空集.

3. 初等函数

由基本初等函数经过有限次四则运算或有限次函数复合所构成的,并且结果用一个解析式表示的函数称为初等函数.

例如:$y=\ln(\sin 3x)+x^2-e^{\sqrt{\arctan x}}$ 是初等函数.

今后讨论的函数绝大多数是初等函数.

三、建立函数关系举例

在一些实际问题中,通常需要找出问题中常量和变量之间的函数关系,然后再利用有关的数学知识、数学方法去分析、解决这些问题.下面通过几个简单的例子来说明建立函数关系的过程.

案例 1.2【复利模型】 假定按利率 r 存入本金 p 元,一年计复利一次,存款一年后银行账户上的结存(本利和)A_1 可表示成

$$A_1=p+pr=p(1+r),$$

进入第二年,有本金 A_1,因此两年后,本利和为

$$A_2=A_1(1+r)=p(1+r)^2,$$

则 t 年以后,本利和为

$$A_t=p(1+r)^t.$$

如果一年计复利 n 次,则 t 年以后,本利和为

$$A=p\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}.$$