全国各类成人高等学校招生考试复习指导

文科本

数学 历史 地理

郭星英 李林署 迟尚慧 傅雪红 主编

郭星英　李林署　迟尚慧　傅雪红　主编

全国各类成人高等学校招生考试复习指导

文科本（数学、历史、地理）

经　济　科　学　出　版　社

责任编辑：张　虹　倪正大　沙超英
封面设计：卜建晨
版式设计：代小卫

全国各类成人高等学校招生考试复习指导
文科本（数学、历史、地理）
郭星英　李林署　迟尚慧　傅雪红主编
*
经济科学出版社出版、发行　新华书店经销
天津新华印刷一厂印装
*
787×1092 毫米　16 开　24 印张　600000 字
1994 年 12 月第二版　1996 年 1 月第三次印刷
印数：17001—29000 册
ISBN　7-5058-0689-0/G·77　定价：19.00 元

前言

本套指导书是为了满足报考全国各类成人高等学校的考生复习中学课程、参加招生考试的需要，根据国家教委成人教育司与国家教委考试管理中心重新制定的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》，在《1994 年全国各类成人高等学校招生考试复习指导》的基础上重新组织编写的。本套指导书共有三本分为两类：第一本是理工农医类用书，由数学、物理、化学三科组成，叫《理科本》；第二本是文史财经类用书，由数学、历史、地理三科组成，叫《文科本》；第三本是理工、文史两类共用书，由政治、语文、英语三科组成，叫《文理科共用本》。在编写中，全书各科紧扣大纲，既注重使考生掌握各章节的重点，也注重知识的全面性，甚至一些边角知识也不忽视；同时充分考虑成人在职复习时间少的特点，做到简明精炼。其内容为：重点归纳基本知识要点，扼要阐明基本概念；精选各类典型例题，侧重分析解题思路，有的提供多种解法，以开阔考生思路，提高分析问题的能力；依据大纲对各科考试题型的要求，编写有一定数量的练习题及参考答案或提示。

编写本套指导书的作者，都是在北京市多年从事中学教学，担任高中毕业班把关的老教师，又多年从事成人高考复习指导，他们中多数在本市一些重点中学任教，有高级职称，并且有许多还是市、区级各科的教研员，有丰富的教学经验和指导升学考试的经验。由他们来编写，使得本套指导书更具实用性和针对性。可以肯定地说，考生从本套指导书中会得到有益的帮助。当然，由于编写时间仓促，书中难免存在缺点和错误，敬请读者批评指正。

本套指导书由郭星英、李林署、迟尚慧、傅雪红主编。

参加《理科本》编写的有（按姓氏笔划为序）：

数学：刘玉荣、刘茗、李桂兰、展家鸾。

物理：叶成九、刘映泽、刘丹、娄宁。

化学：邵元、邵志耘、侯国立、杨金生。

参加《文科本》编写的有（按姓氏笔划为序）：

数学：孙日、李林署、傅小云、郭琴、郭星英。

历史：丛园、相里景、金汉鼎、谭伊美。

地理：李文静、李艺桥、张惠坪、许伦。

参加《文理科共用本》编写的有（按姓氏笔划为序）：

政治：刘佩华、洪亚萍、吴松年、徐星珊。

语文：迟尚慧、阮彤、吴金玉、吴江。

英语：宋爽、吴桐、李一玫、张玲棣。

编者

1994. 11.

目　　录

数　　学

第一部分　代　　数

第一章　数、式、方程和方程组……………………………………………………（2）
第二章　集合…………………………………………………………………………（13）
第三章　不等式和不等式组…………………………………………………………（20）
第四章　指数和对数…………………………………………………………………（30）
第五章　函数…………………………………………………………………………（38）
第六章　数列…………………………………………………………………………（55）
第七章　排列、组合与二项式定理* ………………………………………………（62）

第二部分　三　　角

第八章　三角函数……………………………………………………………………（69）
第九章　三角函数的恒等式…………………………………………………………（85）
第十章　解三角形……………………………………………………………………（95）

第三部分　平面解析几何

第十一章　直线………………………………………………………………………（108）
第十二章　圆锥曲线…………………………………………………………………（117）

第四部分　参考资料

综合练习（一）、（二）……………………………………………………………（128）
1994年成人高等学校招生全国统一考试数学试题（文史财经类）及参考答案 …（138）

历　　史

第一部分　中国历史

第一章　中国古代史…………………………………………………………………（144）
第二章　中国近代史…………………………………………………………………（169）
第三章　中国现代史…………………………………………………………………（201）

第二部分　世界历史

第一章　世界古代史……………………………………………………………………（210）
第二章　世界近代史……………………………………………………………………（217）
第三章　世界现代史……………………………………………………………………（237）

地　　理

第一部分　地球和地图

第一章　地球在宇宙中…………………………………………………………………（257）
第二章　地球的形状、大小和运动………………………………………………………（260）
第三章　地图……………………………………………………………………………（268）
第四章　地壳和地壳运动…………………………………………………………………（271）
第五章　地球上的大气……………………………………………………………………（276）
第六章　地球上的水………………………………………………………………………（284）
第七章　陆地上的自然带…………………………………………………………………（287）

第二部分　世界地理

第一章　世界的陆地和海洋………………………………………………………………（291）
第二章　亚洲……………………………………………………………………………（292）
第三章　非洲……………………………………………………………………………（299）
第四章　欧洲……………………………………………………………………………（302）
第五章　北美洲…………………………………………………………………………（307）
第六章　南美洲…………………………………………………………………………（311）
第七章　大洋洲…………………………………………………………………………（314）
第八章　南极洲…………………………………………………………………………（316）
第九章　世界的交通……………………………………………………………………（318）

第三部分　中国地理

第一章　疆域和行政区划…………………………………………………………………（320）
第二章　人口和民族……………………………………………………………………（323）
第三章　地形……………………………………………………………………………（324）
第四章　气候……………………………………………………………………………（326）
第五章　河流和湖泊……………………………………………………………………（329）
第六章　交通运输业、商业和旅游业……………………………………………………（333）
第七章　北方地区………………………………………………………………………（336）
第八章　南方地区………………………………………………………………………（340）
第九章　西北地区………………………………………………………………………（345）

第十章　青藏地区…………………………………………………………………………（348）
第十一章　台湾省…………………………………………………………………………（351）
第十二章　香港和澳门……………………………………………………………………（353）

第四部分　人文地理

第一章　自然资源及其保护………………………………………………………………（355）
第二章　能源和能源的利用………………………………………………………………（360）
第三章　农业生产和粮食问题……………………………………………………………（364）
第四章　工业生产和工业布局……………………………………………………………（367）
第五章　人口和城市………………………………………………………………………（371）
第六章　人类和环境………………………………………………………………………（375）

数　　学

第一部分　代数

第一章　数、式、方程和方程组

一、基 本 内 容

（一）数

1. 有理数

正整数、零负整数、正分数、负分数统称有理数。有理数可表示为既约分数$\frac{p}{q}$的形式，其中$q\neq 0$，$\frac{p}{q}$是有限小数或无限循环小数。

正整数有最小的数“1”，负整数有最大的数“-1”。

数零是一个特殊的数，且又是一个重要的数，它既不是正数也不是负数，是一个唯一的中性数，是正数与负数的分界数，它属于整数。

2. 无理数

无限不循环小数称无理数。

常见的无理数如π、e、$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$，…；再如25.010010001…，3.425422542225…等均为无限不循环小数，都是无理数。

3. 实数

有理数和无理数统称实数。实数系表如下：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}\\\text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

4. 数轴

规定了原点、正方向（向右为正）和长度单位的直线叫做数轴。

实数集与数轴上的点是一一对应关系，所以将数轴称作实轴。

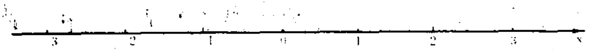

图 1-1

5. 相反数

在数轴上原点的两边，到原点的距离相等的两个点所表示的两个数，叫做互为相反数。如数 a 与 $-a$ 互为相反数，$\sqrt{3}$ 与 $-\sqrt{3}$ 互为相反数。

数零的相反数规定还是零。

6. 绝对值

数轴上表示一个数的点到原点的距离叫做这个数的绝对数，用“$|\quad|$”表示，所以绝对值可如下定义：

$$|a|=\begin{cases} a & (a\geqslant 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$$

即，正数的绝对值是它的本身；负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值还是零。

由此，相反数可如下理解：只有绝对值相同而符号不同的两个数，叫做互为相反数。

7. 倒数

数 1 除以一个不为零的数的商，叫做这个数的倒数。如当 $a\neq 0$ 时，则 $\frac{1}{a}$ 叫做 a 的倒数，两者互为倒数（或两个数的乘积等于 1，这两个数互称倒数）。

零没有倒数。

8. 平方根、算术平方根

（1）若 $x^2=a$，则 x 叫做 a 的平方根（$a\geqslant 0$），即 $x=\pm\sqrt{a}$，亦即一个正数的平方根是两个互为相反的数；零的平方根还是零。负数的平方根没有意义。

（2）一个正数的正的平方根称作算术平方根。零的算术平方根还是零。即 $x^2=a$（$a\geqslant 0$），则 $x=\sqrt{a}$ 是 a 的算术平方根。

负数的算术平方根没有意义。

（二）式

1. 代数式

用运算符号把数或表示数的字母连结起来的式子叫做代数式。单独的数或字母也规定为代数式。

2. 代数式的值

用数值代替代数式里的字母计算后得到的数值，叫做代数式的值。

代数式随着字母不同的取值，其值不同。

3. 代数式的分类表如下：

$$\text{代数式}\begin{cases} \text{有理式}\begin{cases} \text{整式}\begin{cases} \text{单项式} \\ \text{多项式} \end{cases} \\ \text{分式} \end{cases} \\ \text{无理式：根号里含有变数字母的代数式，称为无理式。} \end{cases}$$

（1）有理式：只含加、减、乘（乘方）、除（分母不为零）运算的代数式，叫做有理式。

（2）整式：不含除法运算或虽含有除法运算但除式里不含变数字母的有理式，叫做整式。

（3）分式：除式里含有变数字母的有理式叫做分式；分式的基本性质是：

$$\frac{a}{b}=\frac{ma}{mb}$$

其中 m 是不等于零的代数式，即分式的分子和分母都乘以（或除以）同一个不等于零的代数式，其值不变。

（4）单项式：整式中不含加、减运算的整式，叫做单项式。

（5）多项式：几个单项式的代数和，叫做多项式。

（6）整式的运算法则：

①整式的加减法实质是合并同类项。合并时，只合并系数，字母部分不变。

②整式的乘、除、乘方、开方常用到幂的运算法则和乘法公式。

正整数指数幂的运算法则（m，n 为正整数）

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$；　　$a^n \div a^m = a^{n-m}(a \neq 0, n > m)$；

$(a^n)^m = a^{nm}$；　　$(ab)^n = a^n b^n$；

$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}, (b \neq 0)$

乘法公式

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$；

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$；

$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$；

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

4. 多项式的因式分解

（1）把一个整式化成几个整式相乘的形式，叫做把这个整式分解因式。

分解因式一般是在有理数范围内，即系数限制为有理数。

（2）分解因式的常用方法是：提取公因式法、公式法、十字相乘法、分组分解法。

5. 二次根式

（1）根式：式子 $\sqrt[n]{a}$ 叫做根式（n 为大于 1 的自然数；n 为奇数时，a 为任意实数；n 为偶数时，$a \geqslant 0$）。

当 $n=2$ 时，即式子 $\sqrt{a}$ （$a \geqslant 0$）叫做二次根式。

（2）二次根式的性质

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geqslant 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

$(\sqrt{a})^2 = a \quad (a \geqslant 0)$

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geqslant 0, b \geqslant 0)$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geqslant 0, b > 0)$$

（3）最简二次根式

被开方式的每个因式的指数都小于根指数 2，且被开方式里不含分母的二次根式，叫做最简二次根式。

（4）分母有理化的基本方法是根据分式的基本性质将分子、分母同乘以分母的有理化因式，如：

① $\sqrt{a}$ 的有理化因式是 $\sqrt{a}$。

② $a \pm \sqrt{b}$ 的有理化因式是 $a \mp \sqrt{b}$。

③$\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$的有理化因式是$\sqrt{a}\mp\sqrt{b}$。

如$(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})=(2\sqrt{3})^2-(3\sqrt{2})^2=-6$

（5）二次根式的运算（一般根式的运算常用指数式计算）

①二次根式加减法：先化根式为最简根式，再合并同类根式，合并时只合并系数。

②乘除法：二次根式乘除，只需把各个根式的被开方式相乘除，最后化成最简二次根式即可。

（6）求$a\pm2\sqrt{b}$的算术平方根的方法

令$x>y>0$，且使$x+y=a$，$xy=b$，则

$$\sqrt{a\pm2\sqrt{b}}=\sqrt{(\sqrt{x}\pm\sqrt{y})^2}=\sqrt{x}\pm\sqrt{y}$$

如　求$3+2\sqrt{2}$的算术平方根。

解：$2+1=x+y=3$，$2\times1=xy=2$，则

$$\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{2+2\sqrt{2}+1}=\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}=\sqrt{2}+1$$

（三）方程

1. 一元一次方程

将$ax+b=0$，$(a\neq0)$称作一元一次方程，其解为$x=-\dfrac{b}{a}$，显然，当$a=b=0$时，方程为$0\cdot x=0$，此时方程有无数个解；当$a=0$，而$b\neq0$时，方程为$0\cdot x=-b$，此时方程无解；当$a\neq0$时，方程$ax+b=0$有唯一解。

2. 一元二次方程

将$ax^2+bx+c=0$，$(a\neq0)$称作一元二次方程的一般式。

它的求根公式为：$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

一元二次方程$ax^2+bx+c=0$的常用解法有因式分解法、配方法、公式法等。

（1）$ax^2+bx+c=0$的根的判别式是：

$\triangle=b^2-4ac$（实数系数）

当$\triangle>0$时，方程有两个不相等的实根；

当$\triangle=0$时，方程有两个相等的实根；

当$\triangle<0$时，方程无实数根。

上述情况，反过来亦成立。

（2）一元二次方程$ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$根与系数的关系。

设x_1、x_2是$ax^2+bx+c=0$，$(a\neq0)$的两个实数根，那么$\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}\\ x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}\end{cases}$（或称韦达定理）

反过来，也成立。

特别地，设x_1、x_2是方程$x^2+px+q=0$的两个根，那么$\begin{cases}x_1+x_2=-p\\ x_1\cdot x_2=q\end{cases}$

反过来，也成立。

3. 简单的高次方程

有些特殊的一元高次方程，可以通过特殊解法将高次方程转化为一元一次方程或一元二次方程来解。常用的解法如因式分解法、换元法等。

4. 分式方程

(1) 定义：分母里含有未知数的有理方程，叫做分式方程。

(2) 解法：一般是用一个含有未知数的整式（所有分母的最小公倍式）去乘方程的两边，将其转化为整式方程，再解这个整式方程。所得的解必然是这个整式方程的解，但它是不是原分式方程的解呢？不一定，因为去分母时，可能产生增根（它可能会使原分式的某个分母为零），所以解分式方程必须验根。

(3) 验根：验根是解分式方程的一个必要步骤。方法是将所得的解代入原方程的各分母，若分母均不为零，则它就是原分式方程的解，否则，它就是增根，应当舍去。

5. 无理方程（或根式方程）

(1) 定义：根号内含有未知数的方程叫做无理方程。

(2) 解法：一般是将无理方程两边同次乘方，化为有理方程，因此，可能产生增根，所以解无理方程必须验根，舍去增根。

(3) 验根：将求得的解代入原方程的两边，能使两边的值相等的未知数的值，就是原无理方程的解，否则就是增根，应当舍去。

（四）方程组

要求会解二元一次方程组、三元一次方程组；会解由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组；会解简单的由两个二元二次方程组成的方程组（主要指以下几种类型：用加减消元可消去某个未知数的；消去二次项的；至少有一个方程可分解成两个一次方程的）。

如：

(1) $\begin{cases}2x^2+y^2+x-y=12\\x^2+y^2-y=6\end{cases}$（加减消去 y 项）

(2) $\begin{cases}2x^2+4xy-2x-y+2=0\\3x^2+6xy-x+3y=0\end{cases}$（消去二次项）

(3) $\begin{cases}x^2-5xy+6y^2=0\\x^2+y^2+x-11y=2\end{cases}$（分解因式）

二、 例 题 解 析

（一）例 1 选择题（每题只有一个正确答案）

1. 如果 $1-\dfrac{4}{x}+\dfrac{4}{x^2}=0$，则 $x=$(　　)。

(A)4；　(B)±2；　(C)2；　(D)−2。

分析：是解分式方程，由方程特点又可转化为一次方程来解。

解法一：去分母得 $x^2-4x+4=0$，$(x-2)^2=0$，则 $x_1=x_2=2$，(分式方程必须验根，正确)故选(C)。

解法二：恒等变形为 $\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^2=0$，即 $x_1=x_2=2$，故应选(C)。

2. x 为实数，若 $|2x-1|=1-2x$，则 x 的取值范围是(　　)。

(A) $x\geqslant\dfrac{1}{2}$；　(B) $x\leqslant\dfrac{1}{2}$；　(C) $x\geqslant-\dfrac{1}{2}$；　(D) $x\leqslant-\dfrac{1}{2}$。

分析：由绝对值定义可知，若$|a|=a$，则$a\geqslant 0$；若$|a|=-a$，则$a<0$。

解：$|2x-1|=-(2x-1)=1-2x\geqslant 0$，解$1-2x\geqslant 0$，$x\leqslant\frac{1}{2}$，故应取(B)。

3. 如果方程$m(3x-1)+n(x+2)=7x$有无数个解，则m、n分别等于(　　)。

(A)$m=1,n=2$；　　(B)$m=0,n=1$；

(C)$m=1,n=0$；　　(D)$m=2,n=1$。

分析：只有当$ax=b$为$0\cdot x=0$时，x取值才是无数个。

解：原方程变形为$ax=b$形式，即

$(3m+n-7)x=2n-m$，则$\begin{cases}3m+n-7=0\\2n-m=0\end{cases}$解得$m=2,n=1$，故应选(D)。

4. 如果方程$5x^2+2x-3=-k(11x^2-11x+3)$有两个相等的实根，则$k=$(　　)。

(A)$k=4$或$k=-\frac{16}{11}$；　　(B)$k=-4$或$k=\frac{16}{11}$；

(C)$k=2$或$k=-\frac{16}{11}$；　　(D)$k=-2$或$k=\frac{16}{11}$。

分析：只有当判别式$\triangle=b^2-4ac=0$时，方程有两个相等的实根。

解：将方程转化为标准形式，即

$(5+11k)x^2+(2-11k)x+3(k-1)=0$

令$\Delta=0$，即$(2-11k)^2-4\times 3(5+11k)(k-1)=0$

化简得$11k^2-28k-64=0$，解得$k_1=4$，$k_2=-\frac{16}{11}$，故选(A)。

5. 已知方程组$\begin{cases}x-y=1\\x+y=a\end{cases}$，且$x>2y$，则$a$的取值范围是(　　)。

(A)$a>-3$；　　(B)$a<-3$；　　(C)$a>3$；　　(D)$a<3$。

分析：由题意可知先求出x、y的值，再使$x>2y$，解此不等式即可。

解：解方程组得$x=\frac{a+1}{2}$，$y=\frac{a-1}{2}$，代入不等式，即$\frac{a+1}{2}>a-1$，解不等式得$a<3$，故选(D)。

(二) 例2　填空题

1. 当$a<-2$时，$|1-a|+|2a+1|+|a|=$(　　)。

解：因为$a<-2$，故原式$=1-a-(2a+1)-a=-4a$。

2. 当$x<0$时，$\frac{|x|}{x}=$(　　)。

解：$x<0$时，$|x|=-x$，故原式$=-1$。

3. 已知$x^2+4x+6=a(x+1)^2+b(x+1)+c$，则($a=$　　，$b=$　　，$c=$　　)。

解：因两多项式恒等，它们对应项的系数应当相等，原式变形：

$x^2+4x+6\equiv ax^2+(2a+b)x+a+b+c$，

则$\begin{cases}a=1\\2a+b=4\\a+b+c=6\end{cases}$　　解得$a=1,b=2,c=3$。

4. 如果$2x+1<0$，则$\sqrt{4x^2-12x+9}+\sqrt{1+4x+4x^2}=$(　　)。

分析：$2x+1<0$，则$x<-\frac{1}{2}$，依此来确定根式的值。

解：由 $2x+1<0$，得 $x<-\frac{1}{2}$，故 $\sqrt{1+4x+4x^2}=\sqrt{(1+2x)^2}=-(1+2x)$；又由 $x<-\frac{1}{2}$，$\sqrt{4x^2-12x+9}=|2x-3|=3-2x$，

所以原式 $=-(1+2x)+(3-2x)=-4x+2$。

5. 已知 x^3+8x^2+5x+a 能被 $x^2+3x-10$ 整除，则 $a=$（ ）。

解：令 $x^3+8x^2+5x+a\equiv(x^2+3x-10)(x+b)$，则

$x^3+8x^2+5x+a\equiv x^3+(3+b)x^2+(-10+3b)x+(-10b)$

由上等式得：$\begin{cases}3+b=8,\\-10+3b=5,\\-10b=a\end{cases}$ 解得：$a=-50$。

（三）例 3 解答题（包括证明题）

1. 计算 $|x-1|+|x-3|$。

思路：去掉绝对值符号的方法有：(1)定义法；(2)平方法；利用 $|a|=\sqrt{a^2}$；(3)零点区间法。

解法一：依据绝对值定义，

$|x-1|=\begin{cases}x-1,(x\geqslant1)\\1-x,(x<1)\end{cases}$；$|x-3|=\begin{cases}x-3,(x\geqslant3)\\3-x,(x<3)\end{cases}$

由此可见，1，3 将数轴分成三个区间，于是：

原式 $=\begin{cases}1-x+3-x=4-2x & (x<1);\\x-1+3-x=2 & (1\leqslant x\leqslant3);\\x-1+x-3=2x-4 & (x>3)。\end{cases}$

解法二：零点区间法，

令 $x-1=0$，$x-3=0$，解得 $x_1=1$，$x_2=3$，则 1，3 把数轴分成三个区间：$x<1$，$1\leqslant x\leqslant3$，$x>3$。在这三个区间内原式的值为：

$$原式:\begin{cases}1-x+3-x=4-2x & (x<1);\\x-1+3-x=2 & (1\leqslant x\leqslant3);\\x-1+x-3=2x-4 & (x<3)。\end{cases}$$

2. x 为何值时，$\frac{1-2|x|}{2x^2-3x-2}$ 的值为零。

分析：此类问题必须满足分子 $=0$，同时分母 $\neq0$。所以应解方程组

$\begin{cases}1-2|x|=0\\2x^2-3x-2\neq0\end{cases}$，即 $\begin{cases}|x|=\frac{1}{2}\\\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-2)\neq0\end{cases}$

得 $x=\frac{1}{2}$，即当 $x=\frac{1}{2}$ 时，分子等于 0，分母 $\neq0$，原式 $=0$。

3. $\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-2}=\frac{3x-9}{(x^2-1)(x-2)}$，求 A、B、C 的值。

分析：等式两边分子对应项的系数相等，依此列出关于 A、B、C 的方程组。

解：原式恒等变形后得：

$$\frac{(A+B+C)x^2+(-A-3B)x+(-2A+2B-C)}{(x^2-1)(x-2)}$$

$=\frac{3x-9}{(x^2-1)(x-2)}$，等式两边的分子对应项的系数相等，

即$\begin{cases}A+B+C=0\\-A-3B=3\\-2A+2B-C=-9\end{cases}$　解得$\begin{cases}A=3\\B=-2\\C=-1\end{cases}$

答：$A=3,B=-2,C=-1$。

4. k为何值时，方程$(k^2-1)x^2-6(3k-1)x+72=0$有两个不相等的正整数根。

解：用因式分解最简单（十字相乘法）

$$\begin{array}{ccc} k+1 & \times & -12 \\ k-1 & & -6 \\ \hline \multicolumn{3}{c}{-6(k+1)-12(k-1)} \end{array}$$

故原方程为：$[(k+1)x-12][(k-1)x-6]=0$

由$(k+1)x-12=0,(k-1)x-6=0$

分别解得：$x_1=\dfrac{12}{k+1}$；$x_2=\dfrac{6}{k-1}$。显然，只有当$k=2$时，方程有两个不相等的正整数根。

5. 设a、b、c是三角形的三条边，并且方程$(c-b)x^2+2(b-a)x+(a-b)=0$有两个相等的实根，求证此三角形是等腰三角形。

分析：通过方程有两个相等实根的特点，证得$a=b$，或$b=c$，或$a=c$即可。

证明：由已知可得

$$\begin{aligned}\Delta &=[2(b-a)]^2-4(c-b)(a-b)\\&=4(a^2-2ab+b^2)-4(ac-ab-cb+b^2)\\&=4(a^2-ab-ac+bc)=4(a-c)(a-b)\end{aligned}$$

只有$a=c$或$a=b$时，$\Delta=0$，所以此三角形是等腰三角形。

6. 若$(x-z)^2-4(x-y)(y-z)=0$，试求$x+z$与y的关系。

分析：依题意，可将左式配成“$x+z$”的形式，再由等式讨论关系。

解法一：原式变形得

$x^2-2xz+z^2-4xy+4y^2+4xz-4yz=0$

则$(x+z)^2-4y(x+z)+4y^2=0$

即$[(x+z)-2y]^2=0$，得$x+z=2y$

解法二：因为$(x-y)+(y-z)=x-z$

由已知得$(x-z)^2=4(x-y)(y-z)$

代入上式得：$[(x-y)+(y-z)]^2-4(x-y)(y-z)=0$，

展开合并后得：$(x-y)^2-2(x-y)(y-z)+(y-z)^2=0$，

即$[(x-y)-(y-z)]^2=0$，故$(x-y)-(y-z)=0$，则$x+z=2y$。

7. 解方程组$\begin{cases}\dfrac{10}{x+y}+\dfrac{3}{x-y}=-5\\[2mm]\dfrac{15}{x+y}-\dfrac{2}{x-y}=-1\end{cases}$

分析：依据原方程组的特点可用换元法。

解：令$\dfrac{1}{x+y}=u,\dfrac{1}{x-y}=v$，代入原方程组

$\begin{cases}10u+3v=-5\\15u-2v=-1\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}u=-\dfrac{1}{5}\\v=-1\end{cases}$ 代回假设得：$\begin{cases}\dfrac{1}{x+y}=-\dfrac{1}{5}\\\dfrac{1}{x-y}=-1\end{cases}$

即 $\begin{cases}x+y=-5\\x-y=-1\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-3,\\y=-2\end{cases}$，经检验：$\begin{cases}x=-3\\y=-2\end{cases}$ 是原方程组的解。

注意：分式方程在转化为整式方程的过程中容易产生增根，故必须验根。

8. 解方程组

$$\begin{cases}x^2-y^2=1 & (1)\\(x-y)^2-2(x-y)-3=0 & (2)\end{cases}$$

解：由(2)分解因式得：

$$[(x-y)-3][(x-y)+1]=0,$$

所以有 $x-y-3=0$ 与 $x-y+1=0$，分别与(1)组成以下方程组：

$$\begin{cases}x^2-y^2=1\\x-y-3=0\end{cases} \quad 与 \quad \begin{cases}x^2-y^2=1\\x-y+1=0\end{cases}$$

用代入法解上述两个方程组分别得下面的解：$\begin{cases}x=\dfrac{5}{3}\\y=-\dfrac{4}{3}\end{cases}$；$\begin{cases}x=-1\\y=0\end{cases}$

两者均是原方程组的解。

9. 如果方程 $x^2+mx+n=0$ 和 $x^2+px+q=0$ 有一个公共根，求以它们的不相同根为根的一元二次方程。

解：设两方程相同根是 x_1，不同两根为 x_2 与 x_3。依题意有：

$$\begin{cases}x_1^2+mx_1+n=0 & (1)\\x_1^2+px_1+q=0 & (2)\end{cases}$$

(1)－(2)得：$(m-p)x_1+(n-q)=0$，则 $x_1=\dfrac{q-n}{m-p}$　　(3)

依韦达定理，由两方程分别得 $x_1\cdot x_2=n$　　(4)

$$x_1\cdot x_3=q \qquad (5)$$

将(3)代入(4)、(5)分别得 $x_2=\dfrac{n(m-p)}{q-n}$，$x_3=\dfrac{q(m-p)}{q-n}$

由韦达定理求：

$$x_2+x_3=\frac{n(m-p)}{q-n}+\frac{q(m-p)}{q-n}=\frac{(m-p)(n+q)}{q-n}$$

$$x_2\cdot x_3=\frac{nq(m-p)^2}{(q-n)^2}$$

因此所求的一元二次方程是

$$x^2-\frac{(m-p)(n-q)}{q-n}x+\frac{nq(m-p)^2}{(q-n)^2}=0$$

10. 已知 $x=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$，$y=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$，求 $3x^2-5xy+3y^2$ 的值。

思路：首先将根式化简，再依据原式恒等变形后的特点将化简后的根式代入，最后再化简。