

TARGET TRACKING AND INFORMATION FUSION

# TARGET TRACKING AND INFORMATION FUSION

TARGET TRACKING  
AND  
INFORMATION  
FUSION

# 目标跟踪与信息融合

夏佩伦 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

# 目标跟踪与信息融合

## Target Tracking and Information Fusion

夏佩伦 编著

国防工业出版社

·北京·

## 内 容 简 介

本书介绍了军事应用背景下目标跟踪和信息融合的主要问题、理论和技术。全书共分8章。第1章探讨多传感器目标检测的融合。第2章介绍概率推理和证据推理,该章有一个关于 Dempster-Shafer 证据论的结论:该理论是存在致命缺陷的、不可信的。第3章介绍模糊推理。第4章介绍的是目标跟踪的基础,即目标跟踪模型,包括目标动态模型和传感器测量模型。第5章介绍目前目标跟踪应用中的富于挑战性的问题:机动目标跟踪。第6章介绍多传感器多目标跟踪的核心内容:数据关联。第7章介绍多传感器航迹融合。第8章对潜艇这一特殊军事平台面临的目标跟踪和信息融合问题作了一些探讨。

本书可用作研究生教材,也可作为有关科技、工程人员的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

目标跟踪与信息融合 / 夏佩伦编著. —北京:国防工业出版社,2010.4

ISBN 978-7-118-06566-4

I. ①目... II. ①夏... III. ①潜艇雷达-雷达目标-雷达跟踪-研究 IV. ①TN959.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 024186 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

\*

开本 710×960 1/16 印张 19 字数 342 千字

2010年4月第1版第1次印刷 印数1—4000册 定价48.00元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

# 前 言

目标跟踪和信息融合是军事控制和决策系统最基本的两项功能。目标跟踪就是利用传感器探测的目标信息来确定目标的位置和运动参数,如目标的位置、速度、航向、加速度等。信息融合是综合利用多个来源的信息,从中提取某种意义上质量高于任何单一信息的综合信息的过程。这里综合信息质量提高的含义是广泛的,它可以指提高信息的精度,也可以是降低信息中的模糊性,还可以指衍生新的信息。

在现代军事系统中,目标跟踪和信息融合是紧密联系在一起的事实。事实上,信息融合起源于军事多传感器系统,当时称为数据融合或传感器融合。其中最早面临的问题、也是最核心的问题就是多传感器多目标跟踪问题。由于信息融合与目标跟踪之间的这种渊源关系,把它们放在一起研究是有益的,本书正是朝这个方向的一种尝试。

现代军事系统面临的目标跟踪和信息融合问题是极富挑战性的。信息源多、信息类型杂、信息量巨大、信息质量差且富含诱骗,要从这样的信息环境中快速、准确、完整地提取出我们所感兴趣的战场态势和环境图景来,难度极大,需要解决的问题极多。

本书就其中的一些核心问题进行了探讨,主要研究了在上述应用环境下获取目标运动和身份两类信息的有关技术和方法。全书共分8章。第1章探讨多传感器目标检测的数据融合,主要介绍了利用分布式多传感器探测目标的结果,来综合得出目标是否存在的判决技术。接下来的两章介绍被广泛应用于目标身份信息融合的不确定性推理技术。其中第2章介绍概率推理和证据推理。概率推理以概率论和经典的 Bayes 定律为基础,对“发生与否不确定”的多源信息进行综合。证据推理则以 Dempster - Shafer 证据论为基础,试图对含有“分不开”和“不知道”这样缺陷的多源信息进行综合。然而,该章中的研究结论却表明:近年来广为人们追捧的证据论是存在致命缺陷的、不可信的。第3章介绍模糊推理,它以 Zadeh 模糊集合论为基础,处理现实推理问题中广泛存在的信息模糊性,即解决推理所涉信息存在“内涵或外延不清晰”这类缺陷的问题。第4章介绍的是目标跟踪模型,包括目标动态模型和传感器测量模型,这是目标跟踪研究

的基础,但其重要性常被忽视。第5章介绍机动目标跟踪,这是目前目标跟踪领域富于挑战性的研究分支。第6章介绍数据关联,所要解决的问题是在存在杂波(虚警、假目标)、漏检以及密集目标的复杂环境下,确定传感器的测量数据的来源问题。这是多传感器多目标跟踪的核心内容,也是多目标跟踪其他工作(如目标运动状态估计)的基础。第7章介绍多传感器航迹融合,即在关联的基础上综合目标航迹。介绍了几种基本的融合技术、以及一个分布式多传感器多目标跟踪应用例子。第8章对潜艇这一特殊军事平台面临的信息融合和目标跟踪问题作了一些探讨,其中的主要内容是作者近年来的研究成果的一个总结。

本书对目标跟踪和信息融合的有关基础性知识和概念没有进行系统介绍。这部分内容有较多的参考书,如 Van Trees 有关目标检测、Waltz 与 Llinas 有关多传感器数据融合的经典著作。

需要说明的是,目标跟踪和信息融合领域的发展日新月异,新方法、新技术层出不穷。本书所涉内容是十分有限的。尽管如此,作者仍希望本书能给感兴趣的读者以帮助和启发。作者尤其希望本书能激发青年学生和学者的兴趣,从而参与到这一领域的研究、开发和应用中来,为我国在该领域赶超世界先进水平而共同努力。

本书参考、借用了国内外许多同行的研究成果,作者在此对他们一并表示衷心感谢。本书的出版得到了海军潜艇学院专著出版基金的资助,非常感谢海军潜艇学院有关领导和同志们的支持。海军潜艇学院胡均川教授、李长文副教授对本书进行了严格细致的审稿,提出了许多建设性修改意见和建议。国防工业出版社为本书的出版提供了种种便利,责任编辑崔晓莉付出了大量辛勤劳动。作者对他们致以深深谢意。

编写本书是作者一个多年的梦想。然而,在具体的编写过程中,作者体会到了编写这种“专业书籍”的种种痛苦。这种痛苦源自于对自身知识、水平的不自信,源自于可能愧对读者期待的焦虑,源自于永远无法追上新技术发展步伐的无奈。在数年的时间里,作者只有不断通过“争取更好一点”的努力来舒缓这种痛苦。但愿痛苦的历练过后能在见到新书一刻品尝到收获者常有的那种满足与快乐。

尽管设法力求完美,本书肯定还会有种种的不足甚至错误的地方,诚恳欢迎读者批评、指正。作者的 e\_mail 邮箱为 peilunxia@126.com。

夏佩伦

2009年11月于青岛

# 目 录

<b>第 1 章 多传感器目标检测的融合</b> .....	1
1.1 假设检验 .....	2
1.2 判决准则 .....	9
1.3 分布式多传感器目标检测 .....	12
1.4 多传感器检测系统的最佳融合 .....	23
1.5 带分布式数据融合的分布式 Bayes 假设检验 .....	25
1.6 表决融合 .....	29
参考文献 .....	35
<b>第 2 章 概率推理与证据推理</b> .....	36
2.1 概率论基础 .....	36
2.2 概率推理在目标身份信息融合中的应用 .....	39
2.3 对概率推理的评述 .....	40
2.4 证据论的发展原动力与基本概率分配 .....	41
2.5 确信度和似信度 .....	43
2.6 证据的合成 .....	45
2.7 D - S 证据推理过程 .....	47
2.8 证据推理不可信性的分析 .....	48
参考文献 .....	51
<b>第 3 章 模糊推理</b> .....	53
3.1 模糊集合的运算和性质 .....	54
3.2 模糊集合与经典集合的关系 .....	60
3.3 模糊关系及其合成 .....	63
3.4 模糊度与相似度 .....	66
3.5 模糊推理的基本思想 .....	67

3.6	基本模糊推理方法 .....	70
3.7	Mamdani 模糊推理方法 .....	72
3.8	利用模糊推理的目标跟踪 .....	75
	参考文献 .....	80
<b>第4章</b>	<b>目标跟踪模型 .....</b>	<b>81</b>
4.1	机动目标跟踪的数学模型 .....	81
4.2	非机动目标动态模型 .....	82
4.3	坐标解耦的目标机动模型 .....	83
4.4	2D 水平运动模型 .....	95
4.5	3D 运动模型 .....	102
4.6	传感器坐标系下的测量模型 .....	108
4.7	不同坐标系下的跟踪 .....	110
4.8	混合坐标系下的线性化模型 .....	114
4.9	直角坐标系下的模型 .....	119
4.10	伪测量模型 .....	127
4.11	结束语 .....	132
	参考文献 .....	134
<b>第5章</b>	<b>机动目标跟踪 .....</b>	<b>137</b>
5.1	可调整水平过程噪声 .....	138
5.2	输入估计 .....	140
5.3	变状态维方法 .....	144
5.4	多模型方法 .....	146
	参考文献 .....	161
<b>第6章</b>	<b>数据关联 .....</b>	<b>162</b>
6.1	概率数据关联 .....	162
6.2	联合概率数据关联 .....	170
6.3	多假设跟踪 .....	172
6.4	多目标数据关联的多维分配算法 .....	186
6.5	一种多传感器多目标航迹的静态关联方法 .....	193
	参考文献 .....	197

<b>第 7 章 多传感器航迹融合</b> .....	199
7.1 融合模式与一种数据融合方法 .....	199
7.2 基于 LMMSE 的多传感器航迹融合 .....	203
7.3 一个分布式多目标跟踪传感器网 .....	207
7.4 分布估计 .....	208
7.5 多假设多目标跟踪 .....	219
7.6 分布多目标跟踪 .....	226
参考文献 .....	235
<b>第 8 章 潜艇目标跟踪与信息融合</b> .....	237
8.1 潜艇多传感器系统及信息特点 .....	237
8.2 融合系统基本框架结构 .....	239
8.3 潜艇信息融合的若干问题 .....	243
8.4 潜艇仅方位目标跟踪系统建模 .....	248
8.5 伪线性仅方位目标跟踪估计器的有偏性 .....	253
8.6 仅方位目标跟踪系统的观测性 .....	257
8.7 己艇机动优化 .....	263
8.8 仅角度目标跟踪与坐标系 .....	268
8.9 编队目标的仅方位跟踪 .....	276
8.10 多方位一速度法解算目标运动参数 .....	282
8.11 潜艇对机动目标跟踪和攻击的若干问题 .....	287
参考文献 .....	294



# 第 1 章 多传感器目标检测的融合

目标检测是目标跟踪和融合的前提。因此,目标检测是跟踪系统传感器的基本功能。从技术的角度讲,对探测传感器而言,目标检测实质上可以归结为一个判决问题。即传感器进行一个探测,其敏感单元获取到一个物理信号,其判决处理单元要根据该信号来作出一个判决,判断目标是否存在。

毫无疑问,传感器的判决结果会受到许多因素的影响和干扰。因此,判决结果可能正确,也可能错误。人们当然希望判决结果正确的概率高、错误的概率低。一般用检测概率来表示正确结果的概率,它是指目标确实存在,且传感器判决为目标存在的概率。用虚警概率和漏检概率来表示错误结果的概率。虚警是指目标不存在,但传感器判决为存在;漏检则相反,目标实际是存在的,但传感器判决为不存在。

单个传感器目标检测问题的研究相对成熟,其重要标志是 Van Trees 的经典著作<sup>[1]</sup>,它至今仍是该问题最具权威性的文献。当然,还有一些值得参考的文献,如 Whalen 的文献<sup>[2]</sup>。

军事对抗技术的发展使得目标检测问题变得越来越复杂和困难,这迫使人们采用多传感器系统来应对。通过不同地理位置配置、不同探测物理媒介等的传感器组合来改善检测的效果,如提高检测精度、减小检测错误、消除诱骗干扰等。在这样的多传感器目标检测系统中,每个传感器都会得到检测信号,都可能会作出一个目标是否存在的判决。因此,自然有一个对各个传感器的信号或判决进行综合的问题,即综合地判断目标是否存在。这就是多传感器目标检测问题。

如今分布式多传感器系统的目标检测问题已经成为信息融合的一个重要分支。这个研究方向的一本值得推荐的参考书是 Dasarathy 的文献<sup>[3]</sup>,其中收录了 1992 年以前该领域中的主要研究成果。

本章首先介绍目标检测判决的重要数理统计工具——假设检验,然后介绍几种常用的统计判决准则。在此基础上,介绍分布式多传感器目标检测的开拓性工作,即 Tenney 和 Sandell 开创的将经典的 Bayes 检测理论应用于分布式多传感器目标检测系统的工作<sup>[4]</sup>。他们构建了这一研究路子的框架,提出了需要研

究的问题,但并没有真正得出最优的融合策略。这一工作在 Chair 和 Varshney 那儿得到了延续和深化<sup>[5,6]</sup>。本章接着介绍了他们的两项重要工作。本章最后介绍的是一种简单的非统计方法,即表决融合,它也可以用于多传感器目标检测的融合。

## 1.1 假设检验

假设检验是进行判决的极其重要的统计工具之一。假设即是所考虑可能判决的陈述,例如雷达检测问题,可以选用两个假设,即目标存在和目标不存在两个假设。对应每一假设都存在可能结果的一种概率描述,将它同判决在平均意义上要满足的“最佳”准则或标准联系起来,使得在上面规定了实验结果的样本空间对分(指两个假设的情况),这种对分即代表了从属于所用“最佳”准则的最优判决规则。

### 1.1.1 假设检验的基本原理

以一个简单的例子来加以说明。假定二元通信系统在时间间隔  $T_s$  内,或者发射一个单位振幅的脉冲  $s(t)$ ,或者不发射信号。在接收机处,噪声  $n(t)$  不可避免地加到信号上。问题在于要根据对  $r(t) = s(t) + n(t)$  的一次观测,来判断信号究竟是否存在。图 1-1-1 描述了这种情形。如果在间隔  $(a, b)$  内选取的样本不止一个,则判断会更加可靠,这将在稍后考虑。我们称零假设 ( $H_0$ ) 为没有信号的事件,另一个假设 ( $H_1$ ) 为出现了一个 1V 信号的事件。统计上,这两个假设一个称为原假设,另一个称为备择假设。具体哪个作原假设并无限制,但在实际中有一些基本的确定原则。这一点在本节后面还会提到。这里我们假定它们是这样规定的:

原假设  $H_0$ : 信号不存在 [  $r(t) = n(t)$  ];

备择假设  $H_1$ : 信号存在 [  $r(t) = 1 + n(t)$  ]。

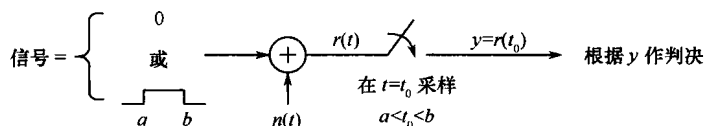


图 1-1-1 一次观测接收机

依据一次观测结果  $y = r(t_0)$ ,我们必须选择其中的一个假设,因而必须选取一个作出判决的准则。合理的准则是,选择一次观测后最可能出现的那个假设。分别用符合  $P(H_0|y)$  和  $P(H_1|y)$  表示给定一个采样  $y$  后两个可能假设的

条件概率,该概率称为后验概率。因此最可能出现假设的准则称为最大后验概率准则。具体的判决规则是,若

$$P(H_0|y) > P(H_1|y) \quad \text{或} \quad \frac{P(H_0|y)}{P(H_1|y)} > 1 \quad (1-1-1)$$

则选择  $H_0$ , 否则选择  $H_1$ 。

判决规则也可用概率密度函数表示,这样做往往更加便于处理。此时,判决规则表示为,若

$$P(H_0|y \leq Y \leq y + dy) > P(H_1|y \leq Y \leq y + dy) \quad (1-1-2)$$

则选择  $H_0$ , 否则选择  $H_1$ 。利用条件概率的定义,即

$$P(H_0|y \leq Y \leq y + dy) = \frac{P(y \leq Y \leq y + dy | H_0) P_0}{P(y \leq Y \leq y + dy)} \quad (1-1-3)$$

式中,  $P_0$  是  $H_0$  为真的概率,而  $H_1$  为真的概率  $P_1$  则等于  $1 - P_0$ , 它们都称作先验概率。将随机变量  $Y$  的概率密度函数表示为  $p(y)$ , 于是,  $P(y \leq Y \leq y + dy) = p(y) dy$ 。类似地,  $P(y \leq Y \leq y + dy | H_0)$  也可用  $p_0(y) dy$  代替。因此

$$P(H_0|y \leq Y \leq y + dy) = \frac{p_0(y) dy P_0}{p(y) dy} \quad (1-1-4)$$

在  $dy$  任意小的极限情况下,

$$P(H_0|y) = \frac{p_0(y) P_0}{p(y)} \quad (1-1-5)$$

类似地

$$P(H_1|y) = \frac{p_1(y) P_1}{p(y)} \quad (1-1-6)$$

这样,判决规则可写成,若

$$\frac{p_0(y) P_0}{p_1(y) P_1} > 1 \quad \text{或} \quad \frac{p_0(y)}{p_1(y)} > \frac{P_1}{P_0} \quad (1-1-7)$$

则选择  $H_0$ 。

此式的倒数亦可应用,其判决规则叙述为,若

$$\frac{p_1(y)}{p_0(y)} \geq \frac{P_0}{P_1} \quad (1-1-8)$$

则选择  $H_1$ , 否则选择  $H_0$ 。比值  $p_1(y)/p_0(y)$  称为似然比,它在假设检验的应用中相当重要。以这一比值为根据的检验称为似然比检验。函数  $p_1(y)$  及  $p_0(y)$  统称似然函数。以后会看到,后面还会采用其他的“最佳”准则,它们中也将包

含似然比。

对于上面的例子,假定噪声是零均值和单位方差的 Gauss 分布。有了这一假定,就可以计算似然比了。若  $H_0$  为真,即没有信号出现,则  $y$  的密度函数与噪声的密度函数相同,即

$$p_0(y) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} e^{-y^2/2} \quad (1-1-9)$$

否则的话,应有  $H_1$  为真,即存在一个 1V 信号。此时  $y$  仍为 Gauss 分布,但均值为 1,即

$$p_1(y) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} e^{-(y-1)^2/2} \quad (1-1-10)$$

若用  $lr(y)$  表示似然比,则有

$$\frac{p_1(y)}{p_0(y)} = lr(y) = \frac{e^{-(y-1)^2/2}}{e^{-y^2/2}} = e^{y-\frac{1}{2}} \quad (1-1-11)$$

至此可得出判决规则,即若

$$e^{y-\frac{1}{2}} \geq \frac{P_0}{P_1} \quad (1-1-12)$$

则选择  $H_1$ 。定义一个对数似然比往往会带来方便,它是似然函数的自然对数。由于  $\ln x$  是  $x$  的单调上升函数,不等式仍然成立。

采用对数似然比的判决准则变为,若

$$y - \frac{1}{2} \geq \ln(P_0/P_1) \quad \text{即} \quad y \geq \frac{1}{2} + \ln(P_0/P_1) \quad (1-1-13)$$

则选择  $H_1$ 。这一事例中,样本  $y$  称为检验统计量。因此,接收机在最大后验意义上是最佳的。它对信号采样并使之同门限比较,若样本大于  $1/2 + \ln(P_0/P_1)$ ,便假定发送的是 1,否则是 0(见图 1-1-2)。

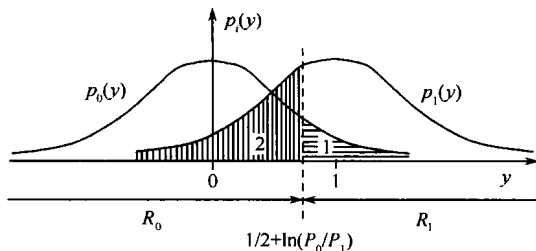


图 1-1-2 条件概率密度函数及样本空间的划分

由于  $y$  可在  $(-\infty, \infty)$  的范围内任意取值, 所以样本空间为整个实数轴。上述结果意味着以  $1/2 + \ln(P_0/P_1)$  作分界点, 把实数轴分为两部分, 如图 1-1-2 所示。落入区域  $R_0$  的样点属于选择  $H_0$ ; 落入区域  $R_1$  的样点属于选择  $H_1$ 。为了得到简明的综合表示方法, 把选择假设  $H_0$  和  $H_1$  的判决仍分别用  $H_0$  和  $H_1$  表示, 现在可以定量地求出接收机性能。

可能造成的判决错误有两种类型。实际上信号不存在, 而判决结果为信号存在, 称为第一类错误, 其概率记为  $P(H_1|H_0)$ , 用  $P_{e1}$  表示, 相当于图 1-1-2 中的面积 1, 该概率也称虚警概率; 在目标检测中, 第一类错误相当于把没有目标说成有目标。实际上信号存在, 而判决结果为信号不存在, 称为第二类错误, 其概率记为  $P(H_0|H_1)$ , 用  $P_{e2}$  表示, 相当于图 1-1-2 中的面积 2, 该概率也称漏检概率。还经常要用到正确判决概率  $P(H_1|H_1)$ , 即  $H_1$  为真又选择了  $H_1$  的概率, 称为检测概率, 用  $P_d$  表示, 它等于  $1 - P_{e2}$ 。统计学上虚警概率称为检验的尺度, 检测概率称为检验的功效。

借助于图 1-1-2, 很容易确定两类错误的概率。虚警概率就是  $H_0$  为真而  $y \geq 1/2 + \ln(P_0/P_1)$  的概率。在  $H_0$  为真的条件下, 应用密度函数  $p_0(y)$  得到

$$P_{e1} = P(H_1 | H_0) = \int_{R_1} p_0(y) dy = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-y^2/2} dy \quad (1-1-14)$$

其中  $\lambda$  是检验门限, 在上面的例子中, 有

$$\lambda = 1/2 + \ln(P_0/P_1) \quad (1-1-15)$$

类似地, 当  $H_1$  为真时,

$$P_{e2} = P(H_0 | H_1) = \int_{R_0} p_1(y) dy = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^{\lambda} e^{-(y-1)^2/2} dy \quad (1-1-16)$$

最后, 平均错误概率(用  $P_e$  表示)为

$$P_e = P_0 P(H_1 | H_0) + P_1 P(H_0 | H_1) \quad (1-1-17)$$

若假定  $H_0$  和  $H_1$  等先验概率, 即  $P_0 = P_1$ , 则  $R_1$  便是实数轴上大于  $1/2$  的区域, 此时有

$$P(H_1 | H_0) = P(H_0 | H_1) \quad (1-1-18)$$

### 1.1.2 假设检验应用的一些问题

根据上面的介绍, 假设检验可以作如下的概括<sup>[7]</sup>。以二元假设检验问题为例, 它是基于样本观测值和一定规则在统计意义下决定下面两个假设中何者为

真的过程。

原假设  $H_0$ :  $\theta \in \Theta_0$

备择假设  $H_1$ :  $\theta \in \Theta_1$

其中参数集  $\Theta_0$  和  $\Theta_1$  ( $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \Phi$ ,  $\Phi$  表示空集) 表征了某一随机变量  $y$  的可能分布, 当然, 已知  $y$  的一样本观测值集 (称为  $y$  的实现, 并用  $Y$  表示)。问题是要利用  $Y$  来判断两个假设  $H_0$  和  $H_1$  谁为真。

由于  $Y$  的元素也是随机变量, 因此不能指望利用  $Y$  得到的检验结果百分之百地正确。检验错误不可避免。按照前面的说法, 检验错误有两类, 分别称为第一类错误和第二类错误, 其发生概率分别为

$$\text{第一类错误: } P_{e1} \triangleq P\{H_1 | H_0\} \quad (1-1-19)$$

$$\text{第二类错误: } P_{e2} \triangleq P\{H_0 | H_1\} \quad (1-1-20)$$

$$\text{检验功效: } P_d \triangleq P\{H_1 | H_1\} = 1 - P_{e2} \quad (1-1-21)$$

为了利用统计学的工具对  $H_0$  和  $H_1$  进行检验, 需要利用  $Y$  构造检验统计量  $T(Y)$ 。方法是, 根据需要设定  $T(Y)$  的门限值  $\lambda$ , 当  $T(Y)$  大于  $\lambda$  时, 拒绝  $H_0$ ; 当  $T(Y)$  小于  $\lambda$  时, 拒绝  $H_1$ 。即

拒绝  $H_0$ : 当  $T(Y) > \lambda$  时

拒绝  $H_1$ : 当  $T(Y) < \lambda$  时

对此, 自然会提出如下要求: 一是要求所构造的统计量  $T(Y)$  能充分反应  $Y$  中所包含的关于参数  $\theta$  的信息; 二是上述两类错误发生的概率能尽量小。理论和实践都表明, 满足这样的要求是困难的。在实践中这需要很好地进行折中, 而这样的技巧正是一些工程技术人员所缺乏的。

### 1. 假设设置

从两类误差的角度讲,  $H_0$  和  $H_1$  的地位是不对称的。因此,  $H_0$  和  $H_1$  的选择不是任意的, 而是要考虑实际问题对两类误差的要求。著名的 Neyman-Pearson 引理表明, 可以将第一类错误的概率控制得任意小, 但第二类错误的概率却无法控制。当然可以在给定最大的第一类错误允许概率的条件下得到最小的第二类错误的概率, 但这个概率可能很大。这是我们所不希望的, 但对此无能为力。因此,  $H_0$  和  $H_1$  的设置不是任意的。应该慎重地考虑, 以便能够控制人们一般更为关注的一类错误的概率。

由于第一类错误的概率可以控制, 因此有以下的选择  $H_0$  的三个原则:

- ① 使后果更为严重的错误成为第一类错误;
- ② 当需要得到对某一陈述的有力支持时, 将这一陈述的否定设置为  $H_0$ ;
- ③ 将普遍接受的假设设置为  $H_0$ 。

以目标检测为例,一般以“目标不存在”为原假设,“目标存在”为备择假设。这样,第一类错误就是目标实际不存在而检验结果是目标存在,即常说的“虚警”;第二类错误就是目标实际存在而检验结果是目标不存在,即所谓的“漏检”。这种假设设置自然是受一般信号检测的影响的。运用在军事系统中,这种假设设置是值得考虑的。目标检测虽然本质上也是一类信号检测问题,但有其特殊性。事实上,在很多的检测的应用场合,我们更关心“漏检”概率而不是“虚警”概率。例如,对于诸如防空系统、反导系统、预警系统、侦察系统,对“漏检”概率有更高的要求,因为从错误的严重性来看,宁愿受“虚警”之扰,而不愿被敌方导弹轻易突防。因此,往往要求将“漏检”概率控制在一定的限度内。

## 2. 检验门限的设置

理论上讲,检验门限(即 $\lambda$ )的设置是很简单的。在构造好检验统计量 $T(Y)$ 的条件下,只要给定允许的第一类错误的发生概率(用 $\alpha$ 表示), $\lambda$ 是很容易确定的。方法是:

$$P_{e1} \triangleq P\{H_1 | H_0\} = P\{T(Y) > \lambda\} \leq \alpha \quad (1-1-22)$$

满足 $T(Y) > \lambda$ 的 $Y$ 的集合称为拒绝域,表明若样本观测值属于该域时,应该拒绝 $H_0$ 。因此检验门限的设置实际上也就是确定拒绝域。归根结底,还是要确定第一类错误的允许发生概率。然而,这个概率要确定得合适并不容易,这正是实际问题的难点所在。

难点的关键还是在于两类错误的密切关联性。一般不能不顾第二类错误的发生概率而仅仅追求第一类错误的低概率。我们已经知道, $\alpha$ 可以控制在任意小,问题是 $P_{e2}$ 可能很大。事实上,检验门限设置得合适与否,关键是看它在难以判断的困难检验情况下(即两种假设为真的可能性很接近的情况下),是否仍能保证较高的检验功效。比如,在多传感器目标航迹关联应用中,当两传感器的两条目标航迹分得很开时,相关检验是很容易的。这时即使 $\alpha$ 控制得很小, $P_{e2}$ 可能仍不大。而当两条目标航迹比较接近时,检验将变得困难得多。这时 $\alpha$ 若设定得太小, $P_{e2}$ 肯定很大。这样做在实际中肯定是不合适的。如此看来,检验门限的设置是需要结合实际问题、综合考虑、反复试验方能解决的问题。

检验门限设置另一个值得注意的问题是门限与样本大小的关系。军事实际问题中,样本往往是在不断积累的,即 $Y$ 中的元素不断增加。比如,随着对目标搜索跟踪的进程,关于目标的信号越来越多,就是用于检验的样本越来越大。因此,本质上说,用于军事目的的假设检验问题多为序贯假设检验问题(即样本数量可变;相应的,样本数量不变称为非序贯假设检验问题)。

容易想象,序贯假设检验问题的检验门限应该是与样本大小有关的。并且在两类错误的同等容忍程度的条件下,该门限应随样本的增大而减小。

### 3. 统计量的构造

任何不直接包含总体未知因素的关于样本  $Y$  的函数(严格地说,应为 Borel 函数)都是统计量。因此,构造统计量可以有相当大的随意性。在所关心的假设检验问题中,既然要用统计量来对关于未知量  $\theta$  的假设进行检验,总是希望所构造的统计量能充分包含  $Y$  中的关于  $\theta$  的信息。即要求  $T(Y)$  是充分统计量。事实上,在另一类重要的统计推断问题——参数估计中,也有这样的要求。但这一基本要求却常被一些工程技术人员所忽视。

统计量的充分性可通过其定义直接来判断。设  $T(Y)$  是关于未知量  $\theta$  的统计量,若  $F[Y|T(Y), \theta]$  与  $\theta$  无关,则  $T(Y)$  是关于未知量  $\theta$  的充分统计量,其中  $F[\cdot]$  是总体分布函数。即,取定  $T(Y)$  后的上述条件分布函数的表达式中应不包含  $\theta$ 。

更方便、常用的判断方法是利用 Fisher-Neyman 准则(因子分解定理)。该准则指出, $T(Y)$  是关于未知量  $\theta$  的充分统计量的充要条件是: $Y$  的联合密度函数(似然函数)可按下面的形式分解:

$$f(Y|\theta) = \prod_{i=1}^n f(y_i, \theta) = g[T(Y), \theta]h(Y) \quad (1-1-23)$$

其中: $y_i(i=1, 2, \dots, n)$  为  $Y$  的元素; $g[\cdot]$  仅通过  $T(Y)$  依赖于  $Y$ ;  $h(\cdot)$  与  $\theta$  无关。

可以证明, $\theta$  的极大似然估计总是其充分统计量的函数。为这个原因,工程上常用  $\theta$  的极大似然估计子作其统计量,这种做法是有道理的。

前面提到的 Neyman-Pearson 引理说明,在给定第一类错误允许概率的条件下的一个最优检验(最大功效检验),使得到第二类错误的发生概率最小。该引理还给出了具体的检验统计量,这个统计量同似然函数有关。它对构造统计量应该是很有指导意义的。该引理指出,对于简单假设检验问题( $\theta_0$  和  $\theta_1$  皆只有一个元素),在给定  $P_{e1} \leq \alpha$  的条件下,极大化  $P_d$  (或极小化  $P_{e2}$ ) 的最优检验为:若  $lr < \lambda$ , 则拒绝  $H_1$ ; 或,若  $lr > \lambda$ , 则接受  $H_1$ 。其中,  $lr$  为称为似然比的检验统计量,其定义如下

$$lr(y) \triangleq \frac{p_1(y)}{p_0(y)} \quad (1-1-24)$$

而  $\lambda$  则由给定的  $\alpha$  确定,即

$$P\{lr(y) > \lambda\} = P_{e1} \leq \alpha \quad (1-1-25)$$

似然比统计量总是一种可供选择的统计量。



## 1.2 判决准则

### 1.2.1 Bayes 准则

上节的例子采用了最大后验概率准则,其中两类错误都没有特殊加权。这样做或多或少地假定了各类错误有同样大的危害性。然而在许多的实际应用中,各类错误的后果并非同等严重。以雷达系统为例,把目标存在说成不存在和把目标不存在说成存在,后果大不相同。为了反映它们的差别,可给各类错误定义代价。

定义  $C_{ij}$  为实际上假设  $H_j$  为真却选择了假设  $H_i$  的代价。一般来说,正确判决也可定出代价。通常可以定义  $C_{00}$  和  $C_{11}$  为零。同时,错误判决的代价应大于正确判决的代价,即有  $C_{10} - C_{00} > 0$  及  $C_{01} - C_{11} > 0$ 。

现在来确定平均代价或平均风险。假定只要实验结果处在区域  $R_0$ ,就选择假设  $H_0$ ;处在区域  $R_1$ ,就选择假设  $H_1$ 。设  $H_0$  和  $H_1$  的先验概率为  $P(H_0) = P_0$  和  $P(H_1) = P_1 = 1 - P_0$ 。平均代价或平均风险定义为

$$\begin{aligned} C = & P_0 [P(H_0 | H_0) C_{00} + P(H_1 | H_0) C_{10}] \\ & + P_1 [P(H_0 | H_1) C_{01} + P(H_1 | H_1) C_{11}] \end{aligned} \quad (1-2-1)$$

一个合理的准则是使平均代价最小。这样,就要选择  $R_0$  和  $R_1$  的范围,使得  $C$  最小。由于

$$P(H_1 | H_1) = 1 - P(H_0 | H_1) \quad (1-2-2)$$

$$P(H_1 | H_0) = 1 - P(H_0 | H_0) \quad (1-2-3)$$

将它们代入式(1-2-1),得到

$$C = P_0 C_{10} + P_1 C_{11} - P_0 (C_{10} - C_{00}) P(H_0 | H_0) + P_1 (C_{01} - C_{11}) P(H_0 | H_1) \quad (1-2-4)$$

用似然函数表示,有

$$P(H_0 | H_0) = \int_{R_0} p_0(y) dy \quad (1-2-5)$$

$$P(H_0 | H_1) = \int_{R_0} p_1(y) dy \quad (1-2-6)$$

代入式(1-2-4),得

$$C = P_0 C_{10} + P_1 C_{11} + \int_{R_0} [P_1 (C_{01} - C_{11}) p_1(y) - P_0 (C_{10} - C_{00}) p_0(y)] dy \quad (1-2-7)$$