卫生部规划教材

全国中等卫生学校教材

供四年制护理专业用

数学

秦兆里 主编

人民卫生出版社

全国中等卫生学校教材

供四年制护理专业用

数学

秦兆里　主编

编者（以姓氏笔画为序）
周玉华（河南省信阳卫生学校）
秦玉明（上海市卫生学校）
秦兆里（河南省信阳卫生学校）
程锡大（湖北省黄石卫生学校）

人民卫生出版社

数　　学

主　　编：秦兆里
出版发行：人民卫生出版社（中继线 67616688）
地　　址：（100078）北京市丰台区方庄芳群园 3 区 3 号楼
网　　址：http：//www．pmph．com
E - mail：pmph@pmph．com
印　　刷：四川新华印刷厂
经　　销：新华书店
开　　本：787×1092　1/16　印张：9.75　插页：1
字　　数：222 千字
版　　次：1999 年 8 月第 1 版　2000 年 5 月第 1 版第 3 次印刷
印　　数：30 001－60 000
标准书号：ISBN 7-117-03298-7/R·3299
定　　价：10.50 元

关于卫生部四年制中等护理专业教材的编写说明

为适应医学模式的转变和城乡人民对医疗卫生服务要求不断提高的需要，并着眼于21世纪护理人才培养，卫生部于1997年3月正式下发了《四年制中等护理专业教学计划》，为更好地贯彻新教学计划和教学大纲，保证四年制中等护理专业教学质量，在科教司领导下，教材办公室组织编写了四年制中等护理专业规划教材，教材编写以《四年制中等护理专业教学计划》为依据，紧紧围绕培养目标，突出护理的专业特征和专业需要，更注重学生整体素质的培养与提高，本套规划教材的主要特色是“突出护理、注重整体、加强人文、体现社区”；课程布局体现“先预防保健，后疾病护理”、“先健康人群，后患病个体”的规律。本次列入卫生部规划教材的品种如下：

1. 法理与卫生法律法规	张德林
2. 语文	郭常安
3. 英语	梁遇湑
4. 数学	秦兆里
5. 化学	曾崇理
6. 物理学	刘发武
7. 计算机应用基础	刘书铭
8. 生物化学	李宗根
9. 免疫学基础和病原生物学	肖运本
10. 病理学	梁树祥
11. 药物学	信长茂
12. 护理学基础	丁言雯
13. 心理学基础	潘蕴倩
14. 内科护理学	张培生
15. 护理伦理学	田荣云
16. 外科护理学	党世民
17. 中医基本常识	柴瑞霁
18. 儿科护理学	梅国建
19. 妇产科护理学	笪斯美
20. 五官科护理学	劳樟森

以上教材均由人民卫生出版社出版。

卫生部教材办公室

1999年3月

前　　言

本书是根据卫生部 1997 年 3 月颁发的《四年制中等护理专业教学计划》中的数学教学大纲的要求，以中等卫校护理专业学生学习基础课和专业课所具备的必要的数学知识为基础编写而成的。供护理专业使用。

本教材与所依据的教学大纲相对照有以下变动：将大纲的第二单元“函数”中集合、函数、反函数单列为教材的第一章，该章可安排 8 个学时；考虑到大纲第一单元“医用数学基础”这一概念涵盖很广，选取的内容不足以包容该单元的内涵，并为了照顾到教学内容的有序性，所以把这个单元的内容（对数、直线方程和直线型经验公式）与基本初等函数合并为教材的第二章，定名为“对数与基本初等函数”，该章可安排 12 个学时。以上变动是与教学大纲的主编秦玉明老师研讨并取得共识后作出的。

由于认识到提高学生空间思维能力的重要性，以及计算器的普及，在附录中写入了“投影与视图”和“计算器应用”两部分内容，供教师选用或学生自学。

全书共六章：函数，对数与基本初等函数，三角函数，排列、组合与二项式定理，概率初步，数列。书后设附录。为便于教师教学及学生课堂练习，在每小节后附一练习，每章后配置一定数量的习题。

在本书的编写中，得到河南省信阳卫生学校、上海市卫生学校、湖北省黄石卫生学校的有力支持，上海市教委教学研究室特级教师陈国麟同志为本书提供了附录中“计算器的使用”的编写资料，在此一并致谢。

本书系根据四年制护理专业教学大纲首次编写，恳请各校在使用时就结构、内容诸方面提出宝贵意见。

秦 兆 里

1999 年 3 月

目　录

第一章 函　数

一、集　合

(一) 集合的概念与表示法

1. 集合的概念

在人们的日常生活中，常常把具有某种特定性质的对象作为一个整体加以研究。例如：

(1) 某护士学校的全体学生；

(2) 某图书馆的全部藏书；

(3) 组成药片复合维生素 B 的药物成分；

(4) 小于 4 的所有自然数；

(5) 到一个角的两边等距离的点；

上面的几个例子有一个共同特点，就是每一个问题中所考察事物的对象（这里指学生、书、成分、数、点）都具有某种特定性质，这里所用的“全体”、“全部”和“所有”都是指具有某种特定性质的对象的总体。

我们把具有某种特定性质的对象的总体叫做**集合**，简称**集**。把组成某集合的每一个对象叫做这个集合的**元素**。

例如，上面例子中的（1）是由某护士学校的全体学生组成的集合，其中这个学校的每一个学生都是这个集合的元素；（3）是由药片复合维生素 B 的所有药物成分组成的集合，其中维生素 B_1、维生素 B_2、维生素 B_6、烟酰胺、右旋泛酸钙都是这个集合的元素；（4）是由小于 4 的所有自然数组成的集合，其中 1、2、3 都是这个集合的元素。

习惯上，我们用大写英文字母 A、B、C…表示集合，而用小写英文字母 a、b、c…表示集合的元素。

如果 a 是集合 A 的元素，就记为“$a \in A$”，读作“a 属于 A”；如果 a 不是集合 A 的元素，就记为“$a \notin A$”，读作“a 不属于 A”。

例如，在上面例（4）中，用 A 表示小于 4 的所有自然数组成的集合，则 $1 \in A$，$4 \notin A$。

由数组成的集合叫做**数集**。我们学过的数集有自然数集、整数集、有理数集和实数集，它们通常用以下符号表示：

自然数集记为 N；**整数集**记为 Z；**有理数集**记为 Q；**实数集**记为 R。

为了方便起见，我们还用 Q^+ 表示**正有理数集**；用 R^- 表示**负实数集**，等等。

在研究集合的有关问题时，常常要给定一个集合，一个“给定集合”的含义是指这个集合中的元素是确定的，就是说，根据集合的元素所具有的特定性质可以判断出哪些对象是它的元素，哪些对象不是它的元素。例如，集合 A 是大于 1 而小于 7 的偶数组成的集合，根据这个集合的元素特定性质可以判断出：$2 \in A$；而 $8 \notin A$。

对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的，就是说，集合中的任何两个元素都

是不同的对象，相同的对象归入任何一个集合时，只能算作这个集合的一个元素。

2．**集合的表示法**

表示集合的方法，常用的有列举法和描述法。

把属于这个集合的元素一一列举出来，写在大括号内，每个元素仅写一次，不考虑顺序，这种表示集合的方法叫做**列举法**。

例如，由1、1、2、3组成的集合可表示为 $\{1, 2, 3\}$ 或 $\{3, 2, 1\}$ 等。由于集合中每个元素只能写一次，因此，不能表示为 $\{1, 1, 2, 3\}$ 等。

当集合的元素很多，不需要或不能一一列出时，也可按照元素间的关系，只写出几个元素，其他用省略号表示。例如，小于100的自然数集可表示为 $\{1, 2, 3, \cdots, 99\}$；正奇数集可表示为 $\{1, 3, 5, \cdots, 2n-1, \cdots, n\in N\}$。

把属于某个集合的元素所具有的特定性质描述出来，写在大括号内，这种表示集合的方法叫做**描述法**。例如，小于4的自然数组成的集合，可表示为{小于4的自然数}。不等式 $2x-3>1$ 的所有解的集合，可表示为 $\{x|2x-3>1, x\in R\}$。括号内 | 的左边表示这个集合中元素的一般形式，右边表示集合中元素的特定性质。

以上所述的列举法和描述法，实际运用时究竟选用哪种表示法，要看具体问题而定。有些集合两种表示法都可选用，但有些集合只能用其中的一种方法表示。

（二）集合的种类、子集

1．**集合的种类**

集合可按它所含的元素的个数分为下列几种：

集合中所含的元素个数是有限个，这种集合叫做**有限集合**。例如，集合 $A=\{1, 2, 3\}$。

只含有一个元素的有限集合叫做**单元素集合**。例如，方程 $x-1=0$ 的解集 $\{1\}$ 就是单元素集合。又如，集合 $\{x|x+2=2, x\in R\}$ 也是单元素集合 $\{0\}$。

集合中所含的元素个数是无限个，这种集合叫做**无限集合**。例如，{到一个角的两边等距离的点}；又如，$\{(x, y)|y=x, x\in R\}$。

不含任何元素的集合叫做**空集**，记为 $\varnothing$。例如，方程 $x^2+1=0$ 在实数范围内的解集就是空集。

为叙述方便起见，我们把至少含有一个元素的集合叫做**非空集合**。

应该注意：空集 $\varnothing$ 与集合 $\{0\}$ 是两个不同的集合；而 a 与 $\{a\}$ 也是不同的概念，a 表示一个元素，$\{a\}$ 表示一个元素 a 组成的集合。

2．**子集**

对于集合：

$M=\{1, 2\}$，$N=\{1, 2, 3\}$；

$P=\{a, b, c\}$，$Q=\{c, b, a\}$

容易看出，集合 M 的任何一个元素都是集合 N 的元素，集合 P 的任何一个元素都是集合 Q 的元素。

一般地，对于两个集合 A 和 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的**子集**，记为 $A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$），读作“A 包含于 B”（或“B 包含 A”）。

对于一个非空集合 A，因为它的任何一个元素都是属于 A 本身，所以 $A \subseteq A$，也就是说，**任何一个非空集合是它本身的子集**。

由于空集是不含任何元素的集合，所以我们规定，**空集是任何集合的子集**，也就是说，对于任何集合 A 有 $\varnothing \subseteq A$。

如果集合 A 是集合 B 的子集，且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**，记为 $A \subset B$（或 $B \supset A$），读作“A 真包含于 B”（或“B 真包含 A”）。

例如，上面所举例子，即集合 $M=\{1, 2\}$，集合 $N=\{1, 2, 3\}$，这里集合 M 不但是集合 N 的子集，而且是集合 N 的真子集。即 $M \subset N$ 或者 $N \supset M$。

根据真子集的定义，还可以知道，**空集是任何非空集合的真子集**。

为了形象地说明集合之间的包含关系，常用圆（或任何封闭曲线围成的图形）表示集合，而用圆中的点表示该集合的元素，这样的图形叫做**文氏（Venn）图**。图 1-1 表示 A 是 B 的真子集。

对于集合 A、B、C，如果 $A \subset B$，$B \subset C$，那么 $A \subset C$（图 1-2）。

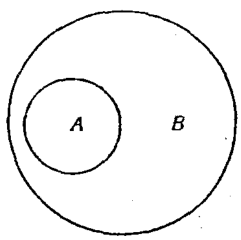


图 1-1

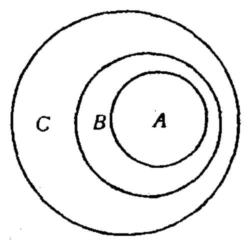


图 1-2

显然，自然数集 N、整数集 Z、有理数集 Q、实数集 R，有如下包含关系：

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

对于两个集合 A 和 B，如果 $A \subseteq B$，同时 $B \subseteq A$，那么我们就叫做**集合 A 和集合 B 相等**，记为 $A=B$，读作“A 等于 B”。

两个集合相等就表示这两个集合的元素完全相同。例如，$P=\{a, b, c\}$，$Q=\{c, b, a\}$，则 $P=Q$。又如 $A=\{x \mid x^2-5x+6=0, x \in R\}$，$B=\{2, 3\}$，则 $A=B$。

例 1 写出集合 $S=\{1, 2, 3\}$ 的所有子集与真子集。

解：S 的所有子集是：$\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{1, 2\}$，$\{1, 3\}$，$\{2, 3\}$，$\{1, 2, 3\}$。

S 的所有真子集是：$\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{1, 2\}$，$\{1, 3\}$，$\{2, 3\}$。

例 2 设 $A=\{x \mid -4 \leqslant x \leqslant 4, x \in R\}$，$B=\{x \mid -1<x<3, x \in R\}$，讨论集合 A 与集合 B 的包含关系。

解：由图 1-3 可以看出 B 是 A 的真子集，即 $A \supset B$。

（三）集合的运算

1. **交集**

设有集合 $A=\{1, 2, 4\}$，$B=\{2, 4, 6, 8\}$，由 A 与 B 两个集合的所有公共元素可以组成一个新的集合 $\{2, 4\}$。

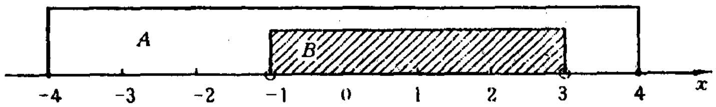


图 1-3

一般地，设有两个集合 A 和 B，由属于 A 又属于 B 的所有元素组成的集合，叫做 A 与 B 的**交集**，记为 $A\cap B$，读作"A 交 B"。即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}$$

用图 1-4 的阴影部分表示集合 A 与 B 的交集。

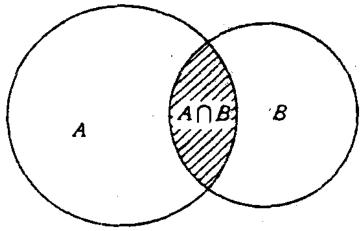


图 1-4

例如，设 $A=\{1, 2, 3, 6\}$，$B=\{1, 2, 5, 10\}$，则 $A\cap B=\{1, 2\}$。

从交集定义可以推出，对于任何一个集合 A，有 $A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$。

从交集定义还可以推出，对于任何两个集合 A 与 B，有 $A\cap B=B\cap A$。

例 1 设 $A=\{x\mid x<4, x\in R\}$，$B=\{x\mid x\geqslant -1, x\in R\}$，求 $A\cap B$。

解：$A\cap B=\{x\mid x<4, x\in R\}\cap\{x\mid x\geqslant -1, x\in R\}=\{x\mid -1\leqslant x<4, x\in R\}$，如图 1-5 所示。

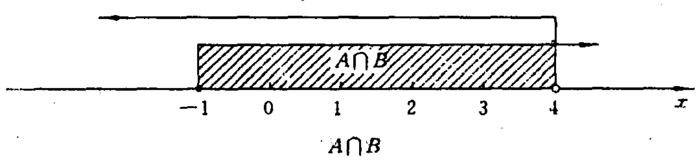


图 1-5

例 2 设 $A=\{$矩形$\}$，$B=\{$菱形$\}$，求 $A\cap B$。

解：$A\cap B=\{$矩形$\}\cap\{$菱形$\}=\{$正方形$\}$。

例 3 已知 A 为奇数集，B 为偶数集，Z 为整数集，求 $A\cap Z$；$B\cap Z$；$A\cap B$。

解：$A\cap Z=\{$奇数$\}\cap\{$整数$\}=\{$奇数$\}=A$

$B\cap Z=\{$偶数$\}\cap\{$整数$\}=\{$偶数$\}=B$

$A\cap B=\{$奇数$\}\cap\{$偶数$\}=\varnothing$

2. **并集**

设有集合 $A=\{3, 5, 6, 8\}$，$B=\{5, 7, 8, 10\}$。把 A 和 B 两个集合的所有元素合并在一起可以组成一个新的集合 $\{3, 5, 6, 7, 8, 10\}$。

一般地，设有两个集合 A 和 B，把所有属于 A 或属于 B 的元素组成的集合，叫做 A 与 B 的**并集**，记为 $A\cup B$，读作"A 并 B"。即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}$$

用图 1-6 的阴影部分表示集合 A 与 B 的并集。

从并集定义可以推出，对于任何一个集合 A，有 $A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$。

从并集定义还可以推出，对于任何两个集合 A 与 B，有 $A\cup B=B\cup A$。

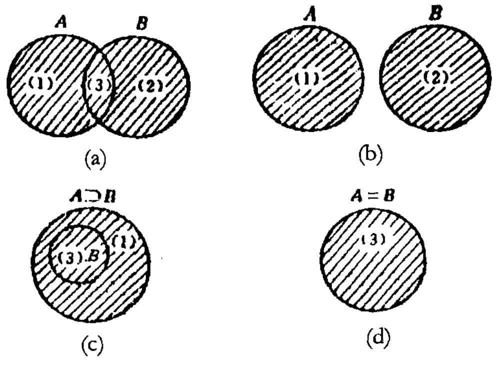


图 1-6

例 4 设 $A=\{x|-3<x<3\}$，$B=\{x|1<x<5\}$，求 $A\cup B$。

解：$A\cup B=\{x|-3<x<3\}\cup\{x|1<x<5\}=\{x|-3<x<5\}$。

例 5 设 $A=\{x|-5<x\leqslant-1\frac{1}{2}\}$，$B=\{x|x\leqslant-3\}$，求 $A\cup B$，$A\cap B$。

解：$A\cup B=\{x|-5<x\leqslant-1\frac{1}{2}\}\cup\{x|x\leqslant-3\}=\{x|x\leqslant-1\frac{1}{2}\}$。

$A\cap B=\{x|-5<x\leqslant-1\frac{1}{2}\}\cap\{x|x\leqslant-3\}=\{x|-5<x\leqslant-3\}$。

3．**补集**

我们在研究一些数集时，常常在某个给定的集合里进行讨论。例如，方程 $x^2-5=0$ 的解集，在实数集 R 里是 $\{-\sqrt{5},\sqrt{5}\}$，显然，$\{-\sqrt{5},\sqrt{5}\}$ 是 R 的子集。

一般地，在研究某些集合时，这些集合常常都是一个给定的集合的子集，这个给定的集合，叫做**全集**，记为 I。

上面例子中，全集 $I=R$。

根据全集定义，可以知道全集包含了我们所要研究的各个集合的全部元素。例如，在研究数集时，一般把实数集 R 作为全集。

一般地，设 I 为全集，A 为 I 的子集，则 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做**集合 A 在 I 中的补集**，记为 $\overline{A}$，读作“A 补”。即

$$\overline{A}=\{x|x\in I，且\ x\notin A\}$$

图 1-7 中的长方形表示全集 I，圆表示集合 A，长方形中的阴影部分就表示集合 A 在全集 I 中的补集 $\overline{A}$。

设集合 A 是全集 I 的子集，则从全集的定义可知：$A\cup I=I$；$A\cap I=A$。

根据补集定义，有 $A\cup\overline{A}=I$；$A\cap\overline{A}=\varnothing$；$\overline{\overline{A}}=A$（$\overline{\overline{A}}$表示 $\overline{A}$ 的补集）。

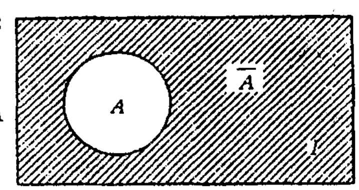


图 1-7

例 6 设 $I=\{a,b,c,d,e,f\}$，$A=\{a,d,f\}$，求 $\overline{A}$。

解：$\overline{A}=\{b,c,e\}$。

例 7 设 $I=R$，$B=\{x|-1<x<6\}$，求 $\overline{B}$

解：$\because\ B=\{x|-1<x<6\}$，

$\therefore\ \overline{B}=\{x|x\leqslant-1\}\cup\{x|x\geqslant6\}=\{x|x\leqslant-1\ 或\ x\geqslant6\}$。

例 8 设 $I=\{x|x\leqslant10,x\in N\}$，$A=\{1,2,4,5,9\}$，$B=\{4,6,7,8,10\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$，$\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A}\cup\overline{B}$，$\overline{A\cup B}$，$\overline{A\cap B}$。

解：$A\cap B=\{1,2,4,5,9\}\cap\{4,6,7,8,10\}=\{4\}$

$A\cup B=\{1,2,4,5,9\}\cup\{4,6,7,8,10\}=\{1,2,4,5,6,7,8,9,10\}$

$\because\ \overline{A}=\{3,6,7,8,10\}$，$\overline{B}=\{1,2,3,5,9\}$

$\therefore\ \overline{A}\cap\overline{B}=\{3\}$

$\overline{A}\cup\overline{B}=\{1,2,3,5,6,7,8,9,10\}$

而$\overline{A\cup B}=\{3\}$

$\overline{A\cap B}=\{1,2,3,5,6,7,8,9,10\}$

练习 1-1

1.（口答）说出下列集合的所有元素：

(1) {平方后等于 4 的数}；

(2) {一年中恰有 31 天的月份}；

(3) {中国的四大江河}；

(4) {中国古代的四大发明}。

2. 用适当的方法表示下列元素组成的集合，然后说出它是有限集还是无限集：

(1) 所有的正偶数；

(2) 不等式 $2x+6>0$ 的解；

(3) 自然数中小于 20 的质数；

(4) 我国的直辖市。

3. 把下列各集合用另外一种集合的表示方法写出来：

(1) {太阳系的九大行星}；

(2) {动物细胞的三大部分结构}；

(3) $\{1,3,5,7,9,11\}$；

(4) $\{x\mid x^2-2=0,\ x\in R\}$。

4. 在_____处填上符号$\in$或$\notin$：

(1) 1 _____ N；　(2) 0 _____ Z^+；　(3) $-\frac{2}{5}$ _____ Q^-；　(4) -2 _____ Z；

(5) $\sqrt{2}$ _____ Q；　(6) π _____ R。

5. 写出 $S=\{a,b,c\}$ 的所有子集与真子集。

6. 用适当的符号（$\in$，$\notin$，$=$，$\supset$，$\subset$）填空：

(1) a _____ $\{a\}$；　(2) $\varnothing$ _____ $\{a\}$；　(3) a _____ $\{a,b\}$；　(4) R _____ Q；

(5) 0 _____ $\varnothing$；　(6) {等腰三角形} ____ {两内角相等的三角形}。

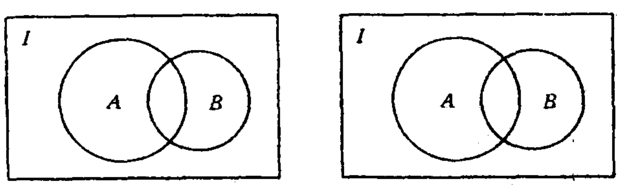
7. 设 $A=\{x\mid x<7\}$，$B=\{x\geqslant -1\}$，求 $A\cap B$。

8. 设 $A=\{x\mid -3<x\leqslant 5\}$，$B=\{x\mid 0<x<6\}$，求 $A\cap B$。

9. 设 $A=$ {直角三角形}，$B=$ {等腰三角形}，$C=$ {三角形}，求 $A\cap B$，$A\cup B\cup C$。

10. 设 $A=\{x\mid -2\frac{1}{3}<x<3\}$，$B=\{x\mid x\geqslant 2\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$。

11. 图中 I 是全集，A 与 B 是 I 的子集，用阴影表示：(1) $\overline{A}\cup\overline{B}$；(2) $\overline{A}\cap\overline{B}$。



(a)　　(b)

（第 11 题）

12. 设 $I=R$，$A=R^+$，求 $\overline{A}$。

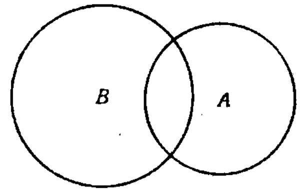
13. 设 $A=\{x\mid -5\leqslant x<3\}$，$B=\{x\mid -2<x\leqslant 5\}$，$I=R$，求
(1) $A\cap B$；(2) $A\cup B$；(3) $\overline{A}$；(4) $\overline{B}$。

14. 集合 A 与 B 如图所示，用适当的符号（$\supset$，$\subset$，$=$）填空：

$A\cap B$ ______ A；$A\cap B$ ______ $B\cap A$；

$\varnothing$ ______ $B\cap A$；$A\cup B$ ______ A；

B ______ $A\cup B$；$A\cap B$ ______ $A\cup B$。



（第 14 题）

15. 从例 8 中，可以得出哪些结论？

二、函　　数

（一）函数

1. 区间

在研究函数定义域和性质时，常常要用到区间的概念，如果变量的变化是连续的，用区间表示变量的变化范围，有时较简单方便。

设 a，b 为任意两个实数，且 $a<b$，我们规定：

满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的所有实数 x 的集合 $\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 叫做**闭区间**，记为 $[a,b]$。

满足不等式 $a<x<b$ 的所有实数 x 的集合 $\{x\mid a<x<b\}$ 叫做**开区间**，记为 (a,b)。

满足不等式 $a<x\leqslant b$ 的所有实数 x 的集合 $\{x\mid a<x\leqslant b\}$ 叫做**左开区间**，记为 $(a,b]$。

满足不等式 $a\leqslant x<b$ 的所有实数 x 的集合 $\{x\mid a\leqslant x<b\}$ 叫做**右开区间**，记为 $[a,b)$。

在数轴上这些区间都可以用以 a 和 b 为端点的线段来表示。区间闭的一端标以实心点，开的一端标以空心点，如图 1-8（1）、（2）分别表示闭区间 $[a,b]$ 和开区间 (a,b)。

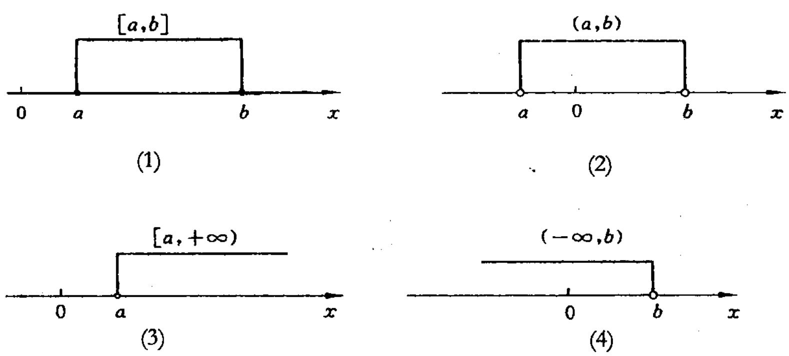


图 1-8

上述所有区间都叫做有限区间，另外还有一类区间叫做无限区间，关于无限区间，有如下规定：

实数集合 R，记为 $(-\infty,+\infty)$。

满足不等式 $x\geqslant a$ 的所有实数 x 的集合 $\{x\mid x\geqslant a,\ x\in R\}$，记为 $[a,+\infty)$，如图 1-8（3）。

满足不等式 $x\leqslant b$ 的所有实数 x 的集合 $\{x\mid x\leqslant b,\ x\in R\}$，记为 $(-\infty,b]$。

满足不等式 $x>a$ 的所有实数 x 的集合 $\{x|x>a, x\in R\}$，记为 $(a, +\infty)$。

满足不等式 $x<b$ 的所有实数 x 的集合 $\{x|x<b, x\in R\}$，记为 $(-\infty, b)$，如图 1-8 (4)。

这里，记号“∞”读作“无穷大”，它不是一个确定的数，只表示某个变量，它的绝对值表示无限增大的趋势。“$-\infty$”读作“负无穷大”，“$+\infty$”读作“正无穷大”。

显然，区间是实数集或它的子集的另一种表示形式。

2. 函数的概念

在初中已经学过函数的概念，现在我们用集合的观点来定义函数：

设 D 是一个数集，如果对于 D 上变量 x 的每一个确定的数值，按照某个对应法则，变量 y 都有唯一确定的值和它对应，那么 y 就叫做定义在数集 D 上 x 的**函数**，x 叫做**自变量**，数集 D 叫做**函数的定义域**。当 x 取遍 D 中的一切数值时，对应的函数值的集合叫做**函数的值域**，函数的值域一般用 M 表示。

例如，物体以速度 v 作匀速运动，它经过的路程 S 和时间 t 之间的关系为 $S=vt$，其中 v 是常量，而 S 与 t 是变量，路程 S 是时间 t 的函数，它的定义域是 $D=\{t|t\geqslant 0\}$，值域是 $M=\{S|S\geqslant 0\}$。

“y 是 x 的函数”用 $y=f(x)$ 表示，括号里的 x 表示自变量，f 表示 y 与 x 之间的对应法则。

函数的记号除 $f(x)$ 外，我们还常用 $g(x)$、$h(x)$、$\varphi(x)$ 等记号来表示。特别在同一个问题中讨论几个不同的函数关系时，为了区别清楚起见，就要用不同的函数记号来表示这些函数。

当自变量 x 在定义域 D 内取定值 x_0 时，函数 $f(x)$ 的对应值可记为 $f(x_0)$。

例 1 设函数 $f(x)=x^2+4x-3$，$x\in\{0, 1, 2, 3, 5\}$，求 $f(0)$，$f(2)$，$f(5)$ 以及函数的值域。

解：$f(0)=-3, f(2)=9, f(5)=42$

$\because$ $x\in\{0, 1, 2, 3, 5\}$

$\therefore$ 函数的值域是 $\{-3, 2, 9, 18, 42\}$。

根据函数的定义可以知道，当函数的定义域和函数的对应法则确定以后，这个函数就完全确定。因此，常把函数的定义域和函数的对应法则，叫做**确定函数的两个要素**。两个函数只有它们的定义域和对应法则完全相同时，这两个函数才认为是相同的。

在研究函数时，只有在函数定义域内进行研究才有意义。在实际问题中，函数的定义域是根据所研究的问题的实际意义来确定的。

当我们所研究的函数是用数学式子（即函数关系式）表示时，如果不加说明，那么函数的定义域就是指能使这个数学式子有意义的所有实数的集合。

例 2 求下列函数的定义域：

(1) $y=x^2+2x+1$；(2) $y=\dfrac{x^2-1}{x^2-x-6}$；

(3) $y=\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}+2$；(4) $y=\sqrt{x-1}+\dfrac{1}{x-2}$。

解：(1) 对于函数 $y=x^2+2x+1$，当 x 取任何实数时都有意义，所以这个函数的

定义域为 R，用区间表示为 $(-\infty, +\infty)$。

(2) 要使函数有意义，必须

$x^2-x-6\neq0$，即 $x\neq2$ 或 $x\neq3$

所以，函数定义域为 $\{x|x\in R, x\neq-2, x\neq3\}$；或记作 $(-\infty, -2)\cup(-2, 3)\cup(3, +\infty)$。

(3) 要使函数有意义，必须

$\begin{cases}x+1\geqslant0\\1-x\geqslant0\end{cases}$，即 $\begin{cases}x\geqslant-1\\x\leqslant1\end{cases}$

所以，函数定义域为 $\{x|-1\leqslant x\leqslant1\}$；或记作 $[-1, 1]$。

(4) 要使函数有意义，必须

$\begin{cases}x-1\geqslant0\\x-2\neq0\end{cases}$，即 $\begin{cases}x\geqslant1\\x\neq2\end{cases}$

所以，函数定义域为 $\{x|x\geqslant1$，且 $x\neq2\}$；或记作 $[1, 2)\cup(2, +\infty)$。

3. **函数表示法**

函数常用的表示法有解析法、列表法和图像法三种，函数的表示法在医药卫生工作和医药科学研究方面的应用较广泛。为反映医药上的一些事物数量的变化特征，需要用函数表示法来分析研究事物间的客观规律，从而得出正确的结论，如分析发病规律，解释致病原因，研究药物疗效以及防治疾病等都要应用函数表示法。

(1) **解析法**

用一个等式表示两个变量之间的函数关系，这个等式叫做**函数的解析表达式**（或函数关系式），简称**解析式**。

用解析式表示两个变量之间的函数关系的方法叫做**解析法**。这种函数表示法在医药卫生工作中经常被采用。

例如，临床上静脉输液每分钟滴数（y）与每小时需要输入毫升数（x）之间的关系，可用下面公式表示：

$$每分钟滴数=\frac{每小时输入毫升数\times每毫升相当滴数}{60（分）}$$

已知每毫升相当滴数为15滴，由上面公式可得：$y=\frac{1}{4}x$。

例如：已知某病人1小时内需输液200ml，通过公式 $y=\frac{1}{4}x$，可以计算出每分钟需滴50滴，这样医生或护士就可按此滴速给该病人输液。

又如，成人每天需水量 y（ml）与人的体重 x（kg）有下面关系：$y=40x$。

(2) **列表法**

用列表来表示两个变量之间的函数关系的方法叫做**列表法**。

例如，在生化检验中，可得光密度读数与丙氨酸氨基转移酶单位之间的数据关系如下表：

光密度读数（od）	0.09	0.18	0.26	0.34	0.41
丙氨酸氨基转移酶单位（u）	28	57	97	150	200

根据此表，要求丙氨酸氨基转移酶，只要测得表中列出的光密度，从表中即可查到相应的单位，这样便可得到化验结果。

(3) **图像法**

用图像来表示两个变量之间的函数关系的方法叫做**图像法**。

例如，护理人员必须每天测量住院病人的体温、脉搏、呼吸、血压等，并将测得的这些数据作为点的坐标，描到医院的“体温表”中，最后把有关的点连成曲线，如图 1-9（文末插页）。

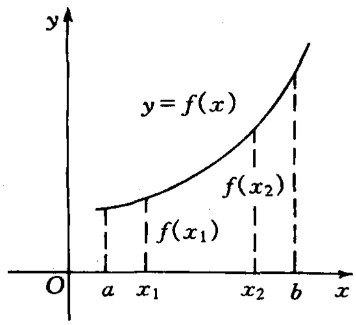
4. **函数的单调性**

我们在初中已经学过，根据一次函数的图像，研究了该函数在某个区间上增大或减小的性质。

一般地，对于给定区间上的函数$f(x)$：

如果对于属于这个区间的任意两个自变量的值 x_1、x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有$f(x_1)<f(x_2)$，那么函数$f(x)$叫做这个区间上的**增函数**（如图 1-10 (1)）。

如果对于属于这个区间的任意两个自变量的值 x_1、x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有$f(x_1)>f(x_2)$，那么函数$f(x)$叫做这个区间上的**减函数**（如图 1-10 (2)）。



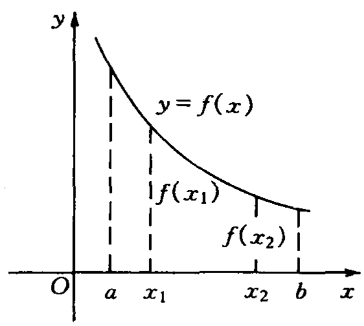


图 1-10

如果函数 $y=f(x)$在某个区间上是增函数或减函数，那么该函数$f(x)$也可叫做**单调函数**，这个区间叫做函数$f(x)$的**单调区间**。

例如，函数$f(x)=x^2$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数；在区间 $(-\infty, 0)$ 上是减函数，如图 1-11 (1)。

又如，函数$f(x)=\frac{1}{x}$在区间 $(-\infty, 0)$ 与 $(0, +\infty)$ 上都是减函数，如图 1-11 (2)。

5. **函数的奇偶性**

函数$f(x)=x^2$，有如下性质：

$f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$，即 $f(-x)=f(x)$。

函数$f(x)=\frac{1}{x}$，有如下性质：

$f(-x)=\frac{1}{(-x)}=-\frac{1}{x}=-f(x)$，即$f(-x)=-f(x)$。

一般地，对于函数$f(x)$：