

《中学数学实验教材》教学经验选编

中学数学教学探索

教育部《中学数学实验教材》实验研究组编

广东教育出版社

G633.6
44

中学数学教学探索

——《中学数学实验教材》教学经验选编

教育部《中学数学实验教材》实验研究组编

广东教育出版社



中学数学教学探索

——《中学数学实验教材》教学经验选编
教育部《中学数学实验教材》实验研究组编

*

广东教育出版社出版

广东省新华书店发行

韶关新华印刷厂印刷

787×1092毫米32开本 5.875印张 120,000字

1986年4月第1版 1986年4月第1次印刷

印数1—1,550册

书号7449·68 定价1.00元

前 言

党的十二大提出了全面开创社会主义现代化建设新局面的宏伟纲领，实现这一宏伟纲领的重要条件之一，是必须提高我国全民族的科学文化水平。如何提高中学数学教学质量，为培养人才打好基础，是我们数学教育工作者面临的极其艰巨而又光荣的任务。教学改革试验工作，是提高教学质量的重要措施。在这本书里，我们选编了《中学数学实验教材》试验工作中改革教学、加强基础、培养能力、发展智力的经验，特别是代数入门和几何入门的教学经验，希望能对使用通用教材的广大数学教师的教学有所启发。

《中学数学实验教材》，是一九七八年教育部委托北京师范大学、中国科学院数学研究所、人民教育出版社、北京师范学院和北京景山学校等单位组成领导小组，负责组织《中学数学实验教材》编写组，根据美国加州大学伯克利分校数学系项武义教授提出的《关于中学实验数学教材的设想》编写的。从一九七九年开始在几所重点中学进行试验，到一九八二年，全国已有二十一个省市的五十二所中学一百二十个班六千多名学生参加了试验，第一、二批实验班学生已初中毕业。初中全套实验教材于一九八三年秋由北京师范大学出版社正式出版。这套实验教材，力求遵循历史发展和认识发展的规律，深入浅出，顺理成

章。它突出由算术到代数、由实验几何到论证几何、由综合几何到解析几何和由常量数学到变量数学这四个转折，强调数系运算律、集合与简易逻辑、向量和逼近法分别在实现上述四个转折中的作用。通过四年多的教学试验，我们初步看到，这样做有利于减轻学生学习负担，提高教学质量，有利于学生掌握数学思想的发展脉络，加强基本的数学思想和数学方法的训练。参加试验教学和研究工作的同志总结了许多好的经验，本书选编的只是其中的一部分。今后，我们还将进一步研究和总结有关启发式教学方法、加强能力训练、数学教学内容现代化、教学结构以及早期教育等方面的经验，以期能继续选编出版。

限于时间和水平，教学改革试验的经验尚不很成熟，不当之处，望广大读者提出意见，以便我们改进工作，为提高中学数学教育水平，为社会主义现代化建设，培养更多更好的人才而努力！

教育部《中学数学实验教材》实验研究组

一九八三年

目 录

前言	(1)
从《中学数学实验教材》的实验中得到的启示	
.....教育部《中学数学实验教材》实验研究组	(1)
发挥《中学数学实验教材》特点,探索教学一般规律	
.....梁植文 张宝昌 潘福田 孟宪儒	(15)
减轻学生负担,提高教学质量的探索	
.....郑宾王 吴大钟	(29)
发挥教材的智力因素,培养学生的思维能力	
.....王丽珍 毛宏德	(40)
激发学习兴趣,培养创造能力刘鸿飞(49)
代数入门教学中如何提高学生的逻辑思维能力	
.....杨天明	(62)
浅谈从算术过渡到代数的教学陈绍基(74)
代数学科也是培养逻辑思维能力的有力工具	
.....任德才 陈秀卿等	(89)
用“一次方程解应用题”的教材编排和教法运用	
.....韩子阳	(96)
谈初一数学符号的教学谢晋超 姚文忠(106)
运用“通法”培养学生的思维能力王士良 方桂荣(113)

发挥实验教材优势，努力解决几何“入门难”问题

..... 鲍家驹(125)

发现法在几何开头课中的运用.....孙瑞清 苏式冬(137)

初中学习“集合与简易逻辑”的意义.....田 钦(161)

实验几何为开设理论几何铺平道路

..... 韩殿发 贾生 宋显彬(175)

从《中学数学实验教材》的 实验中得到的启示

教育部《中学数学实验教材》实验研究组

中学数学教学经历着重大的变革，教材的变革尤为显著。教材改革要走实验的道路，通过实验揭示教学规律，明确改革的指导思想，通过实验验证教学措施的合理性。实验是检验改革效果的标准和主要措施。

在教育部的组织领导下，由北京师范大学、中国科学院数学研究所、人民教育出版社、北京师范学院、北京景山学校等单位组织人力，参照美国加州大学伯克利分校数学系项武义教授提出的《关于中学实验数学教材的设想》编写的《中学数学实验教材》(以下简称《实验教材》)已经实验三年，初中三册教材已经全部试教一遍，并在实验的基础上修改后正式出版了。实验表明，这三册教材在师生条件较好的重点中学是可用的，教材的指导思想、基本结构和体系是合理的，它有利于“加强基础、培养能力、发展智力”，实验效果是良好的。学生的思考问题、分析问题、解决问题的能力，特别是代数中的推理论证能力较过去有提高，计算的熟练程度稍差，但概念、算理方面的错误

率较低。

我们从各地实验研究组和试教老师们的经验体会中得到很多启示，进一步深化了指导思想，提高了认识，进一步明确了三个带根本性的理论性问题。

一、教学结构应当是学科知识结构和认识结构的统一

教学结构不是学科知识结构的复制品，而应当是知识结构和认识结构的统一，它既要符合学科体系又要符合认识程序，这正是建立教学结构的困难所在。学科体系是在知识积累基础上，用逻辑方法建立起来，往往会掩盖知识的背景和来龙去脉，颠倒认识的程序，所以学科的知识结构不能代替教学结构。教学结构的建立还必须考虑认识结构，必须把这二者合理地统一起来。如何才能做到学科的知识结构和认识结构的合理统一？《实验教材》作了一些尝试，考虑到学生的认识过程和数学的历史发展过程有一致性，所以从历史发展程序和认识的规律出发“反璞归真”，自然地处理教材，力求深入浅出，顺理成章。数学的历史发展经历过若干重要转折，学生的认识也要经历这些转折，只不过这些转折是自觉地、有计划地在教材和教师的引导下实现的，建立教学结构就是要抓准这些重要转折，着力于采取措施引导学生合乎规律地实现这些重要转折，使学生的数学学习由一个高度发展到另一个新的高度。这套教材突出了四个转折。这就是从算术到代数，从实验几何到论证几何（或非论证数学到论证数学），从定性几何到定量几何，从常量数学到变量数学。

从算术到代数，关键在于灵活运用算律（数系通性），因为

代数的基本精神就是灵活运用运算律谋求问题的统一解法。从实验几何到论证几何就是要在由经验积累起来的几何事实的基础上，采用逻辑方法推演出空间的性质。所以要对空间的基本概念与基本性质加以系统的分析，总结出三组几何基本性质（公理），然后引进集合术语和简易逻辑，讲清一些基本的逻辑关系，推理格式。转入欧几里得推理几何。从定性几何到定量几何，就是要用代数工具去研究几何问题，但是更有效、更自然的做法是把几何全面的代数化，使几何从定性研究到定量研究，首先要把一个基本几何量代数化。位移是基本的几何量，包括距离和方向两个要素，把这两点加以抽象，就得到向量的概念，然后再把一些几何的基本性质转化为向量的运算性质，建立起解析几何体系。所以向量是这个转折的枢纽。从常量数学到变量数学是一个逐步渐进的过程，要为此转折早作准备，初中二年级已有三角函数的初步概念，初三正式研究各种初等函数，高三再把函数概念深化。逼近的思想也早有渗透，到高三进一步突出逼近法，研究极限、连续、微分、积分等变量数学问题。这样，既遵循历史发展的规律，又突出了几个转折关头，缩短了认识过程，有利于学生掌握数学思想发展的脉络，提高数学教学的思想性。

三年的实验已经过了前两个转折，这个学期将进行第三个转折。从第一批、第二批两遍的实验情况看，前两个转折是成功的，效果良好。学生思维能力有较大提高，如武汉师院附中初一实验班与初一、初二和初三普通班学生的思维能力的比较如下表：（以考查分析、概括、推理能力的七个题目进行对比测验）

题号	做对人数 %	班级			
		实验班	初一(二)班	初二(五)班	初三(一)班
		48	55	47	56
1		26 61.9	10 18	9 20.45	18 32.14
2		13 30.95	14 25.9	5 11.36	16 28.57
3		35 83.3	31 57.4	20 45.45	23 41
4		31 73.8	17 31.5	18 40.9	28 50
5		27 64.3	23 42.6	13 29.5	25 44.6
6		31 73.8	— —	— —	26 46.4
7		39 92.85	51 94.4	29 65.9	53 94.6
合计		202 68.7	146 44.24	94 33.33	189 48.2

广东省实验中学实验班在初二上学期末和同年级其它各班统一命题考试结果如下表:

班次	一班	二班	实验班	四班	五班	六班	七班	平均
平均成绩	78.4	80.8	85.7	77.3	76.8	77.1	76.9	76.4
不及格人数	7	5	1	8	8	6	3	6.5
及格率	85%	89%	98%	83%	87%	88%	94%	87%

实验班入学成绩还略低于对比班(40.3 : 42.1)但一年半后成绩显著地高于对比班。实验班的思维能力提高较大,特别表现在数学竞赛中解决未曾见过的问题上,许多实验班参加各级

的数学竞赛都取得了优于普通班的成绩，比如广东省实验中学这个实验班在初三上学期参加数学竞赛得奖人数如下表：

班 级	一等奖	二等奖	三等奖	得奖人数
实 验 班	1	5	15	19
七个普通班	3	5	25	33
平均每班得奖人数	0.4	0.7	3.6	4.7

1982年5月，石家庄二中按年级进行数学竞赛，初一四个班(包括对比班和实验班)，每班抽15名学生，参加竞赛(按通用课本命题)。考试结果，按成绩择优11名，其中实验班9名，前7名均为实验班学生。学生思维表现出来的特点是：思维活跃，思路开阔，反应灵敏，接受能力强，善于独立思考，发现规律，思维深刻全面。为什么会有这样的效果，从教材的角度看是由于比较成功地实现了认识中的两个转折，使学生摸到了数学思想发展的脉络，突破了死记硬背，机械套用公式的框框。

采用突出数系通性(数系的运算性质)以实现从算术到代数的过渡的方法是合理的，可行的，有好处的。因为如前所述，代数的基本精神就是灵活运用运算律去谋求问题的统一解法，有理数运算关键在于弄清算理，理解数的运算过程的实质；解方程的基本原理是灵活运用“数系通性”和等式性质；多项式的运算性质是“数系通性”的进一步系统化和 发展。抓住“数系通性”，就抓住了从算术到代数过渡的枢纽。从实验中看到了这样做的许多好处：这样做能比较自然地和小学学习内容衔接，不是一开始就由相反意义的量引入负数，而是在对小学学过的

自然数、零、分数进行复习的基础上，归纳出运算律，再引入负数，规定有理数运算法则，用算律来说明运算法则规定的合理性，比较顺理成章地把数集扩充到有理数集，然后再进一步灵活运用算律，通过应用题的算术解法和代数解法的对比，自觉地掌握代数解法，这是“反璞归真”，自然过渡。这样做有利于培养学生的能力，使学生得以重视基本概念、基本原理的理解和运用，使学生灵活运用“通性”解决问题，改变套公式的思维习惯；使学生用“通性”作根据进行运算，养成“言必有据”的习惯，渗透论证因素，训练学生思维的严密性；在运用“数系通性”进行数与式的运算时不是靠机械运算而是靠弄懂算理来掌握算法，从而提高了思维素质，缩短了熟练过程。这样做虽然有一定难度，但学生兴趣甚浓，克服困难反倒成了调动学生积极性的诱因。

经过“集合与简易逻辑”实现从实验几何到论证几何的过渡也是可行的、可取的。在欧几里得之前已经积累了大量的几何知识，欧几里得的功劳主要是对这些几何知识作了逻辑上的整理，选定公理，把定理排列起来加以逻辑的证明把几何变成一个精彩的严密的体系，把几何以致把整个数学推进到新的阶段，由非论证数学推进到论证数学，起了划时代的作用。学生的学习也要经过这一个转折，历来学生感到学习几何开头难，在这个转折时期学生开始分化，一部分转过来跟上去了，一部分转不过来就掉下队来，学生感到几何开头难，主要难在不习惯数学(几何)语言，不会表述；不熟悉图形，不善于从复合图形中看出基本图形；不习惯方法：实验归纳方法，逻辑证明方法。《实验教材》针对这个转折的主要困难，除在代数课中加强理论和论证因素以外，在几何课中采取了两个措施：设“实验

几何”和设“集合与简易逻辑”两章，以便顺利地实现从实验几何到论证几何的过渡。实验几何在解决几何入门难的问题上起了良好的作用，学生从经验和趣味中走入论证，非常自然、谐调，确实起到了“启蒙、探源、奠基”的作用。实验几何与“几何绪论课”和“直观几何”都不相同，它不仅仅是一个开场白，又不在内容上求全，在学习论证几何时没有什么重复之感。它的主要特色是：①对原始概念的描述比较朴实确切，如把点说成是位置的抽象，线是通路的抽象等，一开始使学生认识几何概念源出客观事物的形象，可以消除学生对几何的“玄妙”感觉，同时对学生进行语言表述的训练，使学生习惯于几何语言。②引导学生观察出一些基本性质，而且还渗透了一些推证通法，如从线段相等直到图形全等，始终抓住“叠合法”；用反证法推证“两相交直线确定一交点”，用“演绎法”推出“对顶角相等”……在习题里也重视说理，这样，对论证几何确实起到了“起飞跑道”的作用。

“集合与简易逻辑”在转折中起了良好的作用。学习了集合的知识有利于学生对图形性质的理解与掌握，有利于学生对有关概念的理解与掌握；学习了必要性、充分性、充要条件，有助于学生对有关判定定理、性质定理的理解和掌握；学习了这一章还为以后的轨迹学习带来了不少方便；学习了这一章内容，有利于培养学生的逻辑思维能力，从而有利于提高分析问题、解决问题的能力。华东师大二附中初二实验班一学生谈学习收获时说：学了《集合与简易逻辑》对改进数学学习方法起了积极的促进作用。知道了“定义”里的条件是充分必要的，就懂得了从定义出发证明；《集合与简易逻辑》不但对理解和运用数学概念有很大的帮助，而且在论证几何的思路分析方面，也起了重

要的铺垫作用，从结论出发找充分条件，从已知条件出发找必要条件，从而缩短已知条件与结论的距离，这样在找不到证题途径时，还可以改证原命题的等价命题；《集合与简易逻辑》在学习其它学科的时候，也发挥了独特作用。

二、教学结构应当是知识教学与能力训练的统一

历来，教材主要是传授知识的范本，而能力仅仅是在使学生获得这些知识和运用这些知识的过程中自然形成。这样设计的教学结构对传授知识是有利的，但对培养能力的要求不明确，措施不系统，不便作为培养能力的依据，能否使我们的教材突破这一模式，使学生在系统获得知识的同时，也能比较系统地提高能力？在教学结构上恰当地处理好知识教学和能力训练的关系，将是一件很有意义的事。《实验教材》在这一方面作了一点尝试，从实验效果来看，有两点是应该肯定的。第一点，要强调让学生掌握完整的、系统的、理论性的知识体系；第二点，要突出基本数学思想与数学方法的教学。

《实验教材》比较注意让学生掌握完整的、系统的、理论性的知识体系。学生不掌握完整的、系统的、理论性的知识体系，而只了解一些支离破碎的知识片断，当然不能期望他获得真正的数学能力。所以理论性的知识体系的掌握是形成数学能力的前提，《实验教材》结构比较清晰，脉络清楚，系统性、理论性较强，不支离破碎。如代数教材，从体系上看，它表现了以原理为基础，以方法为工具的结构，它以数与式的概念、原理——通性为经，以数与式的运算方法——通法为纬；从层次看，它基本上按“数——方程——式——方程——函数”的层次

逐步演进，教材确实做到了顺理成章，层次分明，环环相扣。其中多项式理论、方程、函数、不等式，每一块知识都比较系统、完整，理论处理也比较彻底，说理清楚，这样可以避免混乱，不致糊涂，有利于学生学习。传统的教学强调低年级儿童主要是进行具体的、形象的思维，与此相联系的是只强调感性认识，事事强调直观，致使学生的认识长期停留在表面的、孤立的、零碎的感性认识阶段，很难形成抽象概念。实验证明，不能低估儿童的抽象思维能力，只要在教学中适当引导，他们的抽象思维能力就能发展起来，掌握系统的理论知识。儿童具有很大的潜力。实验还证明，加强理论性很有好处。因为强调说理使学生不但知其然，而且知其所以然，克服简单重复、硬性模仿、机械套用公式的坏习惯；强调说理，对培养低年级学生抽象思维和推理论证能力大有好处，让学生掌握了理论结构、知识体系，并能应用它去解决问题，才能算真正掌握了这部分知识，感性认识有待于上升到理性认识。毛泽东同志说：“只有理解了的东西才更深刻地感觉它”（《实践论》），这是很有道理的。只是把有理数计算法则、解方程的步骤记住会用，不能算真正懂得了有理数和方程，只有明确了计算法则的依据，即算理和解方程的基本原理，才能真正理解法则和步骤，才算真正掌握了有理数和方程。

这里还有一个如何巩固知识培养能力的问题。要让学生解放思想、锻炼思维、开阔视野、广中求深，在循环中巩固，要以新带旧、恰当掌握练习量。传统的教学对巩固性原则有些片面理解，认为巩固知识、技能、技巧的最重要方法就是重复，因此多次单调复习旧课和作机械的练习，形成动型和条件反射；尤如训练运动员，一个动作重复作千百次，才会“熟能生

巧”，因此用“大运动量，题海战术”。总之，指导思想是重技巧，轻思维。通过我们的实验，在数学教学中，对这种指导思想基本上是否定的。因为数学训练中更重要的是思维训练，而不是技巧训练。不通过思维的那种条件反射只能是某种类似于速算的绝技，而我们需要培养的是思想活跃，思维敏捷，视野开阔的人，而不是会某种绝技的机器。我们从实验体会到，教学要不断以各方面内容丰富的知识来充实学生的头脑，从知识的广度来求得知识的深度。比如一元一次方程和多元一次方程组同时出现，学生考虑问题时灵活，解题方法多样，可以避免死记硬套公式。又如学了待定系数法、余式定理等，分解因式，多项式求值，求根等路子就广了，方法就多了。有理数运算学习中，学了“数系通性”，弄清了算理，虽然习题量减少了(如《实验教材》“有理数系”一章的例题、习题占通用教材本章例题、习题的55%)，但计算能力仍然达到了要求。学生要获得巩固的知识，单靠简单重复是难以达到目的的。因为所传授的知识只是零散的、没有形成广泛的知识体系，虽然多次重复，仍然不易巩固，必须从增加感性经验，认识现象的本质联系和解决实际任务这三个主要方面安排学生的活动，才有利于知识的理解与巩固和技能技巧的养成，实验班对有理数及其运算、方程、待定系数法等知识能以比较巩固地掌握和灵活地运用，就是因为《实验教材》作了以新带旧，经常应用，循环巩固的安排。

《实验教材》还突出基本数学思想与数学方法的教学。这也是把知识教学和能力训练统一起来的重要一环。“知识是一种过程，而不是一种结果”，只是把知识作为一种结果灌给学生，学生脑子里只堆积一些死知识，是很难转化为能力的，只有把