

2006

北大版成人考试系列书

★ 掌握预测分析 ★ 剖析试题详尽
★ 点拨考试策略 ★ 短期复习见效

全国成人高考最新十年试题
分类解析丛书

数学

(理工农医类)

濮人法 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

全国成人高考最新十年试题分类解析丛书

数 学

(理工农医类)

濮人法 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

全国成人高考最新十年试题分类解析丛书·数学(理工农医类)/濮人法编著. —北京: 北京大学出版社, 2006. 5

ISBN 7-301-09291-1

I. 全… II. 濮… III. 数学—成人教育; 高等教育—入学考试—解题 IV. G723.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 067818 号

书 名: 全国成人高考最新十年试题分类解析丛书·数学(理工农医类)

著作责任者: 濮人法 编著

责任编辑: 曾琬婷 刘 勇

标准书号: ISBN 7-301-09291-1/G·1539

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn>

电 话: 邮购部 62752015 市场营销中心 62750672 编辑部 62752021

电子信箱: zpup@pup.pku.edu.cn

印 刷 者: 河北涿县鑫华书刊印刷厂

经 销 者: 新华书店

787×1092 16 开本 11.5 印张 280 千字

2005 年 7 月第 1 版 2006 年 5 月第 1 次修订

2006 年 5 月第 2 次印刷

定 价: 19.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话:010-62752024; 电子邮箱: fd@pup.pku.edu.cn

前 言

当前参加成人高考的考生有如下几个特点：一、年龄偏大；二、绝大部分人都有本职工作，只能靠业余时间复习迎考；三、离开学校时间比较长，过去所学的知识有不同程度的遗忘；四、集中复习时间短；五、大部分考生靠自学。根据考生这些特点，他（她）们需要一套简明扼要，一下就能切入主题，而且不需老师辅导就能看懂的复习用书。为此我们编写了这套《全国成人高考最新十年试题分类解析丛书》。此丛书包括：英语、语文、数学（文史财经类）、数学（理工农医类）、物理、化学、地理、历史共八个分册。

本丛书由北京大学附中、中国人民大学附中、北京 101 中学、北京 110 中学等学校中有多年教学经验的中学特级和高级教师精心编写而成。由于作者多年从事成人高考辅导班的教学工作，对历年成人高考有专门的研究，了解成人高考对考生知识的要求，也了解考生的需求，因此所编写的辅导书针对性强。

本丛书每一分册都包括以下内容：

一、近十年成人高考试题按知识点分类汇编，对某个知识点又按题型进行分类，并将相近的内容编在一起，使考生了解、掌握成人高考在这一部分的出题特点、难易的要求，使考生做到心中有数。

二、对近十年成人高考题进行详解（包括填空、选择题），并有分析、点评，使考生见到解答，就能知道这类题如何去想，通过点评，起到触类旁通，举一反三的作用。

三、根据对考题分析，总结今后成人高考对这部分内容命题的趋势和要求、可能出现的题型，并指出复习策略，做到有的放矢。

四、在对某一部分内容的成人高考试题分析、详解之后，本书还配有一套针对性练习题。这是通过又一轮的强化训练，达到巩固和消化前一轮复习的成果，进一步夯实对成考知识点的理解，把握必考题型解题思想方法的脉搏。这一套题的解答部分像十年成人高考试题解答一样，解题过程详尽而简捷，使考生一看就明白，并且通过解答，对各种题型的内在本质掌握得更准确，各种解题方法更趋熟练。

本丛书具有以下特点：

一、本丛书是以近十年成人高考试题（包含 2005 年试题）为样板来编写的，因此它定位准确，也就是说，把成人高考的考试范围、试题的特点呈现在考生面前，使考生明白成人高考到底要考哪些知识点、哪些题型，以及涉及的解题思想方法。

二、本丛书解题过程详尽，有利于自学。

三、配有同步练习，有利于读者巩固、消化所学内容。

编 者

2006 年 5 月于北京

目 录

第一章 数、式和方程	(1)
I. 成考试题	(1)
II. 试题详解	(1)
III. 命题趋势	(2)
IV. 复习策略	(2)
V. 针对性练习题	(3)
VI. 答案及详解	(4)
第二章 集合	(7)
I. 成考试题	(7)
II. 试题详解	(9)
III. 命题趋势	(9)
IV. 复习策略	(10)
V. 针对性练习题	(10)
VI. 答案及详解	(13)
第三章 不等式和不等式组	(16)
I. 成考试题	(16)
II. 试题详解	(16)
III. 命题趋势	(16)
IV. 复习策略	(17)
V. 针对性练习题	(17)
VI. 答案及详解	(18)
第四章 指数和对数	(21)
I. 成考试题	(21)
II. 试题详解	(21)
III. 命题趋势	(21)
IV. 复习策略	(21)
V. 针对性练习题	(21)
VI. 答案及详解	(22)
第五章 函数	(23)
I. 成考试题	(23)
II. 试题详解	(26)
III. 命题趋势	(30)
IV. 复习策略	(30)

V. 针对性练习题	(31)
VI. 答案及详解	(36)
第六章 数列	(44)
I. 成考试题	(44)
II. 试题详解	(45)
III. 命题趋势	(47)
IV. 复习策略	(48)
V. 针对性练习题	(48)
VI. 答案及详解	(51)
第七章 排列、组合与二项式定理	(56)
I. 成考试题	(56)
II. 试题详解	(57)
III. 命题趋势	(58)
IV. 复习策略	(58)
V. 针对性练习题	(58)
VI. 答案及详解	(60)
第八章 概率与统计初步	(63)
I. 成考试题	(63)
II. 试题详解	(63)
III. 命题趋势	(64)
IV. 复习策略	(64)
V. 针对性练习题	(65)
VI. 答案及详解	(67)
第九章 三角函数的概念及三角公式	(70)
I. 成考试题	(70)
II. 试题详解	(71)
III. 命题趋势	(72)
IV. 复习策略	(73)
V. 针对性练习题	(73)
VI. 答案及详解	(76)
第十章 三角函数图像和性质	(82)
I. 成考试题	(82)
II. 试题详解	(83)
III. 命题趋势	(86)
IV. 复习策略	(86)
V. 针对性练习题	(86)
VI. 答案及详解	(88)
第十一章 解三角形	(91)
I. 成考试题	(91)

I. 试题详解	(92)
II. 命题趋势	(93)
IV. 复习策略	(93)
V. 针对性练习题	(94)
VI. 答案及详解	(95)
第十二章 复数	(100)
I. 成考试题	(100)
I. 试题详解	(101)
II. 命题趋势	(102)
IV. 复习策略	(102)
V. 针对性练习题	(102)
VI. 答案及详解	(104)
第十三章 直线	(109)
I. 成考试题	(109)
I. 试题详解	(110)
II. 命题趋势	(111)
IV. 复习策略	(111)
V. 针对性练习题	(112)
VI. 答案及详解	(113)
第十四章 二次曲线	(117)
I. 成考试题	(117)
I. 试题详解	(120)
II. 命题趋势	(128)
IV. 复习策略	(128)
V. 针对性练习题	(128)
VI. 答案及详解	(132)
第十五章 立体几何	(143)
I. 成考试题	(143)
I. 试题详解	(145)
II. 命题趋势	(151)
IV. 复习策略	(151)
V. 针对性练习题	(151)
VI. 答案及详解	(154)
第十六章 向量及其运算	(159)
I. 成考试题	(159)
I. 试题详解	(159)
II. 命题趋势	(160)
IV. 复习策略	(161)
V. 针对性练习题	(161)

VI. 答案及详解	(164)
第十七章 极限与导数	(170)
I. 成考试题	(170)
II. 试题详解	(170)
III. 命题趋势	(171)
IV. 复习策略	(171)
V. 针对性练习题	(171)
VI. 答案及详解	(173)

第一章 数、式和方程

I. 成考试题

一、单项选择题

1. 已知关于 x 的方程 $x^2+px+q=0$ 的根为 p 和 q , 则 p 和 q 的值为().
(A) $p=-1, q=-2$ (B) $p=1, q=-2$ 或 $p=0, q=0$
(C) $p=1, q=0$ (D) $p=0, q=-2$ 或 $p=1, q=0$ (96 年题 6)
2. 关于 x 的方程 $x^2-(2\sin\theta)x-\cos^2\theta=0$ ().
(A) 有两个相等的实根 (B) 没有实根
(C) 有两个不等的实根 (D) 有无实根不能判定 (97 年题 5)
3. 关于 x 的方程 $x^2-(2n+3m)x+5m=0$ 的两根之和为 2, 两根之积为 -10, 则().
(A) $m=-2, n=4$ (B) $m=2, n=-4$
(C) $m=2, n=4$ (D) $m=-2, n=-4$ (97 年题 12)
4. 关于 x 的一元二次方程 $ax^2-bx+4=0$ 的两个实根的和与这两个实根的积相等. 若它的一个根为 $1/4$, 则 a 的值为().
(A) -48 (B) 24 (C) 48 (D) -24 (98 年题 9)
5. 一元二次方程 $ax^2+4x+c=0(a\neq 0)$ 的两根和为 12, 两根的平方和为 132, 则 c 的值为().
(A) 2 (B) -1 (C) 1 (D) -2 (00 年题 13)
6. 已知方程 $2x^2+(m+1)x+3m+3=0$ 的两实根平方和为 7, 那么 m 值等于().
(A) -13 (B) 13 (C) 3 (D) -3 (01 年题 13)
7. 以方程 $x^2-3x-3=0$ 的两实根的倒数为根的一个一元二次方程为().
(A) $3x^2+3x+1=0$ (B) $3x^2+3x-1=0$
(C) $3x^2-3x-1=0$ (D) $3x^2-3x+1=0$ (02 年题 12)

二、解答题

实数 a 在什么范围时, 关于 x 的二次方程 $ax^2+2x+a-2=0$ 有两个相异的负根?

(99 年题 23)

II. 试题详解

一、选择题

1. 答 选 B. 解 已知 p, q 是方程的二根, 由根与系数的关系得 $p+q=-p$ ①, $p \cdot q=q$ ②.
由②得 $(p-1)q=0$, 所以 $p=1$ 或 $q=0$. 取 $p=1$ 代入①得 $q=-2$, 取 $q=0$ 代入①得 $p=0$,
所以 $p=1, q=-2$ 或 $p=0, q=0$.
2. 答 选 C. 解 由根的判别式 $\Delta=(-2\sin\theta)^2-4(-\cos^2\theta)=4(\sin^2\theta+\cos^2\theta)=4>0$, 所以方

程有两个不相等实根.

3. 答 选 A. 解 设方程两根为 x_1, x_2 , 由已知 $2 = x_1 + x_2 = 2n + 3m$, $-10 = x_1 \cdot x_2 = 5m$, 即 $5m = -10$, $2n + 3m = 2$, 解得 $m = -2$, $n = 4$.

4. 答 选 A. 解 设方程两根为 x_1, x_2 , 由已知与韦达定理得 $\frac{b}{a} = x_1 + x_2 = x_1 x_2 = \frac{4}{a}$, 解得 $b =$

4. 将 $b = 4$ 与已知一根 $\frac{1}{4}$ 代回方程得 $\frac{a}{16} - 1 + 4 = 0$, 所以 $a = -48$.

5. 答 选 D. 解 设方程两根为 x_1, x_2 , 由已知与韦达定理得 $12 = x_1 + x_2 = -\frac{4}{a}$, 而 $x_1^2 + x_2^2 = 132$ ①, 所以得 $a = -\frac{1}{3}$, $x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = 144$ ②. ①代入②得 $2x_1x_2 + 132 = 144$, 所以 $x_1x_2 = 6$. 由韦达定理: $6 = x_1x_2 = \frac{c}{a} = -3c$, 所以 $c = -2$.

6. 答 选 D. 解 设方程两根为 x_1, x_2 , 由已知条件与根与系数的关系得

$$7 = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = -\frac{m+1}{2} - 2\frac{3m+3}{2},$$

解得 $m = -3$.

7. 答 选 B. 解 设方程的二根为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 = 3$, $x_1 \cdot x_2 = -3$, 故 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1x_2} = \frac{3}{-3} = -1$, $\frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1x_2} = \frac{1}{-3}$, 所求一元二次方程为 $x^2 + x - \frac{1}{3} = 0$, 即 $3x^2 + 3x - 1 = 0$.

二、解答题

本小题主要考查二次函数的有关知识.

解 由题设, 判别式

$$\Delta = 4 - 4a(a - 2) = -4(a^2 - 2a - 1) > 0, \quad \text{即} \quad a^2 - 2a - 1 < 0,$$

解得 $1 - \sqrt{2} < a < 1 + \sqrt{2}$. 又由根与系数的关系, 得

$$\begin{cases} \frac{2}{a} > 0, \\ \frac{a-2}{a} > 0, \end{cases}$$

解得 $a > 2$. 综上所述得 $2 < a < 1 + \sqrt{2}$.

III. 命题趋势

1. 考题知识点: (1) 一元二次方程; (2) 求根公式;
(3) 根的判别式; (4) 韦达定理(根与系数的关系).

2. 考题特点: 在十年成人高考题中, 有关一元二次方程的题共有 9 题, 占 3.7%, 其中单项选择题 7 题, 解答题 2 题, 平均每年出 1 题, 但 2003, 2004 年没有题.

3. 考题重点: 一元二次方程的有关题.

4. 考题难点: 恰当运用根与系数的关系, 解决相关问题, 是考题中的难点.

5. 考题预测: 考一元二次方程的题, 概率为 90%.

IV. 复习策略

1. 理解掌握一元二次方程的求根公式、根的判别式、韦达定理, 会运用以上知识.

(1) 求一元二次方程的根(包括虚根).

(2) 判断一元二次方程根的情况.

(3) 求一元二次方程中的待定系数.

(4) 求根满足某些条件的一元二次方程.

2. 深刻领会一元二次方程的韦达定理与根的判别式,学会将较复杂的一元二次方程相关问题,通过代数变形转化到韦达定理上来,加以解决.

V. 针对性练习题

一、单项选择题

1. 若代数式 $1 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}$ 的值为零,那么 $\frac{2}{x}$ 的值是().

(A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) 不能确定

2. 已知 $m < -2$ 或 $m > 1$, 那么方程 $2(m+1)x^2 + 4mx + 3m - 2 = 0$ ().

(A) 无实数根 (B) 有两个不相等的实根

(C) 有两个相等的实根 (D) 一个正根一个负根

3. 如果 c 为实数,且方程 $x^2 - 3x + c = 0$ 的一个根的相反数是方程 $x^2 + 3x - c = 0$ 一个根,那么 $x^2 - 3x + c = 0$ 的根是().

(A) 1, 2 (B) -1, -2 (C) 0, 3 (D) 0, -3

4. 如果 $\frac{1}{3}$ 是方程 $3x^2 + 5x - 3m = 0$ 的一个根,则另一个根是().

(A) $\frac{4}{3}$ (B) 2 (C) 1 (D) -2

5. 若方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 与方程 $x^2 - x - m = 0$ 有一个相同的实数根,则 m 的值是().

(A) 2 (B) 0 (C) -1 (D) $\frac{1}{4}$

6. 方程 $\frac{2x^2}{x-1} - \frac{2x+7}{3} + \frac{4-6x}{x-1} + 1 = 0$ 的根是().

(A) 4 与 1 (B) 只有 1 (C) 只有 4 (D) 以上答案都不对

7. 已知 m 是有理数,且方程 $x^2 - 4(m-1)x + 3m^2 - 2m + 2k = 0$ 的根为有理根,那么 k 的值等于().

(A) -3 (B) -2.5 (C) -1 (D) 1

8. 方程 $x^2 + (m+2)x + (m+5) = 0$ 的两个根都是正数,那么 m 取的整数是().

(A) -4 (B) -5 (C) -2 (D) -1

9. 已知方程 $2y^2 - 5y + k = 0$ 的两根的比为 2 : 3, 那么 k 的值等于().

(A) 3 (B) 2 (C) -2.5 (D) -3

10. 已知方程 $x^2 + (m+9)x + 2m + 6 = 0$ 的两根平方和为 24, 那么 m 值等于().

(A) -1 或 9 (B) -1 或 14 (C) -5 或 14 (D) -5 或 -9

11. 若多项式 $x^2 + kx + \frac{1}{9}$ 是一个完全平方式, 则 $k =$ ().

(A) -3 (B) 3 (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\pm \frac{2}{3}$

12. 已知关于 x 的方程 $x^2+2x+m=0$ 的两根差的平方是 16, 则 m 的值是().

- (A) -2 (B) -3 (C) 3 (D) 2

13. 方程 $(3x-1)(2x+4)=1$ 的解是().

- (A) $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{3}{2}$ (B) $\frac{5 \pm \sqrt{55}}{6}$ (C) $\frac{-5 \pm \sqrt{55}}{6}$ (D) $\frac{1}{3}$ 或 -2

14. 已知一元二次方程的两根分别是 $x^2+3x-2=0$ 两根的二倍, 则这个一元二次方程是().

- (A) $x^2+6x-8=0$ (B) $x^2-6x-8=0$ (C) $x^2-6x-4=0$ (D) $x^2+6x-4=0$

15. 已知 $a+b+c=m$, $ab+bc+ac=n$, 则 $a^2+b^2+c^2$ 的值是().

- (A) m^2+2n (B) m^2-2n (C) n^2+2m (D) n^2-2m

二、填空题

1. 已知一元二次方程 $x^2+3x-6a=0$ 的一个根是 $2\sqrt{3}-3$, 则 $a=$ _____.

2. 已知 $x+\frac{1}{x}=3$, 则 $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$ 的值等于_____.

3. 方程 $3x^3-8x^2+16x=0$ 的实根为_____.

4. 若 $|3x-2|+|2y+3|=0$, 则 $x+y=$ _____.

5. 已知 $\frac{x}{3}=\frac{y}{-4}=\frac{z}{7}$, 则 $\frac{3x+y+z}{y}=$ _____.

6. 若 x_1, x_2 是方程 $x^2-4x+1=0$ 的两个根, 则 $(x_1+1)(x_2+1)=$ _____.

7. 两数之和为 2, 两数之差的绝对值为 6, 以这两个数为根的方程是_____.

8. 若 a, b 是实数, 且 $a^2+4b^2-2a+4b+2=0$, 则 $4a^2-\frac{1}{b}=$ _____.

三、解答题

1. 已知 α, β 是方程 $x^2-5x+3=0$ 的两根. 在不解方程的情况下, 求作一个新的二元二次方程, 使它的两根为 $\alpha+2\beta, 2\alpha+\beta$.

2. 已知关于 x 的方程 $3x^2+bx+10=0$ 的两个根的倒数之和为 $-\frac{11}{10}$. 求此方程的根及 b 的值.

3. 设 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $4x^2-(3m-5)x-6m^2=0$ 的两个实根, 且 $\frac{x_1^2}{x_2^2}=\frac{4}{9}$. 求 m 的值.

4. 已知关于 x 的方程: $2x^2-ax+2=0$ 有两个实根 α, β . 不解方程求 $|\alpha-\beta|$.

VI. 答案及详解

一、单项选择题

1. 答 选 A. 解 已知 $0=1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}=\left(\frac{2}{x}\right)^2-2\frac{2}{x}+1=\left(\frac{2}{x}-1\right)^2$, 所以 $\frac{2}{x}=1$.

2. 答 选 A. 解 方程 $2(m+1)x^2+4mx+3m-2=0$ 根的判别式为 $\Delta=(4m)^2-4\cdot 2(m+1)(3m-2)=-8(m^2+m-2)$. 当 $m<-2$ 或 $m>1$ 时, $\Delta<0$, 所以方程无实数根.

3. 答 选 C. 解 设 x_1 是方程 $x^2-3x+c=0$ 的一个根, 则 $x_1^2-3x_1+c=0$ ①. 已知 $-x_1$ 是 $x^2+3x-c=0$ 的根, 即 $x_1^2-3x_1-c=0$ ②. ①+②得 $2x_1^2-6x_1=0$, 所以 $x_1=0, x_1=3$.

4. 答 选 D. 解 因为 $\frac{1}{3}$ 是 $3x^2+5x-3m=0$ 的一个根, 根据韦达定理知另一根 x_2 满足 $\frac{1}{3}+x_2=-\frac{5}{3}$, 所以 $x_2=-2$.

5. 答 选 A. 解 因为方程 $x^2+mx+1=0$ 与 $x^2-x-m=0$ 有一个相同的根, 所以 $x^2+mx+1=x^2-x-m$, 解得 $x=-1$ 代回原方程得 $1-m+1=0$, 所以 $m=2$.

6. 答 选 C. 解 原方程通分得 $\frac{6x^2-(2x+7)(x-1)+3(4-6x)+3(x-1)}{3(x-1)}=0$, 化简得 $4(x^2-5x+4)=0$, 即 $x^2-5x+4=0$, 所以 $x_1=4, x_2=1$ (增根).

7. 答 选 B. 解 方程根的判别式 $\Delta=16(m-1)^2-4(3m^2-2m+2k)=4(m-3)^2-20-8k$, 若要方程的根为有理根, 则须 $-20-8k=0$, 所以 $k=-2.5$.

8. 答 选 A. 解 因为方程的两个根都是正数, 所以由韦达定理得 $x_1+x_2=-(m+2)>0, x_1 \cdot x_2=m+5>0$, 即 $m<-2$ 且 $m>-5$, 所以 $m=-4$.

9. 答 选 A. 解 设方程一根为 x_1 , 则另一根为 $\frac{3}{2}x_1$, 由韦达定理知 $x_1+\frac{3}{2}x_1=\frac{5}{2}, x_1 \cdot \frac{3}{2}x_1=\frac{k}{2}$, 所以 $x_1=1, k=3$.

10. 答 选 D. 解 设方程的两个根是 x_1 与 x_2 , 由韦达定理知 $x_1+x_2=-(m+9), x_1 \cdot x_2=2m+6$. 已知 $24=x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=[-(m+9)]^2-2(2m+6)=m^2+18m+81-4m-12=m^2+14m+69$, 即 $m^2+14m+45=0$, 所以 $m=-5, m=-9$.

11. 答 选 D. 解 因为 $x^2+kx+\frac{1}{9}=\left(x+\frac{k}{2}\right)^2-\frac{k^2}{4}+\frac{1}{9}$ 是一个完全平方式, 所以 $-\frac{k^2}{4}+\frac{1}{9}=0$, 化简得 $k^2=\frac{4}{9}$, 解出 $k=\pm\frac{2}{3}$.

12. 答 选 B. 解 设方程二根为 x_1, x_2 , 依题意 $(x_1-x_2)^2=16$. 由韦达定理得 $x_1+x_2=-2, x_1 \cdot x_2=m$, 所以 $16=(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=(-2)^2-4m$, 即 $16=4-4m, m=-3$.

13. 答 选 C. 解 由方程 $(3x-1)(2x+4)=1$ 得 $6x^2+10x-5=0$, 所以

$$x=\frac{-10\pm\sqrt{10^2+120}}{2\times 6}=\frac{-10\pm\sqrt{220}}{12}=\frac{-5\pm\sqrt{55}}{6}.$$

14. 答 选 A. 解 设 x_1, x_2 是方程 $x^2+3x-2=0$ 的二根, 由韦达定理得 $x_1+x_2=-3, x_1 \cdot x_2=-2$, 所以 $2x_1+2x_2=-6, 2x_1 \cdot 2x_2=-8$, 所以已知所求方程的两根是 $2x_1, 2x_2$, 所以该方程是 $x^2+6x-8=0$.

15. 答 选 B. 解 因为 $a+b+c=m, ab+bc+ac=n$, 所以 $m^2=(a+b+c)^2=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)=a^2+b^2+c^2+2n$, 所以 $a^2+b^2+c^2=m^2-2n$.

二、填空题

1. 答 $2-\sqrt{3}$. 解 因为 $2\sqrt{3}-3$ 是方程 $x^2+3x-6a=0$ 的根, 所以 $(2\sqrt{3}-3)^2+3(2\sqrt{3}-3)-6a=0$, 化简得 $12-6\sqrt{3}=6a$, 所以 $a=2-\sqrt{3}$.

2. 答 $\frac{1}{8}$. 解 由 $x+\frac{1}{x}=3$, 得 $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=3^2$, 即 $x^2+2+\frac{1}{x^2}=9$, 即 $x^2+\frac{1}{x^2}=7$, 所以

$$\frac{x^2}{x^4+x^2+1}=\frac{1}{x^2+1+\frac{1}{x^2}}=\frac{1}{7+1}=\frac{1}{8}.$$

3. 答 0. 解 由方程 $3x^3-8x^2+16x=0$ 得 $x(3x^2-8x+16)=0$, 所以 $x_1=0$, 或 $3x^2-8x+16=0$. 但 $3x^2-8x+16=0$ 无实根, 所以原方程只有惟一实根 $x=0$.

4. 答 $-\frac{5}{6}$. 解 因为 $|3x-2|+|2y+3|=0$, 所以 $3x-2=0, 2y+3=0$, 所以 $x=\frac{2}{3}, y=-\frac{3}{2}$. 由此得

$$x+y=\frac{2}{3}-\frac{3}{2}=-\frac{5}{6}.$$

5. 答 -3. 解 令 $\frac{x}{3}=\frac{y}{-4}=\frac{z}{7}=k$, 则 $x=3k, y=-4k, z=7k$, 所以 $\frac{3x+y+z}{y}=\frac{9k-4k+7k}{-4k}=\frac{12}{-4}=-3$.

6. 答 6. 解 因为 x_1, x_2 是方程 $x^2-4x+1=0$ 的两个根, 由韦达定理得 $x_1+x_2=4, x_1 \cdot x_2=1$, 所以 $(x_1+1) \cdot (x_2+1)=x_1x_2+x_1+x_2+1=1+4+1=6$.

7. 答 $x^2-2x-8=0$. 解 依题意得 $x_1+x_2=2, |x_1-x_2|=6$, 所以 $6=|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}, (x_1-x_2)^2=$

36, $(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=36$, 化简得 $2^2-4x_1x_2=36$, 解得 $x_1x_2=-8$. 因为 $x_1+x_2=2, x_1x_2=-8$, 所以根据韦达定理可知, 以 x_1, x_2 为根的原方程是 $x^2-2x-8=0$.

8. 答 6. 解 因为 $a^2+4b^2-2a+4b+2=0$, 所以 $(a-1)^2+(2b+1)^2=0$, 由此得 $a=1, b=-\frac{1}{2}$. 所以 $4a^2-\frac{1}{b}=6$.

三、解答题

1. 解 因为 α, β 是方程 $x^2-5x+3=0$ 两根, 所以 $\begin{cases} \alpha+\beta=5, \\ \alpha\beta=3. \end{cases}$ 设所求作的一元二次方程是 $y^2+py+q=0$, 所以

$$\begin{cases} p=-(\alpha+2\beta)+(2\alpha+\beta)=-3(\alpha+\beta), \\ q=(\alpha+2\beta)(2\alpha+\beta)=2(\alpha+\beta)^2+\alpha\beta, \end{cases} \quad \text{所以} \quad \begin{cases} p=-15, \\ q=53. \end{cases}$$

故所求作的方程为 $y^2-15y+53=0$.

2. 解 设方程的二根为 α, β , 依题意得 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=-\frac{11}{10}, \alpha+\beta=-\frac{b}{3}, \alpha \cdot \beta=\frac{10}{3}$, 由此得 $-\frac{11}{10}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha \cdot \beta}=\frac{-\frac{b}{3}}{\frac{10}{3}}$.

解得 $b=11$, 所以原方程为 $3x^2+11x+10=0$, 解得 $x_1=-2, x_2=-\frac{5}{3}$.

3. 解 由韦达定理得 $x_1+x_2=\frac{3m-5}{4}$, ① $x_1 \cdot x_2=-\frac{3}{2}m^2$. ② 已知 $\frac{x_1^2}{x_2^2}=\frac{9}{4}$, 即 $4x_1^2=9x_2^2$,

$$2x_1=\pm 3x_2. \quad \text{③}$$

当 $2x_1=-3x_2$ 时, 代入①, ②得

$$-\frac{3}{2}x_2+x_2=\frac{3m-5}{4}, \quad -\frac{3}{2}x_2^2=-\frac{3}{2}m^2,$$

消去 x_2 得 $\left(\frac{5-3m}{2}\right)^2=m^2 \Rightarrow m^2-6m+5=0$, 所以 $m=1$ 或 $m=5$.

当 $2x_1=3x_2$ 时, 代入②得 $\frac{3}{2}x_2^2=-\frac{3}{2}m^2$, 这个式子不成立;

当 $m=1$ 或 $m=5$ 时, 方程的判别式的值不小于 0. 所以所求 m 的值为 1 或 5.

4. 解 $|a-\beta|=\sqrt{(a-\beta)^2}=\sqrt{(a+\beta)^2-4a\beta}=\sqrt{\frac{a^2}{4}-4}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2-16}$.

第二章 集 合

I. 成考试题

一、单项选择题

1. 设集合 $M = \{x | -1 \leq x \leq 10\}$, $N = \{x | x > 7 \text{ 或 } x < 1\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$.
(A) $\{x | 7 < x \leq 10\}$ (B) $\{x | -1 \leq x < 1 \text{ 或 } 7 < x \leq 10\}$
(C) $\{x | -1 \leq x < 1\}$ (D) $\{x | 1 < x \leq 10\}$ (96 年题 1)
2. 设集合 $M = \{x | x \geq -4\}$, $N = \{x | x < 6\}$, 则 $M \cup N$ 等于 $(\quad)$.
(A) 实数集 (B) $\{x | -4 \leq x < 6\}$
(C) 空集 (D) $\{x | -4 < x < 6\}$ (97 年题 1)
3. 设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 4\}$, 则 $\bar{A}$ 的所有子集的个数是 $(\quad)$.
(A) 3 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (98 年题 1)
4. 设集合 $M = \{-2, 0, 2\}$, $N = \{0\}$, 则 $(\quad)$.
(A) N 为空集 (B) $N \in M$ (C) $N \subset M$ (D) $M \subset N$ (99 年题 1)
5. 设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $M = \{1, 3, 4\}$, $N = \{2, 4, 5\}$, 则 $\bar{M} \cap \bar{N} = (\quad)$.
(A) 空集 (B) $\{4\}$ (C) $\{1, 3\}$ (D) $\{2, 5\}$ (00 年题 1)
6. 设集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $N = \{2, 4, 6\}$, $T = \{4, 5, 6\}$, 则 $(M \cap T) \cup N = (\quad)$.
(A) $\{4, 5, 6\}$ (B) $\{2, 4, 5, 6\}$
(C) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (D) $\{2, 4, 6\}$ (01 年题 1)
7. 设集合 $A = \{x | -2 < x < 3\}$, $B = \{x | x > 1\}$, 则集合 $A \cap B$ 等于 $(\quad)$.
(A) $\{x | 1 < x < 3\}$ (B) $\{x | -2 < x < 3\}$
(C) $\{x | x > 1\}$ (D) $\{x | x > -2\}$ (02 年题 1)
8. 设集合 $M = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$, 集合 $N = \{(x, y) | \frac{x^2}{2} + y^2 \leq 4\}$, 则集合 M 与集合 N 的关系是 $(\quad)$.
(A) $M \cup N = M$ (B) $M \cap N = \emptyset$ (C) $N \subsetneq M$ (D) $M \subsetneq N$ (03 年题 1)
9. 设集合 $M = \{x | |x - 1| \geq 2\}$, 集合 $N = \{x | \log_2 x > 1\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$.
(A) $\{x | x \geq 3\}$ (B) $\{x | x > 2\}$ (C) $\{x | x > 3\}$ (D) $\{x | x < -1\}$
(04 年题 1)
10. 设集合 $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $Q = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, 则 $P \cap Q = (\quad)$.
(A) $\{2, 4\}$ (B) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$
(C) $\{2\}$ (D) $\{4\}$ (05 年题 1)
11. $\sin \alpha = \sin \beta$ 是 $\alpha = \beta$ 的 $(\quad)$.
(A) 充分但不必要条件 (B) 必要但不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件 (97 年题 3)

12. 设 a, b, c 为实数, 命题甲: 实数 a, b, c 成等差数列, 命题乙: $a+c=2b$, 则().

(A) 甲是乙的充分条件但不是必要条件

(B) 甲是乙的必要条件但不是充分条件

(C) 甲是乙的充分必要条件

(D) 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

(98 年题 2)

13. 命题甲: 点 (x, y) 在曲线 $\begin{cases} x=\cos\theta \\ y=\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数, 且 $0\leq\theta\leq\frac{\pi}{2}$) 上, 命题乙: 点 (x, y)

在曲线 $x^2+y^2=1$ 上, 则().

(A) 甲是乙的充分条件但不是必要条件

(B) 甲是乙的必要条件但不是充分条件

(C) 甲是乙的充分必要条件

(D) 甲不是乙的必要条件也不是乙的充分条件

(00 年题 7)

14. 命题甲: 直线 $y=b-x$ 过原点; 命题乙: $b=0$. 则().

(A) 甲是乙的充分条件但不是必要条件

(B) 甲是乙的必要条件但不是充分条件

(C) 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

(D) 甲是乙的充分必要条件

(01 年题 6)

15. 设甲: $x=1$; 乙: $x^2-3x+2=0$, 则().

(A) 甲是乙的充分条件但不是必要条件

(B) 甲是乙的必要条件但不是充分条件

(C) 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

(D) 甲是乙的充分必要条件

(02 年题 7)

16. 设甲: $k=1$ 且 $b=1$; 乙: 直线 $y=kx+b$ 与 $y=x$ 平行, 则().

(A) 甲是乙的必要条件但不是乙的充分条件

(B) 甲是乙的充分条件但不是乙的必要条件

(C) 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

(D) 甲是乙的充分必要条件

(03 年题 9)

17. 设甲: $\triangle ABC$ 是等腰三角形; 乙: $\triangle ABC$ 是等边三角形, 则().

(A) 甲是乙的充分条件但不是乙的必要条件

(B) 甲是乙的必要条件但不是乙的充分条件

(C) 甲是乙的充分必要条件

(D) 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

(04 年题 10)

18. 设 $f(x)=a^x$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$), 则 $x>0$ 时, $0<f(x)<1$ 成立的充分必要条件是().

(A) $a>1$

(B) $0<a<1$

(C) $\frac{1}{2}<a<1$

(D) $1<a<2$

(96 年题 9)

19. 设命题甲: $k=1$; 命题乙: 直线 $y=kx$ 与直线 $y=x+1$ 平行, 则().

(A) 甲是乙的必要条件但不是乙的充分条件

(B) 甲是乙的充分条件但不是乙的必要条件

(C) 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

I. 试题详解

一、单项选择题

1. 答 选 B.
2. 答 选 A.
3. 答 选 D. 解 $\bar{A} = \{2, 3, 5\}$, 所以 $\bar{A}$ 的子集共有 $2^3 = 8$ 个.
4. 答 选 C.
5. 答 选 A. 解 $\bar{M} = \{2, 5\}, \bar{N} = \{1, 3\}$, 所以 $\bar{M} \cap \bar{N} = \emptyset$.
6. 答 选 B. 解 $M \cap T = \{4, 5\}$, 所以 $(M \cap T) \cup N = \{2, 4, 5, 6\}$.
7. 答 选 A.
8. 答 选 D. 解 因为 $M = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ 表示圆心在原点, 半径为 1 的圆及圆内的点集, $N = \{(x, y) | \frac{x^2}{2} + y^2 \leq 1\}$ 是中心在原点, 长轴为 $2\sqrt{2}$, 短轴为 2 的椭圆及椭圆内的点集, 所以 $M \subsetneq N$.
9. 答 选 A. 解 $M = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 3\}, N = \{x | x > 2\}$, 故 $M \cap N = \{x | x \geq 3\}$.
10. 答 选 A.
11. 答 选 B. 解 由 $\alpha = \beta \Rightarrow \sin \alpha = \sin \beta$, 但由 $\sin \alpha = \sin \beta \nRightarrow \alpha = \beta$.
12. 答 选 C. 解 由 $\alpha \Rightarrow \beta$ 且由 $\beta \Rightarrow \alpha$.
13. 答 选 A. 解 由 $\alpha \Rightarrow \beta$ 但由 $\beta \nRightarrow \alpha$.
14. 答 选 D. 解 由 $\alpha \Rightarrow \beta$ 且由 $\beta \Rightarrow \alpha$.
15. 答 选 A. 解 由 $\alpha \Rightarrow \beta$ 但由 $\beta \nRightarrow \alpha$.
16. 答 选 B. 解 由 $\alpha \Rightarrow \beta$ 但由 $\beta \nRightarrow \alpha$.
17. 答 选 B. 解 由 $\alpha \nRightarrow \beta$ 但由 $\beta \Rightarrow \alpha$.
18. 答 选 B. 解 若 $0 < a < 1$, 则 $f(x) = a^x$. 当 $x > 0$ 时, $0 < f(x) < 1$; 又若 $0 < f(x) = a^x < 1$, 当 $x > 0$ 时, 则 $0 < a < 1$. 故当 $x > 0$ 时, $0 < f(x) = a^x < 1$ 的充要条件是 $0 < a < 1$.
19. 答 选 D.

II. 命题趋势

1. 考题知识点:

- (1) 集合; (2) 相等的集合; (3) 子集; (4) 交集;
(5) 并集; (6) 全集; (7) 补集; (8) 充要条件.

2. 考题特点: 在十年成人高考题中, 与本章直接相关的题共有 19 题, 占 8%, 其中有关集合运算的 10 题, 有关充要条件 9 题, 每年平均出近两题, 一题为集合运算, 一题为判断命题的充要条件.

3. 考题重点: 集合运算与判断命题的充要条件.

4. 考题难点: (1) 求平面内点集之交、并、补集;

(2) 判断命题的充要条件.

5. 考题预测: 考关于集合运算与判别命题的充要条件的题, 概率为 100%.