

主 编 王海平

副主编 王建宏 傅宏伟

2010 年全国高考 数学试题分类评析



华东师范大学出版社

2010年全国高考 数学试题分类评析

主 编	王海平						
副主编	王建宏	傅宏伟					
编 者	王坤玉	王建宏	王海平	边秀丽	陈广前		
	严永芳	赵善华	曹卯林	傅宏伟	潘益琪		

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

2010 年全国高考数学试题分类评析/王海平主编.
—上海:华东师范大学出版社,2010.8
ISBN 978-7-5617-7995-8

I. ①2… II. ①王… III. ①数学课—高中—解题—升学参考资料 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 151660 号

2010 年全国高考数学试题分类评析

主 编 王海平
责任编辑 平 萍
审读编辑 平 萍 曹祖红
封面设计 高 山

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电话总机 021-62450163 转各部门 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537(兼传真)
门市(邮购)电话 021-62869887
门市地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 址 www.ecnupress.com.cn

印 刷 者 江阴天海印务有限公司
开 本 787×1092 16 开
印 张 16
字 数 488 千字
版 次 2010 年 8 月第 1 版
印 次 2010 年 8 月第 1 次
书 号 ISBN 978-7-5617-7995-8/G·4674
定 价 24.80 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

目 录

第 1 章 集合与常用逻辑用语 / 1

第 2 章 函数 / 7

第 3 章 立体几何初步 / 20

第 4 章 直线与圆 / 45

第 5 章 曲线与方程 / 49

第 6 章 平面向量与复数 / 64

第 7 章 三角函数 / 71

第 8 章 数列 / 86

第 9 章 不等式(含线性规划) / 95

第 10 章 推理与证明 / 103

第 11 章 统计与概率 / 112

第 12 章 算法初步 / 127

第 13 章 排列、组合、二项式定理 / 134

第 14 章 导数与积分 / 139

第 15 章 选修四系列 / 153

第 16 章 新颖题型 / 162

第 17 章 综合问题 / 170

参考答案 / 179

2010 年全国高考数学试题题量统计表 / 236

2010 年全国高考数学试题知识点分类考查情况表 / 238

第1章

集合与常用逻辑用语



一、《新课标》中的内容和要求

集合与常用逻辑用语,是现代数学的重要语言,是掌握和使用数学语言的基础.

集合知识可以使我们更好地理解数学中广泛使用的集合语言,并用集合语言表达数学问题,运用集合的观点去研究和解决数学问题.

逻辑是研究思维形式及其规律的一门学科,是人们认识和研究问题不可缺少的工具,能更好地培养学生的推理技能,发展学生的思维能力.

1. 集合

(1) 集合的含义与表示

- ① 通过实例,了解集合的含义,体会元素与集合的“属于”关系.
- ② 能选择自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题,感受集合语言的意义和作用.

(2) 集合间的基本关系

- ① 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.
- ② 在具体情境中,了解全集与空集的含义.

(3) 集合的基本运算

- ① 理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.
- ② 理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.
- ③ 能使用韦恩(Venn)图(也叫文氏图)表达集合的关系及运算,体会直观图示对理解抽象概念的作用.

2. 常用逻辑用语

(1) 命题及其关系

- ① 了解命题的逆命题、否命题与逆否命题.
- ② 理解必要条件、充分条件与充要条件的意义,会分析四种命题的相互关系.

(2) 简单的逻辑联结词

通过数学实例,了解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义.

(3) 全称量词与存在量词

- ① 通过生活和数学中的丰富实例,理解全称量词与存在量词的意义.
- ② 能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

3. 重点掌握

- (1) 新课标考纲对“使用韦恩图表达两个简单集合间的关系及两个简单集合的运算”提出了具体要求.
- (2) 对简易逻辑的考查在新课标考纲中增加了考查“常用逻辑用语”,包括全称量词与存在量词及对含有一个量词的命题的否定.

二、命题特点

1. 通过选择题和填空题,全面考查集合与常用逻辑用语的基本概念和基本性质,大部分试题都源于课本的基本题、常见题,要求对基本知识、基本题型的求解准确熟练.
 - (1) 有关集合的试题,考查重点是集合与集合之间的关系,近年试题加强了对集合计算化简的考查,并向无限集发展,考查抽象思维能力,在解决这些问题时,要注意利用几何的直观性,注意运用韦恩图解题方法的训练,注意利用特殊值法解题,加强集合表示方法的转换和化简的训练.
 - (2) 有关常用逻辑用语的试题,主要是对数学概念有准确的记忆和深层次的理解.
2. 对基本概念和基本性质的考查并没有降低能力要求,体现了观念性强和思辨性强的数学特点.

三、高考指导

1. 强化对集合与集合关系题目的训练,理解集合中代表元素的真正意义,注意利用几何直观性研究问题,注意运用韦恩图解题方法的训练,加强两种集合表示方法的转换和化简的训练.
2. 要正确理解“充分条件”、“必要条件”、“充要条件”的概念. 数学概念的定义具有对称性,即数学概念的定义可以看成充要条件,既是概念的判断依据,又是概念所具有的性质. 判别充分条件或必要条件的依据是推出关系. 在判别充分条件或必要条件时还要有命题证明的意识.
3. 注意总结和归纳集合与常用逻辑用语方面的知识规律和应该注意的问题,如:
 - (1) 对于集合 A, B , 当 $A \cap B = \emptyset$ 时,是否注意到了一个极端的情况: $A = \emptyset$ 或 $B = \emptyset$? 求集合子集时,是否忘记了 $\emptyset$? 当研究 $A \subseteq B$ 的问题时,是否考虑到了 $A = \emptyset$ 的情形? 当 $A \cup B = A$ 时,是否注意到了 $B = \emptyset$ 的情形?
 - (2) 对于含有 $n (n \in \mathbf{N}^*)$ 个元素的有限集合 M , 其子集、真子集、非空子集和非空真子集的个数依次为 $2^n, 2^n - 1, 2^n - 1, 2^n - 2$.



一、选择题

1. (2010 · 山东卷 · 理 · 1) 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x \mid |x - 1| \leq 2\}$, 则 $\complement_U M = (\quad)$.
 - A. $\{x \mid -1 < x < 3\}$
 - B. $\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$
 - C. $\{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$
 - D. $\{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$
2. (2010 · 湖北卷 · 文 · 1) 设集合 $M = \{1, 2, 4, 8\}$, $N = \{x \mid x \text{ 是 } 2 \text{ 的倍数}\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$.
 - A. $\{2, 4\}$
 - B. $\{1, 2, 4\}$
 - C. $\{2, 4, 8\}$
 - D. $\{1, 2, 4, 8\}$
3. (2010 · 山东卷 · 文 · 1) 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x \mid x^2 - 4 \leq 0\}$, 则 $\complement_U M = (\quad)$.
 - A. $\{x \mid -2 < x < 2\}$
 - B. $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$
 - C. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$
 - D. $\{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 2\}$
4. (2010 · 山东卷 · 文 · 7) 设 $\{a_n\}$ 是首项大于零的等比数列, 则 “ $a_1 < a_2$ ” 是 “数列 $\{a_n\}$ 是递增数列” 的 $(\quad)$.
 - A. 充分而不必要条件
 - B. 必要而不充分条件
 - C. 充分必要条件
 - D. 既不充分也不必要条件

5. (2010·浙江卷·文·1) 设 $P = \{x | x < 1\}$, $Q = \{x | x^2 < 4\}$, 则 $P \cap Q =$ ().
 A. $\{x | -1 < x < 2\}$ B. $\{x | -3 < x < 1\}$
 C. $\{x | 1 < x < 4\}$ D. $\{x | -2 < x < 1\}$
6. (2010·浙江卷·理·4, 文·6) 设 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 则 “ $x \sin^2 x < 1$ ” 是 “ $x \sin x < 1$ ” 的 ().
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. (2010·浙江卷·理·1) 设 $P = \{x | x < 4\}$, $Q = \{x | x^2 < 4\}$, 则 ().
 A. $P \subseteq Q$ B. $Q \subseteq P$ C. $P \subseteq \complement_{\mathbb{R}} Q$ D. $Q \subseteq \complement_{\mathbb{R}} P$
8. (2010·四川卷·文·1) 设集合 $A = \{3, 5, 6, 8\}$, 集合 $B = \{4, 5, 7, 8\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ().
 A. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ B. $\{3, 6\}$ C. $\{4, 7\}$ D. $\{5, 8\}$
9. (2010·全国 I 卷·文·2) 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $M = \{1, 4\}$, $N = \{1, 3, 5\}$, 则 $N \cap \complement_U M =$ ().
 A. $\{1, 3\}$ B. $\{1, 5\}$ C. $\{3, 5\}$ D. $\{4, 5\}$
10. (2010·全国 II 卷·文·1) 设全集 $U = \{x \in \mathbb{N}^* | x < 6\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{3, 5\}$, 则 $\complement_U (A \cup B) =$ ().
 A. $\{1, 4\}$ B. $\{1, 5\}$ C. $\{2, 4\}$ D. $\{2, 5\}$
11. (2010·宁夏海南卷·文·1, 理·1) 已知集合 $A = \{x | |x| \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | \sqrt{x} \leq 4, x \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ ().
 A. $(0, 2)$ B. $[0, 2]$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
12. (2010·陕西卷·文·1) 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cap B =$ ().
 A. $\{x | x < 1\}$ B. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$
 C. $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$ D. $\{x | -1 \leq x < 1\}$
13. (2010·湖南卷·文·2) 下列命题中的假命题是 ().
 A. $\exists x \in \mathbb{R}, \lg x = 0$ B. $\exists x \in \mathbb{R}, \tan x = 1$
 C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^3 > 0$ D. $\forall x \in \mathbb{R}, 2^x > 0$
14. (2010·湖南卷·理·1) 已知集合 $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{2, 3, 4\}$, 则 ().
 A. $M \subseteq N$ B. $N \subseteq M$
 C. $M \cap N = \{2, 3\}$ D. $M \cup N = \{1, 4\}$
15. (2010·湖南卷·理·2) 下列命题中的假命题是 ().
 A. $\forall x \in \mathbb{R}, 2^{x-1} > 0$ B. $\forall x \in \mathbb{N}^*, (x-1)^2 > 0$
 C. $\exists x \in \mathbb{R}, \lg x < 1$ D. $\exists x \in \mathbb{R}, \tan x = 2$
16. (2010·江西卷·文·1) 对于实数 a, b, c , “ $a > b$ ” 是 “ $ac^2 > bc^2$ ” 的 ().
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
17. (2010·江西卷·文·2) 若集合 $A = \{x | |x| \leq 1\}$, $B = \{x | x \geq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ().
 A. $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$ B. $\{x | x \geq 0\}$ C. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ D. $\emptyset$
18. (2010·江西卷·理·2) 若集合 $A = \{x | |x| \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{y | y = x^2, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $A \cap B =$ ().
 A. $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$ B. $\{x | x \geq 0\}$ C. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ D. $\emptyset$
19. (2010·辽宁卷·文·1) 已知集合 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $A = \{1, 5, 7\}$, 则 $\complement_U A =$ ().
 A. $\{1, 3\}$ B. $\{3, 7, 9\}$ C. $\{3, 5, 9\}$ D. $\{3, 9\}$
20. (2010·福建卷·文·1) 若集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x > 2\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ().
 A. $\{x | 2 < x \leq 3\}$ B. $\{x | x \geq 1\}$ C. $\{x | 2 \leq x < 3\}$ D. $\{x | x > 2\}$
21. (2010·辽宁卷·理·1) 已知 A, B 均为集合 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 的子集, 且 $A \cap B = \{3\}$,

- ($\complement_U B$) $\cap A = \{9\}$, 则 $A =$ ().
- A. $\{1, 3\}$ B. $\{3, 7, 9\}$ C. $\{3, 5, 9\}$ D. $\{3, 9\}$
22. (2010·陕西卷·理·1) 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$ ().
- A. $\{x | x > 1\}$ B. $\{x | x \geq 1\}$ C. $\{x | 1 < x \leq 2\}$ D. $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$
23. (2010·安徽卷·文·1) 若 $A = \{x | x + 1 > 0\}$, $B = \{x | x - 3 < 0\}$, 则 $A \cap B =$ ().
- A. $(-1, +\infty)$ B. $(-\infty, 3)$ C. $(-1, 3)$ D. $(1, 3)$
24. (2010·安徽卷·理·2) 若集合 $A = \left\{x \mid \log_{\frac{1}{2}} x \geq \frac{1}{2}\right\}$, 则 $\complement_{\mathbb{R}} A =$ ().
- A. $(-\infty, 0] \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$ B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$
- C. $(-\infty, 0] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$ D. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$
25. (2010·广东卷·文·1) 若集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 4\}$, 则集合 $A \cup B =$ ().
- A. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ B. $\{1, 2, 3, 4\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0\}$
26. (2010·广东卷·文·8) “ $x > 0$ ”是“ $\sqrt[3]{x^2} > 0$ ”成立的().
- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
- C. 非充分非必要条件 D. 充要条件
27. (2010·广东卷·理·1) 若集合 $A = \{x | -2 < x < 1\}$, $B = \{x | 0 < x < 2\}$, 则集合 $A \cap B =$ ().
- A. $\{x | -1 < x < 1\}$ B. $\{x | -2 < x < 1\}$ C. $\{x | -2 < x < 2\}$ D. $\{x | 0 < x < 1\}$
28. (2010·陕西卷·文·6) “ $a > 0$ ”是“ $|a| > 0$ ”的().
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
29. (2010·北京卷·文·1, 理·1) 集合 $P = \{x \in \mathbb{Z} | 0 \leq x < 3\}$, $M = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 \leq 9\}$, 则 $P \cap M =$ ().
- A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{0, 1, 2, 3\}$
30. (2010·福建卷·文·8) 若向量 $\vec{a} = (x, 3)$ ($x \in \mathbb{R}$), 则“ $x = 4$ ”是“ $|\vec{a}| = 5$ ”的().
- A. 充分而不必要 B. 必要而不充分
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
31. (2010·山东卷·理·9) 设 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则“ $a_1 < a_2 < a_3$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 是递增数列”的().
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
- C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】 C.

【解析】 若已知 $a_1 < a_2 < a_3$, 则设数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 因为 $a_1 < a_2 < a_3$, 所以 $a_1 < a_1 q < a_1 q^2$, 解得 $\begin{cases} a_1 > 0, \\ q > 1, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_1 < 0, \\ 0 < q < 1, \end{cases}$ 所以数列 $\{a_n\}$ 是递增数列; 反之, 若数列 $\{a_n\}$ 是递增数列, 则必有 $a_1 < a_2 < a_3$, 所以“ $a_1 < a_2 < a_3$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 是递增数列”的充分必要条件, 故选 C.

32. (2010·湖北卷·理·2) 设集合 $A = \left\{(x, y) \mid \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1\right\}$, $B = \{(x, y) | y = 3^x\}$, 则 $A \cap B$ 的子集的个数是().
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
33. (2010·宁夏海南卷·理·5) 已知命题 p_1 : 函数 $y = 2^x - 2^{-x}$ 在 $\mathbb{R}$ 上为增函数, p_2 : 函数 $y = 2^x + 2^{-x}$ 在 $\mathbb{R}$ 上为减函数, 则在命题 $q_1: p_1 \vee p_2$, $q_2: p_1 \wedge p_2$, $q_3: (\neg p_1) \vee p_2$ 和 $q_4: p_1 \wedge (\neg p_2)$ 中, 真命题是().
- A. q_1, q_3 B. q_2, q_3 C. q_1, q_4 D. q_2, q_4

【答案】 C.

【解析】 解法一: 易知 p_1 是真命题, 而对 $p_2: y' = 2^x \ln 2 - \frac{1}{2^x} \ln 2 = \ln 2 \left(2^x - \frac{1}{2^x} \right)$, 当 $x \in [0, +\infty)$

时, $2^x \geq \frac{1}{2^x}$, 又因为 $\ln 2 > 0$, 所以 $y' \geq 0$, 函数单调递增; 同理可得当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, 函数单调递减, 故 p_2 是假命题. 由此可知: q_1 真, q_2 假, q_3 假, q_4 真. 故选 C.

解法二: 对 p_2 的真假可以取特殊值来判断, 如取 $x_1 = 1 < x_2 = 2$, 得 $y_1 = \frac{5}{2} < y_2 = \frac{17}{4}$; 取 $x_3 = -1 > x_4 = -2$, 得 $y_3 = \frac{5}{2} < y_4 = \frac{17}{4}$, 即可得到 p_2 是假命题, 下略.

【易错提示】 两个命题真假判断出错, 则后续的结论判断均会前功尽弃.

34. (2010 · 广东卷 · 理 · 5) “ $m < \frac{1}{4}$ ” 是 “一元二次方程 $x^2 + x + m = 0$ 有实数解” 的 ().

- A. 充分非必要条件 B. 充分必要条件
C. 必要非充分条件 D. 非充分非必要条件

35. (2010 · 辽宁卷 · 理 · 11) 已知 $a > 0$, 则 x_0 满足关于 x 的方程 $ax = b$ 的充要条件是 ().

- A. $\exists x \in \mathbf{R}, \frac{1}{2}ax^2 - bx \geq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$ B. $\exists x \in \mathbf{R}, \frac{1}{2}ax^2 - bx \leq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$
C. $\forall x \in \mathbf{R}, \frac{1}{2}ax^2 - bx \geq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, \frac{1}{2}ax^2 - bx \leq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$

【答案】 C.

【解析】 由于 $a > 0$, 令函数 $y = \frac{1}{2}ax^2 - bx = \frac{1}{2}a \left(x - \frac{b}{a} \right)^2 - \frac{b^2}{2a}$, 此时函数图象的开口向上, 当 $x = \frac{b}{a}$ 时, 取得最小值 $-\frac{b^2}{2a}$, 而 x_0 满足关于 x 的方程 $ax = b$, 那么 $x_0 = \frac{b}{a}$, $y_{\min} = \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0 = -\frac{b^2}{2a}$, 所以对于任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $y = \frac{1}{2}ax^2 - bx \geq -\frac{b^2}{2a}$, 即 $y = \frac{1}{2}ax^2 - bx \geq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$.

【命题意图】 本题考查二次函数的性质、全称量词与充要条件的知识, 考查学生构造二次函数解决问题的能力.

36. (2010 · 陕西卷 · 理 · 9) 对于数列 $\{a_n\}$, “ $a_{n+1} > |a_n| (n = 1, 2, \dots)$ ” 是 “ $\{a_n\}$ 为递增数列” 的 ().

- A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
C. 必要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】 B.

【解析】 $a_{n+1} > |a_n|$ 对一切正整数恒成立时, 即有 $a_{n+1} > a_n$, 即得数列 $\{a_n\}$ 是递增数列, 反之若 $\{a_n\}$ 是递增数列, 如 $a_n = n - 8$, 其满足 $a_3 < |a_2|$, 即不等式 $a_{n+1} > |a_n|$ 不恒成立, 所以 “ $a_{n+1} > |a_n|$ ” 是 “ $\{a_n\}$ 是递增数列” 的充分不必要条件. 故应选 B.

【技巧点拨】 对于条件 $a_{n+1} > |a_n|$ 中的隐含信息为该数列中所有的项均为正数, 此条件信息的挖掘是破解此题的关键.

37. (2010 · 辽宁卷 · 文 · 4) 已知 $a > 0$, 函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$, 若 x_0 满足关于 x 的方程 $2ax + b = 0$, 则下列选项的命题中为假命题的是 ().

- A. $\exists x \in \mathbf{R}, f(x) \leq f(x_0)$ B. $\exists x \in \mathbf{R}, f(x) \geq f(x_0)$
C. $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \leq f(x_0)$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq f(x_0)$

38. (2010 · 上海春考卷 · 17) 已知抛物线 $C: y^2 = x$ 与直线 $l: y = kx + 1, “k \neq 0”$ 是 “直线 l 与抛物线 C 有两个不同交点” 的 ().

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】 B.

【解析】 当 $k=0$ 时, 直线 $y=1$ 与抛物线 $C: y^2=x$ 只有一个交点, 所以要使直线 l 与抛物线 C 有两个不同交点, 必须有 $k \neq 0$; 当 $k \neq 0$ 时, 由 $\begin{cases} y^2=x, \\ y=kx+1, \end{cases}$ 得 $k^2x^2+(2k-1)x+1=0$, $\Delta=(2k-1)^2-4k^2=-4k+1$, 则 Δ 不一定大于零, 此时直线 l 与抛物线 C 可能没有交点, 可能有一个交点, 也可能有两个交点, 所以 “ $k \neq 0$ ” 是 “直线 l 与抛物线 C 有两个不同交点” 的必要不充分条件. 故选 B.

39. (2010·天津卷·文·7) 设集合 $A=\{x||x-a|<1, x \in \mathbf{R}\}$, $B=\{x|1<x<5, x \in \mathbf{R}\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是().

A. $\{a|0 \leq a \leq 6\}$ B. $\{a|a \leq 2 \text{ 或 } a \geq 4\}$ C. $\{a|a \leq 0 \text{ 或 } a \geq 6\}$ D. $\{a|2 \leq a \leq 4\}$

40. (2010·天津卷·理·3) 命题 “若 $f(x)$ 是奇函数, 则 $f(-x)$ 是奇函数” 的否命题是().

A. 若 $f(x)$ 偶函数, 则 $f(-x)$ 是偶函数 B. 若 $f(x)$ 不是奇函数, 则 $f(-x)$ 不是奇函数
C. 若 $f(-x)$ 是奇函数, 则 $f(x)$ 是奇函数 D. 若 $f(-x)$ 不是奇函数, 则 $f(x)$ 不是奇函数

41. (2010·天津卷·理·9) 设集合 $A=\{x||x-a|<1, x \in \mathbf{R}\}$, $B=\{x||x-b|>2, x \in \mathbf{R}\}$. 若 $A \subseteq B$, 则实数 a, b 必满足().

A. $|a+b| \leq 3$ B. $|a+b| \geq 3$ C. $|a-b| \leq 3$ D. $|a-b| \geq 3$

二、填空题

42. (2010·重庆卷·文·11) 设 $A=\{x|x+1>0\}$, $B=\{x|x<0\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

43. (2010·重庆卷·理·12) 设 $U=\{0, 1, 2, 3\}$, $A=\{x \in U|x^2+mx=0\}$, 若 $\complement_U A = \{1, 2\}$, 则实数 $m =$ _____.

44. (2010·上海春考卷·4) 已知集合 $A=\{x||x|<2\}$, $B=\left\{x \mid \frac{1}{x+1}>0\right\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

45. (2010·江苏卷·1) 设集合 $A=\{-1, 1, 3\}$, $B=\{a+2, a^2+4\}$, $A \cap B = \{3\}$, 则实数 $a =$ _____.

【易错提示】 两个集合的交集只需找出两个集合的公共元素即可, 列出方程并解方程时要注意此题的前提条件是 a 为实数, 不可将复数结果填入空中.

46. (2010·湖南卷·文·9) 已知集合 $A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{2, m, 4\}$, $A \cap B = \{2, 3\}$, 则 $m =$ _____.

47. (2010·安徽卷·文·11) 命题 “存在 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2+2x+5=0$ ” 的否定是 _____.

48. (2010·安徽卷·理·11) 命题 “对任何 $x \in \mathbf{R}$, $|x-2|+|x-4|>3$ ” 的否定是 _____.

49. (2010·上海卷·文·1) 已知集合 $A=\{1, 3, m\}$, $B=\{3, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $m =$ _____.

三、解答题

50. (2010·安徽卷·理·20) 设数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 中的每一项都不为 0.

证明: $\{a_n\}$ 为等差数列的充分必要条件是: 对任何 $n \in \mathbf{N}^*$, 都有

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{n}{a_1 a_{n+1}}.$$

第2章

函 数



一、《新课标》中的内容和要求 函数概念与基本初等函数

(1) 函数

- ① 进一步体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型,在此基础上学习用集合与对应的语言来刻画函数,体会对应关系在刻画函数概念中的作用;了解构成函数的要素,会求一些简单函数的定义域和值域;了解映射的概念.
- ② 在实际情境中,会根据不同的需要选择恰当的方法表示函数.
- ③ 了解简单的分段函数,并能简单应用.
- ④ 通过已学过的函数特别是二次函数,理解函数的单调性、最大(小)值及其几何意义;结合具体函数,了解奇偶性的含义.
- ⑤ 学会运用函数图象理解和研究函数的性质.

(2) 指数函数

- ① 了解指数函数模型的实际背景.
- ② 理解有理指数幂的含义,了解实数指数幂的意义,掌握幂的运算.
- ③ 理解指数函数的概念和意义,能借助计算器或计算机画出具体指数函数的图象,探索并理解指数函数的单调性与特殊点.
- ④ 在解决简单实际问题的过程中,体会指数函数是一类重要的函数模型.

(3) 对数函数

- ① 理解对数的概念及其运算性质,知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数;通过阅读材料,了解对数的发现历史以及对简化运算的作用.
- ② 通过具体实例,直观了解对数函数模型所刻画的数量关系,初步理解对数函数的概念,体会对数函数是一类重要的函数模型;能借助计算器或计算机画出具体对数函数的图象,探索并了解对数函数的单调性与特殊点.
- ③ 知道指数函数与对数函数互为反函数.

(4) 幂函数

通过实例,了解幂函数的概念.

(5) 函数与方程

- ① 结合二次函数的图象,判断一元二次方程根的存在性及根的个数,从而了解函数的零点与方程根

的联系.

- ② 根据具体函数的图象,能够借助计算器用二分法求相应方程的近似解,了解这种方法是求方程近似解的常用方法.

(6) 函数模型及其应用

- ① 利用计算工具,比较指数函数、对数函数以及幂函数增长差异;结合实例体会直线上升、指数爆炸、对数增长等不同函数类型增长的含义.
- ② 收集一些社会生活中普遍使用的函数模型(指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等)的实例,了解函数模型的广泛应用.

二、命题特点

1. 有关函数单调性和奇偶性的试题,从试题上看,抽象函数和具体函数都有,且有向抽象函数发展的趋势,体现了高考加大对学生理性思维能力考查的思想.试题注重对转化思想的考查,并且都综合地考查单调性与奇偶性.
2. 与函数图象有关的试题,要从图中(或列表中)读取各种信息,注意利用平移变换、伸缩变换、对称变换,注意函数的对称性和函数值的变化趋势,培养运用数形结合思想解题的能力.
3. 与反函数有关的试题,大多是求函数的解析式、定义域、值域或函数图象等,一般不需要求出反函数,只需将问题转化为与原函数有关的问题即可解决.
4. 与指数函数和对数函数有关的试题,对指数函数与对数函数的考查,大多以基本函数的性质为依托,结合运算推理来解决;能运用性质比较熟练地进行大小的比较、方程的求解等;会利用基本的指数函数或对数函数的性质研究简单复合函数的单调性、奇偶性等性质,熟练掌握指数和对数的运算法则,明确算理,能对常见的指数型函数、对数型函数进行变形处理.
5. 函数与方程、函数模型及其应用等内容,受到较大的关注.
6. 本章内容在高考解答题中,文科大多以对数函数为背景,结合对数运算,以考查对数函数的性质及图象等题型为主;理科大多以方程或二次函数为背景,综合考查函数、方程和不等式的知识,重视代数推理能力.此类试题,一般要经过变形转化,归结为二次函数问题来解决,是近年高考的重点和热点.在此基础上,理解和掌握常见的平移、对称变换方法,以基本函数为基础,强化由式到图和由图到式的转化训练.
7. 近年来,有关函数内容的高考命题趋势是:
 - ① 全方位. 近几年的高考题中,函数的所有知识点都考过,虽然近几年不强调知识点的覆盖率,但每年函数知识点的覆盖率依然没有减少.
 - ② 多层次. 在每年的高考题中,函数题低档、中档、高档难度的都有,且选择、填空、解答题题型齐全.低档难度的题目一般仅涉及函数本身的内容,诸如定义域、值域、单调性、周期性、图象、反函数,且对能力的要求不高;中、高档难度的题目多为综合程度较大的问题,或者是函数与其他知识结合,或者是多种方法的渗透.
 - ③ 巧综合. 为了突出函数在中学中的主要地位,近几年的高考强化了函数对其他知识的渗透,加大了以函数为载体的多种方法、多种能力的综合程度.
 - ④ 变角度. 出于“立意”和“创新”情况的需要,函数试题设置问题的角度和方式也不断创新,重视函数思想的考查,加大了函数应用题、探索题和信息题的考查力度,从而使函数试题显得新颖、生动、灵活.

三、高考指导

函数不仅是高中数学的核心内容,也是学习高等数学的基础,所以在高考中,函数知识占有极其重要的地位.有关函数的试题不但形式多样,而且突出考查学生联系与转化、分类与讨论、数与形结合等重要的数学思想和能力,知识覆盖面广、综合性强、思维力度大、能力要求高,是高考中考查数学思想和数学方法、考查能力、考查素质的主阵地.

1. 重点掌握以下方面:

- (1) 深刻理解函数的有关概念,并掌握对应法则、图象等有关性质.
- (2) 理解并掌握函数的单调性和奇偶性的概念,掌握基本的判定方法和步骤,并会运用.
- (3) 理解并掌握反函数的概念,明确反函数的意义、一些常见符号的意义、求反函数的方法和步骤及反函数与原函数的关系等.
- (4) 理解并掌握指数函数和对数函数的性质、图象及运算性质.

2. 加强对函数单调性、奇偶性的应用的训练也是复习的重点,也就是在已知函数已具有奇偶性或单调性性质的条件下,在解题中如何合理地运用这些性质解题. 首先应熟练掌握二次函数、反比例函数、指数函数、对数函数,以及形如 $y=x+\frac{1}{x}$ 的函数等一些常见函数的性质,归纳提炼函数性质的应用规律,比如函数单调性的用法主要是逆用定义等.

加强函数思想、转化思想的训练是本章复习的另一个重点. 善于转化命题,引进变量建立函数,运用变化的方法和观点解决数学问题以提高数学意识,发展能力. 数学思想方法是蕴含于数学知识之中,并对数学知识在更高层次上的抽象和概括,它是认识、分析问题在观念上的指导,是处理问题在策略上的依据.

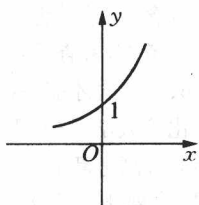
3. 理解并掌握常见题型的解题方法和思路,构建思维模式,并以此为基础进行转化发展,即在造就思维依托的基础上,还要打破框框,发展能力.
4. 要认真准备函数与方程、函数模型及其应用、探究性题型和综合题型,加大训练力度. 要重视关于一次函数、二次函数、对数函数的综合题型,重视关于函数的数学建模问题,重视函数在经济活动和生活中的应用问题,学会用数学思想和方法寻求规律找出解题策略.
5. 对函数的有关概念,只有做到准确、深刻的理解,才能正确、灵活地加以运用. 函数是数学中最重要的概念之一,它贯穿中学代数的始终. 数、式、方程、不等式、数列及极限等,是以函数为中心的代数,高考考查的内容,几乎覆盖了中学阶段的所有函数,如一次函数、二次函数、反比例函数、指数函数、对数函数,还有三角函数、反三角函数等,也涉及到函数的所有主要的性质,且以考查三基为主,通性通法为主,因此更应加强函数与三角函数、不等式、数列等各章知识间的联系,养成自觉运用函数观点处理问题的习惯并培养自身的能力.
6. 所谓函数观点,实质是将问题放到动态背景上去考虑. 利用函数观点可以从较高的角度处理式、方程、不等式、数列和曲线等问题. 函数是用以描述客观世界中量的依存关系的数学概念,函数思想的实质就是用联系、变化的观点提出数学对象,建立函数关系,求得问题的解决. 近几年高考中,考查函数的思想方法更加突出,特别是数学建模,考查力度逐年加大,这些都需用到函数的知识与方法才能解决,从如何建立函数关系式入手,考查函数的基本性质,以及数形结合、分类讨论、最优化等数学思想. 重视对实践能力的考查是高考的新动向,因此要强化函数思想的应用意识的训练,才能适应高考新的变化.
7. 要加强阅读理解,提高表达能力. 高考数学试题语言简洁、科学性强、信息量大,熟悉数学语言,包括文字语言、符号语言、逻辑语言、图形语言和数表语言是阅读、理解和表达数学问题的基础,也是高考审题、解题的关键,应用题的出现,尤其是信息题的出现,对学生的阅读能力有了更高的要求. 在复习中应加强过程教学,注意数学语言的培养和训练,帮助学生既能正确理解数学的各种语言(文字语言、符号语言、图形语言),并能相互转化,又能条理清晰,准确流畅地表达解题过程,从普通语言中捕捉信息,将普通语言转化成数学语言,用数学知识和数学思想方法解决问题.



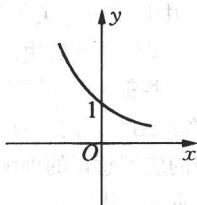
一、选择题

1. (2010·四川卷·理·3) $2\log_5 10 + \log_5 0.25 = (\quad)$.

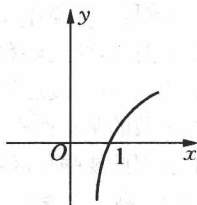
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4
2. (2010·浙江卷·文·2) 已知函数 $f(x) = \log_2(x+1)$, 若 $f(a) = 1$, 则 $a = (\quad)$.
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
3. (2010·山东卷·文·3) 函数 $f(x) = \log_2(3^x + 1)$ 的值域为 $(\quad)$.
 A. $(0, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$ C. $(1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$
4. (2010·重庆卷·文·4) 函数 $y = \sqrt{16 - 4^x}$ 的值域是 $(\quad)$.
 A. $[0, +\infty)$ B. $[0, 4]$ C. $[0, 4)$ D. $(0, 4)$
5. (2010·全国 II 卷·文·4) 函数 $y = 1 + \ln(x-1) (x > 1)$ 的反函数是 $(\quad)$.
 A. $y = e^{x+1} - 1 (x > 0)$ B. $y = e^{x-1} + 1 (x > 0)$
 C. $y = e^{x+1} - 1 (x \in \mathbf{R})$ D. $y = e^{x-1} + 1 (x \in \mathbf{R})$
6. (2010·安徽卷·理·4) 若 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上周期为 5 的奇函数, 且满足 $f(1) = 1, f(2) = 2$, 则 $f(3) - f(4) = (\quad)$.
 A. -1 B. 1 C. -2 D. 2
7. (2010·浙江卷·文·9) 已知 x_0 是函数 $f(x) = 2^x + \frac{1}{1-x}$ 的一个零点. 若 $x_1 \in (1, x_0), x_2 \in (x_0, +\infty)$, 则 $(\quad)$.
 A. $f(x_1) < 0, f(x_2) < 0$ B. $f(x_1) < 0, f(x_2) > 0$
 C. $f(x_1) > 0, f(x_2) < 0$ D. $f(x_1) > 0, f(x_2) > 0$
8. (2010·广东卷·文·2) 函数 $f(x) = \lg(x-1)$ 的定义域是 $(\quad)$.
 A. $(2, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$ C. $[1, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$
9. (2010·湖北卷·文·5) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{\log_{0.5}(4x-3)}}$ 的定义域为 $(\quad)$.
 A. $(\frac{3}{4}, 1)$ B. $(\frac{3}{4}, +\infty)$
 C. $(1, +\infty)$ D. $(\frac{3}{4}, 1) \cup (1, +\infty)$
10. (2010·四川卷·文·2) 函数 $y = \log_2 x$ 的图象大致是 $(\quad)$.



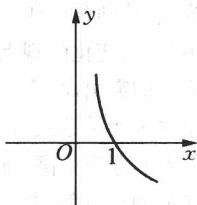
A.



B.



C.



D.

11. (2010·四川卷·文·5, 理·4) 函数 $f(x) = x^2 + mx + 1$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称的充要条件是 $(\quad)$.
 A. $m = -2$ B. $m = 2$ C. $m = -1$ D. $m = 1$
12. (2010·湖北卷·文·3) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_3 x, & x > 0, \\ 2^x, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f(f(\frac{1}{9})) = (\quad)$.
 A. 4 B. $\frac{1}{4}$ C. -4 D. $-\frac{1}{4}$
13. (2010·重庆卷·理·5) 函数 $f(x) = \frac{4^x + 1}{2^x}$ 的图象 $(\quad)$.
 A. 关于原点对称 B. 关于直线 $y = x$ 对称

C. 关于 x 轴对称D. 关于 y 轴对称

14. (2010 · 全国 II 卷 · 理 · 2) 函数 $y = \frac{1 + \ln(x-1)}{2}$ ($x > 1$) 的反函数是().

A. $y = e^{2x+1} - 1$ ($x > 0$)B. $y = e^{2x+1} + 1$ ($x > 0$)C. $y = e^{2x+1} - 1$ ($x \in \mathbf{R}$)D. $y = e^{2x+1} + 1$ ($x \in \mathbf{R}$)

15. (2010 · 广东卷 · 文 · 3, 理 · 3) 若函数 $f(x) = 3^x + 3^{-x}$ 与 $g(x) = 3^x - 3^{-x}$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$, 则().

A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为偶函数B. $f(x)$ 为偶函数, $g(x)$ 为奇函数C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为奇函数D. $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数

16. (2010 · 天津卷 · 文 · 4) 函数 $f(x) = e^x + x - 2$ 的零点所在的一个区间是().

A. $(-2, -1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, 2)$

17. (2010 · 全国 I 卷 · 文 · 7) 已知函数 $f(x) = |\lg x|$. 若 $a \neq b$ 且 $f(a) = f(b)$, 则 $a+b$ 的取值范围是().

A. $(1, +\infty)$ B. $[1, +\infty)$ C. $(2, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$

18. (2010 · 陕西卷 · 理 · 5) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x + 1, & x < 1, \\ x^2 + ax, & x \geq 1, \end{cases}$ 若 $f(f(0)) = 4a$, 则实数 $a =$ ().

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{4}{5}$

C. 2

D. 9

19. (2010 · 湖南卷 · 理 · 8) 用 $\min\{a, b\}$ 表示 a, b 两数中的最小值, 若函数 $f(x) = \min\{|x|, |x+t|\}$ 的图象关于直线 $x = -\frac{1}{2}$ 对称, 则 t 的值为().

A. -2

B. 2

C. -1

D. 1

【答案】 D.

【解析】 作出函数 $f(x) = \min\{|x|, |x+t|\}$ 的图象, 由数形结合, 可知 $f(x) = \min\{|x|, |x+t|\}$ 的图象关于直线 $x = -\frac{1}{2}$ 对称, 则 t 的值为 1. 故选 D.

【命题意图】 本题通过新定义考查学生的创新能力, 考查函数的图象, 考查学生数形结合的能力, 属中档难度的题.

20. (2010 · 江西卷 · 文 · 8) 若函数 $y = \frac{ax}{1+x}$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称, 则 a 为().

A. 1

B. -1

C. ± 1

D. 任意实数

21. (2010 · 天津卷 · 文 · 5) 下列命题中, 真命题是().

A. $\exists m \in \mathbf{R}$, 使函数 $f(x) = x^2 + mx$ ($x \in \mathbf{R}$) 是偶函数B. $\exists m \in \mathbf{R}$, 使函数 $f(x) = x^2 + mx$ ($x \in \mathbf{R}$) 是奇函数C. $\forall m \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = x^2 + mx$ ($x \in \mathbf{R}$) 都是偶函数D. $\forall m \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = x^2 + mx$ ($x \in \mathbf{R}$) 都是奇函数

【答案】 A.

【解析】 当 $m = 0$ 时, 函数 $f(x) = x^2$ ($x \in \mathbf{R}$) 是偶函数, 故选 A.

此外, $\forall m \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = x^2 + mx$ ($x \in \mathbf{R}$) 都不是奇函数, 因此排除 B、D.

若 $m = 1$, 则函数 $f(x) = x^2 + x$ ($x \in \mathbf{R}$) 既不是奇函数也不是偶函数, 因此排除 C.

22. (2010 · 辽宁卷 · 文 · 10) 设 $2^a = 5^b = m$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$, 则 $m =$ ().

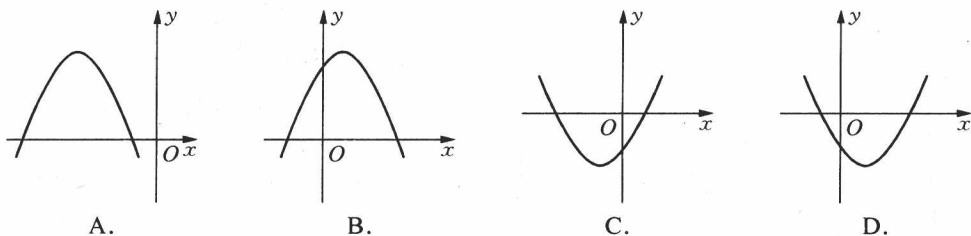
A. $\sqrt{10}$

B. 10

C. 20

D. 100

23. (2010 · 安徽卷 · 理 · 6, 文 · 6) 设 $abc > 0$, 二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的图象可能是().



【答案】 D.

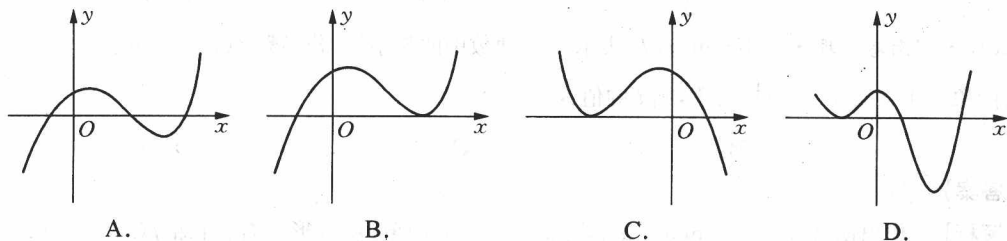
【解析】 当 $a > 0$ 时, b, c 同号, C、D 两图中 $c < 0$, 故 $b < 0$, $-\frac{b}{2a} > 0$. 故选 D.

【技巧点拨】 根据二次函数图象开口向上或向下, 分 $a > 0$ 或 $a < 0$ 两种情况分类考虑. 另外还要注意 c 值是抛物线与 y 轴交点的纵坐标, 还要注意对称轴的位置或图象所过定点的位置等.

24. (2010 · 安徽卷 · 文 · 7) 设 $a = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{5}}$, $b = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{3}{5}}$, $c = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{2}{5}}$, 则 a, b, c 的大小关系是().

A. $a > c > b$ B. $a > b > c$ C. $c > a > b$ D. $b > c > a$

25. (2010 · 山东卷 · 理 · 11, 文 · 11) 函数 $y = 2^x - x^2$ 的图象大致是().



【答案】 A.

【解析】 因为当 $x = 2$ 或 $x = 4$ 时, $2^x - x^2 = 0$, 所以排除 B、C; 当 $x = -2$ 时, $2^x - x^2 = \frac{1}{4} - 4 < 0$, 所以排除 D. 故选 A.

【命题意图】 本题考查函数的图象, 考查学生对函数基础知识的把握程度以及数形结合的思维能力.

26. (2010 · 浙江卷 · 理 · 10) 设函数的集合 $P = \left\{ f(x) = \log_2(x+a) + b \mid a = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1; b = -1, 0, 1 \right\}$, 平面上点的集合 $Q = \left\{ (x, y) \mid x = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1; y = -1, 0, 1 \right\}$, 则在同一坐标系中, P 中函数 $f(x)$ 的图象恰好经过 Q 中两个点的函数的个数是().

A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

【答案】 B.

【解析】 当 $a = 0, b = 0$; $a = 0, b = 1$; $a = \frac{1}{2}, b = 0$; $a = \frac{1}{2}, b = 1$; $a = 1, b = -1$; $a = 1, b = 1$ 时满足题意. 故选 B.

【命题意图】 本题主要考查了函数的概念、定义域、值域、图象和对数函数的相关知识点, 对数学素养有较高要求, 体现了对能力的考查, 属中档难度的题.

27. (2010 · 宁夏海南卷 · 文 · 9) 设偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = 2^x - 4$ ($x \geq 0$), 则 $\{x \mid f(x-2) > 0\} =$ ().

A. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 4\}$

B. $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 4\}$

C. $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 6\}$

D. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$

【答案】 B.

【解析】 解法一：当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = 2^x - 4 > 0$ ，解得 $x > 2$ ，又由于函数 $f(x)$ 是偶函数，所以 $x \in \mathbf{R}$ 时， $f(x) > 0$ 的解集为 $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$ ，故 $f(x-2) > 0$ 的解集为 $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 4\}$ 。

解法二：根据已知条件和指数函数 $y = 2^x$ 的图象，易知 $f(x) = 2^x - 4 > 0$ 的解集为 $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$ ，故 $f(x-2) > 0$ 的解集为 $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 4\}$ 。

【易错提示】 若函数不等式的求解过程中不会使用整体法运算，则常会使运算过程较繁，且出错率高。

28. (2010 · 宁夏海南卷 · 理 · 8) 设偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = x^3 - 8 (x \geq 0)$ ，则 $\{x \mid f(x-2) > 0\} =$ ()。

A. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 4\}$

B. $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 4\}$

C. $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 6\}$

D. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$

【答案】 B.

【解析】 解法一：当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = x^3 - 8 > 0$ ，解得 $x > 2$ ，又由于函数 $f(x)$ 是偶函数，所以 $x \in \mathbf{R}$ 时， $f(x) > 0$ 的解集为 $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$ ，故 $f(x-2) > 0$ 的解集为 $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 4\}$ 。

解法二：根据已知条件和幂函数 $y = x^3$ 的图象，易知 $f(x) = x^3 - 8 > 0$ 的解集为 $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$ ，故 $f(x-2) > 0$ 的解集为 $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 4\}$ 。

【易错提示】 若函数不等式的求解过程中不会使用整体法运算，则常会使运算过程较繁，且出错率高。

29. (2010 · 山东卷 · 理 4, 文 · 5) 设 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = 2^x + 2x + b$ (b 为常数)，则 $f(-1) =$ ()。

A. 3

B. 1

C. -1

D. -3

30. (2010 · 陕西卷 · 文 · 7) 下列四类函数中，有性质“对任意的 $x > 0, y > 0$ ，函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x)f(y)$ ”的是 ()。

A. 幂函数

B. 对数函数

C. 指数函数

D. 余弦函数

31. (2010 · 全国 I 卷 · 文 · 10, 理 · 8) 设 $a = \log_3 2, b = \ln 2, c = 5^{-\frac{1}{2}}$ ，则 ()。

A. $a < b < c$

B. $b < c < a$

C. $c < a < b$

D. $c < b < a$

32. (2010 · 北京卷 · 文 · 6) 给定函数：① $y = x^{\frac{1}{2}}$ ；② $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$ ；③ $y = |x-1|$ ；④ $y = 2^{x+1}$ ，其中在区间 $(0, 1)$ 上单调递减的函数序号是 ()。

A. ①②

B. ②③

C. ③④

D. ①④

33. (2010 · 上海卷 · 文 · 17) 若 x_0 是方程 $\lg x + x = 2$ 的解，则 x_0 属于区间 ()。

A. $(0, 1)$

B. $(1, 1.25)$

C. $(1.25, 1.75)$

D. $(1.75, 2)$

34. (2010 · 上海春考卷 · 18) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{4-2^x}$ 的图象关于点 P 对称，则点 P 的坐标是 ()。

A. $(2, \frac{1}{2})$

B. $(2, \frac{1}{4})$

C. $(2, \frac{1}{8})$

D. $(0, 0)$

【答案】 C.

【解析】 解法一：设 $P(a, b)$ 。设 (x, y) 是函数 $f(x) = \frac{1}{4-2^x}$ 的图象上的点， (x', y') 是关于点 P

的对称点，则 $\begin{cases} x' = 2a - x, \\ y' = 2b - y, \end{cases}$ 于是 $2b - y = \frac{1}{4 - 2^{2a-x}} = \frac{2^x}{4 \cdot 2^x - 4^a}$ ， $y = 2b - \frac{1}{4 - 2^{2a-x}} = 2b - \frac{2^x}{4 \cdot 2^x - 4^a} = \frac{(8b-1)2^x - 2b \cdot 4^a}{4(2^x - 4^{a-1})}$ ，当且仅当 $\begin{cases} 8b-1=0, \\ 4^{a-1}=4, \end{cases}$ 即 $a=2, b=\frac{1}{8}$ 时，上式化为 $f(x) =$