算廸

五

算迪

(五)

何夢瑤撰

算迪卷六

借根方算法

根卽線。方卽平方立方諸乘方。借如借衰之借。因數有難知者。故借以立算。比例而得眞數也。○借者假數。不借者眞數。觀下線面體各類便明。然其定位併減乘除帶縱諸法與常法異。必須先明乃得其用。故先之。

定位表

前	後
真數	○
根	一
平方	二
立方	三
三乘方	四
四乘方	五
五乘方	六
六乘方	七
七乘方	八
八乘方	九
九乘方	一○

乘數定位。以法與實兩數所對之位數相加。其加數所對之方。卽乘得之數。乘法。以眞數乘根。仍得根。蓋定位表。根對一。眞數對○。無可加也。如以根乘根。卽得平方。蓋根對一。一與一相加。得二。而二所對之表爲平方。故定乘得之數爲平方也。如以根乘平方。卽得立方。蓋根對一。平方對二。二與一相加。得三。而三所對爲立方。故定乘得之數爲立方也。餘倣此。

除法定位。以法實兩數所對之位數相減。其減餘數所對之方。卽除得之數也。如以眞數除根。仍得根。蓋根對一。眞數對○。無可減也。若以根除平方。卽得根。蓋平方對二。根對一。一與二相減餘一。而一所對爲根。故定除得之數爲根也。若根除立方。卽得平方。蓋根對一。立方對三。一與三相減餘二。而二所對爲平方。故定除得之數爲平方也。餘倣此。

加法

㊀如有四十二立方。多十三平方。少四根。多十五眞數。如十五尺之類。又有五立方。多十二平方。多一百二十七根。少一百三十五眞數半。如一百三十五尺五寸。問併得若干。　曰併得四十七立方。多二十五平方。多一百二十三根。少一百二十眞數〇五。

法用格眼粉板旁列立平根眞字號以定位。隨對位直列二數。數雖多不逾本格。如一百二十七根。俱對根字註於本格。是也。隨列隨記多少。多者記△。少者記丶。列記訖。自上而下逐層併之。同類則相加。△與△丶與丶爲同類。異數則相減。△與丶爲異類。先立方格。四十二與五。並爲首位。則並爲多。蓋首位乃本數。無所少也。爲同類。相加得四十七。次平方格。十三與十二同類。併得二十五。次根格。四與一百二十七。異類相減。餘一百二十三。次眞數格。十五與一百三十五五。異類相減。餘一二〇五。依法併減得數紀於格旁。仍記多少。凡多與多併則得數仍爲多。故次層二十五記△。少與少併得數仍爲少。少與多減。多數大。則得數仍爲多。故三層一二三記△。少數大。則得數仍爲少。末層少一百三十五尺五寸。除多十五尺。尙少一百二十尺〇五寸也。以直數核之。設根爲二尺。則平方爲四尺。立方爲八尺。左數四十二立方得三百三十六尺。多十三平方得多五十二尺。少四根得少八尺。多十五眞數得多十五尺。是三百三十六尺。多五十二尺。少八尺。多十五尺。右數五立方得四十尺。多十二平方得多四十八尺。

立方	四二	〇五	併四十七
平方	△十三	△十二	△二十五
根	丶四	△一二七	△一二三
真數	△十五	丶一三五五	丶一二〇五

多一百二十七根。得多二百五十四尺。少一百三十五眞數半。得少一百三十五尺五寸。是四十尺。多四十八尺。多二百五十四尺。少一百三十五尺五寸。上層併得三百七十六尺。卽四十七立方之數。次層併得多一百尺。卽多二十五平方之數。三層相減。餘多二百四十六尺。卽多一百二十三根之數。末層相減。餘一百二十尺○五寸。卽多一百二十眞數半也。

減法

㊀如有四三乘方。多二立方。少四平方。少五根。多八眞數。內減三三乘方。多三立方。少三立方。少七根。少四眞數。問所餘若干。　曰一三乘方。少一立方。少一平方。多二根。多十二眞數。

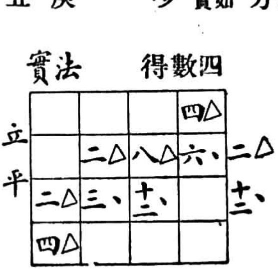
列位倣乘法。分主客逐層對減。同類則相減。異類則相加。○凡多與多減。主數大於客者。則減餘仍爲多。如第一層是也。凡實首卽以多論。後倣此。少與少減。而主數大於客者。則減餘仍爲少。如第三層是也。若多與多減。而主數小於客者。則反減。而減餘卽變爲少。如第二層。主多二。少於客多三。則所多之二立方減盡。尙須再減一主方。必於上層四個三乘方內。抽出一個立方。入下層。乃足減。是四三乘方。少一立方也。故變名爲少。少與少減。而主數少於客者。則亦反減。而減餘卽變爲多。如第四層皆爲少。則於客少七內。減主少五。客尙少二。客之所

	減餘	主	客
三	一△	四	三
立	一、	二△	三△
平	一、	四、	三、
根	二△	五、	七、
眞	十二△	八△	四、

少。卽爲主之所多也。至於多與少則反相加。而主數多得數仍爲多。如末層主多八。加客少四。爲多十二。是也。亦客之所少。卽主之所多之謂也。主數少。則得數仍爲少。客之所多。卽主之所少也。此與方程正負併減理同。

乘法

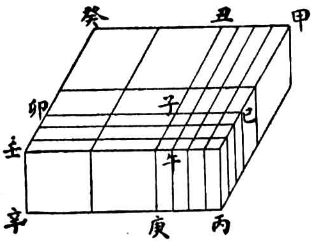
㊀如有二平方少三根與二根多四眞數相乘。問得若干。曰四立方多二平方少十二根。法將二數對位根對根也。並列。任以左爲實。右爲法。將實末多四眞數乘法末少三根。得少十二根。又以四眞數乘法首二平方。得多八平方。法之三根也。實之四眞也。以眞乘根。仍得根。則承得之十二。乃根也。餘詳上定位表。次將實首二根乘法末少三根。得少六平方。根乘根得平方也。又將實首二根乘法首二平方。得多四立方。根乘平方得立方也。併得四立方多二平方少十二根。凡多乘多者。得數仍爲多。如實末。四。乘法首。二。得數八。仍名爲多。是也。多乘少者得數名爲少。如實末多四。乘法末少三。得十二。名爲少是也。少乘少者得數則反名爲多。詳下條。

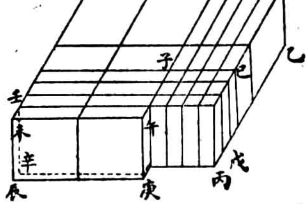


甲丙爲法二平方。丑庚同。己丙爲法少三根。子庚同。庚辛爲實二根。丙庚爲實多四眞數。以法甲丙方卽二平方。乘實丙辛卽二根多四眞數。成甲辛扁方體。內丑辛扁方體。則實庚辛二根乘法丑庚二平方所得四立方也。甲庚長方體則實多丙庚四眞數。乘法甲丙二平方所得八平方也。子辛長方體則法少子庚三根。乘實庚辛二根。

所得六平方也。上八平方爲多此六平方爲少者。蓋以四立方命之。謂以四立方言之。則少六平方而多八平方也。以多抵少。尙多二平方。故曰多二平方也。於是變爲下圖。

移甲庚體八平方。爲子辰體八平方。除抵子辛體六平方外。尙多午辰二平方。而子辰體八平方。與甲庚體八平方無異。則仍移子辰復爲甲庚而成甲庚子卯癸丑磬折體。又己



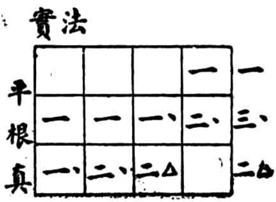


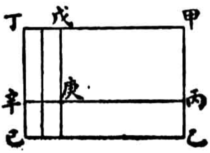
庚體則法少己丙三根。乘實多丙庚四眞數。所得之十二根也。謂之少者。前四立方體。既變爲今磬折體。故又據磬折體而言其與正法較。則正法少於磬折體十二根也。正法者。法甲丙二平方。減所少己丙三根。止得甲戊乘實二根。多四眞數。合爲丙辛所得之甲乙己戊卯癸體也。以數明之。設根爲五。則一平方爲二十五。一立方爲一百二十五。法數二平方得五十。少三根得少十五。實得三十五。實數二根得一十。多四眞數。共得十四。法實相乘。得四百九十。卽四立方。五百多二平方。五十少十二根。六十之數也。正法當如此。今以實二根。共十乘法二平方。共五十。得四立方。共五百。是卽以十乘五十。而得五百也。

以實二根。共十乘法少三根。共十五。而得少六平方。共一百五十。是卽以十乘少十五而得少一百五十也。以實多四眞數乘法二平方。共五十。得多八平方。共二百。是卽以四乘多五十而得多二百也。以實多四眞數乘法少三根。共十五。而得少十二根。共六十。是卽以四乘少十五而得少六十也。合之爲五百少一百五十多二百又少六十。除以多抵少外。實五百多五十少六十。正與法相乘得四百九十相合。

(二)如有一根少一眞數。以一根少二眞數乘之。問得若干。曰一平方少三根多二眞數。

法以實少一眞乘法少二眞。得多二眞。少與少乘則名爲多也。理詳下。以實少一眞乘法一根。得少一根。次以實一根乘法少二眞。得少二根。以實一根乘法一根。得一平方。合之爲一平方少三根多二眞數。爲圖明之。如圖甲乙爲實一根。丙乙爲實少一眞數。甲丁爲法一根。戊丁爲法少二眞數。以甲乙一根及丙乙少一眞數。與甲丁一根及戊丁少二眞數相乘。得甲己正方內庚己小長方。卽實少一眞。庚壬卽丙乙。乘法少二眞。壬己卽戊丁。之少二眞數也。其戊己長方卽實一根。壬戊卽甲乙。乘法少二眞。戊丁。之少二根也。其丙己長方卽實少一眞。丙乙。乘法一根。





乙己即甲丁。之少一根也。其甲己正方。即實一根。甲乙乘法一根。甲丁之一平方也。合之爲甲己一平方。而少丙己一根。又少戊己二根。而多庚己二眞數。實甲庚一長方。蓋甲己正方內旣減丙己一根。又減戊己二根。是重減去庚己二眞數也。則甲庚長方內必缺二眞數。故將實少一眞乘法少二眞。所得之二眞數預定爲多號。以補重減之分也。

除法

㊀如有十五三乘方。多十一立方。少十六平方。多四十三根。少三十五眞數。以五平方少三根多七眞數爲法除之。問得若干。　曰三平方多四根少五眞數。

列實於左。列法於右。法首與實首相齊。法之眞數用圈圈記。將得數首位記於其旁。此定位法。查眞數所對之實。係何名。卽得數首位亦同其名。如此條法眞七所對實十六。乃平方。則得數首位三。亦平方也。餘照定位表。

除法先將法首五平方。歸除實首十五三乘方。得初

得數			三平	四根	五眞
法	五	、三	△㊆		
實	十五	△十一	、十六	△四三	、三五
乘得	十五	、九	△	△三	
減餘實	○	△廿	、卅七	△四三	、三五
乘得		廿	、十二	△二八	
減餘實		○	、二五	△十五	、三五
乘得			、二五△	十五	、三五

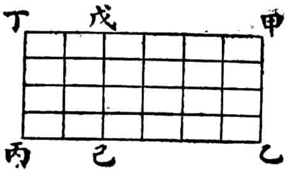
商三平方。五一倍作二。逢五進一也。常法有歸無除。則起上位一。還下位五。初商止得二平方。此不然者。以無除則於下位聲明少若干。故不必有歸有除也。即書商三於法眞數之旁。隨以所商三平方乘法首五平方。得十五三乘方。多少之號從乘法。下倣此。又乘法少三根。得少九立方。又乘法多七眞。得多二十一平方。錄之實左。與實對減。十五三乘方恰減盡。餘實多十一立方。與乘得之少九立方查係異類。則相加。得多二十立方。以多少之號。則從減法。後倣此。又除實少十六平方。與乘得之多二十一平方。亦係異類。相加。得少三十七平方。計餘實多二十立方。少三十七平方。多四十三根。少三十五眞。以待次商。將法首五平方歸除實首位多二十立方。得次商多四根。此多少之號。亦從乘法。後倣此。將次商四。書於初商三之下。隨以所商多四根乘法首五平方。得多二十立方。又乘法少三根。得少十二平方。又乘法多七眞數。得多二十八根。錄餘實左。與餘實對減。二十立方恰減盡。餘實少三十七平方減餘二十五平方。餘實多四十三根減餘多十五根。計餘實少二十五平方。多十五根。少三十五眞數。以待三商。又以法首五平方歸除餘實首位少二十五平方。得三商少五眞數。書於次商之下。隨以三商少五眞數乘法首五平方。得少二十五平方。又乘法少三根。得多十五根。又乘法多七眞數。得少三十五眞數。與餘實對減恰盡。以數明之。如以根爲二。則平方爲四。立方爲八。三乘方爲十六。原實十五三乘方得二百四十。多十一立方得多八十八。多十六平方得少六十四。多四十三根得多八十六。少三十五眞數。合而言之。是二百四十。而多八十八。少六十四。多八十六。少三十五。共爲三百一十五。法

數．五平方得二十少三根．得少六多七眞數．是二十少六多七．爲二十一．除之．得十五．卽十二．多八少五．蓋十二乃初商三平方之數．多八乃多四根之數．少五卽少五眞數也．　此不爲圖．詳下帶縱立方．按根方除法．俱法小實大者．若法大實小．如法爲三平方多九根．實爲眞數三十之類．則惟以三平方爲法．除三平方．得一平方．除九根．得三根．除實三十．得一十．見一平方多三根與十眞數等．此蓋根爲二．平方爲四也．三平方爲十二．九根爲十八．合之得三十．則一平方爲四．三根爲六．合之得一十也．問獨用三平方爲法．不兼九根何也．曰方與根之比例．亦必十與一也．故九根非十分平方之九而不可用也．　而欲求每根之數若干．則詳下文帶縱法．

帶縱平方

㊀如有一平方．甲己 多二根．戊丙 與二十四尺．甲丙 相等．問每根若干．　曰四尺．

法以二十四尺．爲甲丙長方積．以戊己二根．卽爲縱多戊丁二尺．用帶縱較數開平方法算之．四因二十四尺．加較二尺自乘數．乃開之．　得和甲丁．減較戊丁二尺．餘甲戊四尺．卽一根之長也．　此法錯綜其名．則有四種．一平方多二根與二十四尺相等．一也．如二根多一平方．亦必二十四尺相等．二也．若於一平方多二根與二十四尺．各減去二根．則爲一平方與二十四尺少二根相等．三也．又如一平方多二根．與二十四尺．各減去一平方．則爲二根與二十四尺少一平方相等．四也．四



者名雖不同而皆以眞數比一平方多根故知爲較數帶縱（以平方爲主多根爲帶縱縱比廣爲多故爲較數也）而每根之數爲長方之闊也（蓋所求乃平方之根也平方根卽長方之闊）

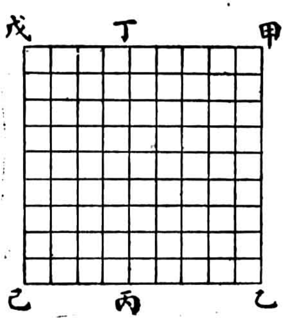
㊀如有甲己一平方少丁己四根與甲丙四十五尺相等問每根若干　曰九尺

法以四十五尺爲甲丙長方積以丁己四根卽爲縱多丁戊四尺用帶縱較數開平方法算之（倣上條開之）得甲乙與乙丙和十四尺加丙己較四尺折半得甲乙九尺卽一根之長也此法錯綜其名亦有四種（倣上條論之○一平方少四十五尺與四根等二也一平方與四十五尺多四根等三也一平方與四根多四十五尺等四也）皆以眞數比平方少根故知爲較縱而每根之數爲長方之長也

㊁如丁己一平方多甲丙三十六尺與甲己十三根相等問每根若干

曰四尺

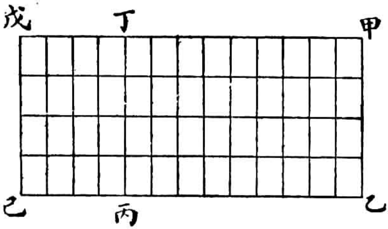
法以三十六尺爲甲丙長方積以甲己十三根卽作甲戊十三尺爲長闊和用帶縱和數開方法開之（以和十三自乘內減四個三十六餘數開之）得較五與和十三相減餘折半得四爲長方之闊甲乙卽一根之數也此法錯綜其名亦有四種一平方多三十六尺與十三根等一也如三十六尺多一平方亦必與十三根等二也若于一平方多三十六尺與十三根各減去三十六尺則爲一平方與十三根少三十六尺等三也又

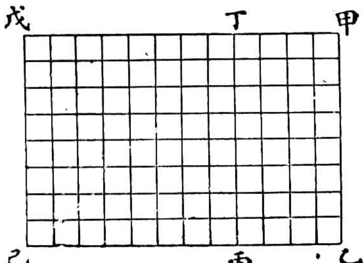


如一平方多三十六尺．與十三根．各減去一平方．則爲三十六尺與十三根少一平方等也．四者名雖不同．而皆爲以眞數比根少一平方．前三者雖不言少一平方．而不言多平方．則亦少也．故知其爲和．止言十三根．則不能分丁己四根爲平方．甲丙九根爲帶縱．故囫圖爲和．而每根之數卽闊也下條同論．

㊃如丁己一平方．多甲丙三十二尺．與甲己十二根相等．問每根若干．曰八尺．

法以三十二尺．爲甲丙長方積．以甲己十二根．作甲戊十二尺．爲長闊和．用帶縱和數開平方法開之．以和十二尺自乘．內減四個三十二尺．餘數開之．得較四．與和十二尺相加折半．得八．爲得長方之長甲乙．卽一根之數．



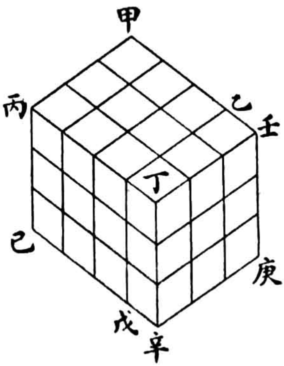


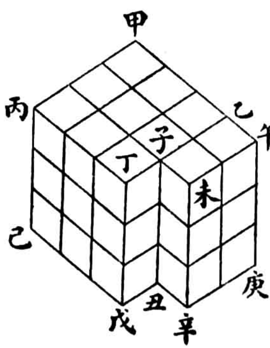
帶縱立方

㊀如有一立方多三根．與三十六尺相等．問每根若干．曰三尺．

將三十六尺．照開立方法．列實記點．初商三尺．自乘再乘．得甲乙丁戊己丙立方積二十七尺．又以

初商三尺。乘多三根得多乙壬庚辛戊丁九尺。相加得三十六尺。與實相減恰盡。知每根爲三尺也。不盡則有次商法。詳下條。　有取略小之數爲初商者。必所帶之根太多故也。詳下第五條。　此條之能成壬辛甲己長方者。以恰多三根故也。若止二根或四根。則不能成長方形而成磬折形矣。如下圖。





甲乙丁戊己丙立方也。乙午庚辛丑子多二根也。合之成磬折形。多四根者可推。明此則不必復爲圖。故下各條不具。　按上除法條。原實十五三乘方多十一立方少十六平方多四十三根少三十五眞數與三百一十五相等。與下文第七條同。故不爲圖。

㈢如有一立方少九根與一千六百二十尺相等。問每根若干。　曰一十二尺。

尺。二數相減。初商每根十尺。因少九根。當減九十尺也。餘九百一十尺。與原實相減。餘七百一十尺。爲次商積。次商法以初商十尺自乘之一百尺。三因之。立方廉有三也。得三百尺。爲立方廉。內減根數九。餘二百九十一尺。爲次商廉法。以除次商積。足二倍。卽定二尺爲次商。次商每根二尺。因少九根。當減十八尺也。合初商共十二尺。自乘再乘得立方積一千七百二十八尺。又以十二尺乘九根得一百〇八尺。二數相減。餘一千六百二十尺。與原實相減恰盡。是開得一十二尺。爲每根之數也。此法以積計之。爲一正方體。少九根之數。以邊計之。則每根之數。卽正方體之邊也。　此亦罄折形。　有取略大之數爲初商者。因所帶之根太少故也。詳下第四條。

㊂如有一立方。多四平方。與二千三百〇四尺相等。問每根若干。　曰十二尺。

法列實記點。初商十尺。自乘再乘得立方一千尺。又以初商十尺。自乘得一百尺。一平方積。以乘多四平方。得多四百尺。二數併得一千四百尺。與原積相減。餘九百〇四尺。爲次商積。而以初商之十尺自乘一百尺。三因之得三百尺。爲立方廉。又以初商之十尺。倍之得二十尺。平方有二廉也。以多四平方因之得八十尺。爲四平方廉。二數相併得三百八十尺。爲次商廉法。以除次商積。足二倍。卽定二爲次商。合初商共十二尺。自乘再乘得一千七百二十八尺。爲立方積。又以十二尺自乘得一百四十四尺。一平方積。乘多四平方。得五百七十六尺。二數相併。共二千三百〇四尺。與原實相減恰盡。是開得一十二尺。爲每

根之數也．此法以積計之．爲一正方體．及四平方之共數．以邊計之．則每根之數．卽正方體之每邊．亦卽平方面之每邊也．

此因正方體之外多四平方．故成長方體．

㊃如有一立方少八平方．與七千九百三十五尺相等．問每根若干．　曰二十三尺．

法列實記點．應初商十尺．因所帶平方爲少號．故取略大之數．爲初商二十尺．自乘再乘．得立方積八千尺．（八千尺立方積也．七千九百三十五尺．則立方內減去八平方所餘積也．初商乃立方邊．從立方積商．故商二十尺．）又以初商二十尺．自乘得四百尺．（爲一平方積．）乘多八平方得三千二百尺．與立方積八千尺相減．餘四千八百尺．與原積相減．餘三千一百三十五尺．爲次商積．而以初商二十尺自乘之四百尺．三因之．得一千二百尺．爲立方廉．又以初商之二十尺．倍之．得四十尺．乘多八平方．得三百二十尺．爲八平方廉．二數相減．餘八百八十尺．爲次商廉法．以除次商積．足三倍．定三尺．爲次商．合初商共二十三尺．自乘再乘．得一萬二千一百六十七尺．爲立方積．又以二十三尺自乘．得五百二十九尺．（爲一平方積．）乘多八平方．得四千二百三十二尺．二數相減．餘七千九百三十五尺．以減原實恰盡．是開得二十三尺．爲每根之數也．

此因正方體內少八平方．故成扁方體．

㊄如有一立方多十三平方．多三十根．與二萬七千一百四十四尺相等．問每根若干．　曰二十六尺．

法列實記點。應初商三十尺。以所帶方根皆爲多號。則須於原實。多減餘實。不足商三十尺。故取略少之數二十尺。爲初商自乘再乘得立方積八千尺。又以初商二十尺自乘得四百尺。乘多十三平方得五千二百尺。又以初商二十尺乘多三十根得六百尺。三數相加得一萬三千八百尺。與原實相減。餘一萬三千三百四十四尺。爲次商積。次商法以初商二十尺自乘之四百尺。三因之得一千二百尺。爲立方廉。又以初商二十尺倍爲四十尺。乘多十三平方得五百二十尺。爲十三平方廉。與立方廉相加得一千七百二十尺。又加多三十根。共一千七百五十尺。爲次商廉法。以除次商積。足七倍。因取略少之數。爲次商六尺。合初商共二十六尺。自乘再乘得一萬七千五百七十六尺。爲立方積。又以二十六尺自乘得六百七十六尺。乘多十三平方。得八千七百八十八尺。又以初次商共二十六尺。乘多三十根。得七百八十尺。三者相併。共二萬七千一百四十四尺。與原積相減恰盡。是開得二十六尺。爲一根之數也。　此恰成長方體。試將所多之十三平方內十平方相疊。附于正方體之旁。又以三平方相疊附于正方面之上。即成磬折形體。此長方體。爲長缺十。高缺三。　又以三十根補其折缺處。分三層。每層十根。　即成長方體。其闊二十六尺。即一根之數。　其長三十六尺。內二十六尺。乃一根之數。餘十尺。則十平方相疊之數也。　其高三十九尺。內二十六尺。乃一根之數。餘三尺。則三平方相疊之數也。

⑹如有一立方。少七平方。少八根。與七千〇八十四尺相等。問每根若干。　曰二十二尺。