

高等师范专科学校教学参考用书

初等数学研究与教学法

(初中数学教学法)

山东省师范学院《初等数学研究与教学法》协编组

高等师范专科学校教学参考用书

初等数学研究与教学法

(初中数学教学法)

山东省^{师专}教育学院《初等数学研究与教学法》

协 编 组

一九八四年六月

说 明

本套书于1983年春根据全国高等师范专科学校《初等数学研究与教学法大纲》编写的。在经过一年来的教学使用和广泛征求意见的基础上，这次又进行了修订再版，本套书分为初等代数、初等几何、初中数学教学法三册。

参加初等代数编写的有：烟台师院李铭心、济南师专韩思正、临沂师专綦敦玉、济宁师专张传纲、昌潍师专王寿眉、聊城师专田开璞；负责该书审编的是綦敦玉和李铭心。

参加初等几何编写的有：潍坊教育学院张运太、聊城师专陈恩荣、泰安师专周诚询、胜利油田教育学院续建民、枣庄师专褚庆义；负责该书审编的是周诚询和陈恩荣。

参加初中数学教学法编写的有：淄博师专齐敦仁、青岛师专刘伯元、山东煤矿教育学院张润庠、菏泽师专司梦林；负责该书审编的是张润庠。

本套书的插图由陈恩荣绘制。

在编写修订这套书的过程中，得到了山东省教育厅的热情关怀与支持，高教处刘星南同志、山东省师专数学学校际协作教学组负责人烟台师院魏远同志做了许多组织工作。山东省高师院校中学数学教材教法研究会理事长巩宪文教授予以指导和帮助，在这里谨向以上同志表示衷心感谢。

本套书适用于二、三制师专数学专业，也可作为高师函授教材和初中数学教师进修或教学参考之用。

限于编者水平，时间仓促，肯定存在谬误之处，敬请读者提出批评指正。

协 编 组

1984年6月

目 录

绪言：初中数学教学法的内容、方法和意义·····	1
--------------------------	---

第一章 初中数学的教学目的和内容·····	7
-----------------------	---

§ 1.1 初中数学教学目的·····	7
---------------------	---

§ 1.2 初中数学教学内容的确定与编排·····	14
---------------------------	----

§ 1.3 中学数学教学的改革·····	19
----------------------	----

第二章 初中数学教学工作的基本要求·····	30
------------------------	----

§ 2.1 严谨性与量力性相结合·····	30
-----------------------	----

§ 2.2 具体与抽象相结合·····	32
---------------------	----

§ 2.3 理论与实际相结合·····	34
---------------------	----

§ 2.4 传授知识、培养能力与思想教育相结合·····	35
------------------------------	----

第三章 数学基础知识教学与能力培养·····	39
------------------------	----

§ 3.1 数学概念及其教学·····	39
---------------------	----

§ 3.2 数学命题及其教学·····	59
---------------------	----

§ 3.3 数学中的推理和证明及其教学·····	72
--------------------------	----

§ 3.4 发展智力与培养能力·····	96
----------------------	----

第四章 初中数学教学工作·····	120
-------------------	-----

§ 4.1 课前工作·····	120
-----------------	-----

§ 4.2	课堂 教 学	146
§ 4.3	学 生 学 习 质 量 的 检 查 与 分 析	162
§ 4.4	课 外 工 作	167
§ 4.5	数 学 教 学 研 究	178
第五章	初中代数教学法	186
§ 5.1	初中代数的教学要求和教学注意 事 项	186
§ 5.2	有理数的 教 学	194
§ 5.3	因式分解的 教 学	203
§ 5.4	函数及其图象的 教 学	210
§ 5.5	布列方程解应用题的 教 学	226
第六章	平面几何教学法	242
§ 6.1	平面几何的教学要求和教学注意 事 项	242
§ 6.2	直线、相交线和平行线的 教 学	248
§ 6.3	三角形的 教 学	258
§ 6.4	相似形的 教 学	266
§ 6.5	圆 的 教 学	277
§ 6.6	几何计算的 教 学	289
§ 6.7	几何作图的 教 学	292

绪言：初中数学教学法的

内容、方法和意义

一、初中数学教学法研究的内容

初中数学教学法的主要任务是解决初中数学课应当“教什么”和“怎么教”这两个问题，当然，它还应当讲清楚解决这两个问题的理论根据，因此，初中数学教学法的基本内容是：

1、中学数学课的教学目的，它在普通教育过程中的地位，以及对社会发展的作用和影响。

2、初中数学课程的教学内容，内容的体系安排以及选择内容和安排体系的基本原则。

3、初中数学教学的基本要求，以及教学过程中如何全面而又灵活地贯彻运用这些基本要求。

4、初中数学教学的具体方式方法，即课前备课、课堂教学和课后辅导所采用的各种基本的方式方法。

5、逻辑方法在数学教学过程的具体运用。

6、各部分数学教材的具体分析，具体的教学方法的研究探讨，以及典型教学经验的系统总结，等等。

总之，初中数学教学法是一门内容极为广泛的学科。

二、数学教学法的基本特点

研究一门学科必须掌握它的基本特点，关于数学教学法

的特点，目前还缺乏全面而又深入的研究，因此，暂时还没有统一的想法，下面，着重介绍比较重要的而且比较趋于一致的几点看法。

1、数学教学法是一门综合性的独立的边缘性学科。

首先，作为研究数学教学的具体规律的数学教学法，既与数学科学，又与教学论有着密切的关系。

其次，数学教学法也和心理学，逻辑学有关。

最后，最重要的是，一切重大的教学法问题的解决，都离不开唯物辩证法的具体指导。

由此可见，数学教学法是一门综合性的边缘学科。它需要综合运用各门有关科学的基本原理。

不仅如此，数学教学法还应当从自身的研究对象出发，运用相邻学科的有关原理，总结出数学教学自身的规律性。因此，数学教学法是一门独立的学科。

2、数学教学法是一门实践性很强的理论学科。

数学教学法要研究数学教学过程的特点和它的基本的规律，它不能只满足于介绍教学工作的一招一式，而应当深入地研究教学的全过程，对有关课程结构，教学原理等理论问题作出系统的总结。所以，它不是工作经验的总结，而是一门理论学科。同时，它又必须涉及教学工作的具体经验和教训，对数学教学工作提出一套具体可行的方式方法。因此，它是一门实践性很强的理论学科。

3、数学教学法是一门发展中的理论。

我们将看到，数学教学的目的、内容及教学方法都是在不断改变的。当然，数学教学法这门课程也在不断地充实和改变其自身的内容。故在一定的历史时期，数学教学法可以

有一个逐渐趋于完善的体系，但却不可能有一个最终完善的模式。如果把教学领域中曾经起过良好作用的某一原理、原则作为永恒不变的法则，是不妥当的。

当前，由于中学数学教学内容正面临一个根本性的变革，教学理论也正处于彻底更新的时期，而符合当前客观实际的教学法理论正处于逐步创立阶段，因此还没有形成一套完整的教学法理论。

尽管数学教学法的内容在不断发展，但这门学科的一些基本原理应当具有相对的稳定性。

总之，对传统的数学教学法内容，既不能因循守旧，也不能朝拾夕弃。

三、数学教学法的重要意义

数学教学法的内容和特点已如上述，可见，它涉及的绝不是所谓一招一式的教学技巧，而是关系到如何提高中学数学教学质量的重大研究课题，其意义如下：

1、从数学教学工作的复杂性看教学法的重要性。

任何一种工作都需要注意研究其工作方法，以及具体进行工作时的理论指导。而且，工作过程越复杂，就越需要在方法上有所遵循，有所指导。

数学教学工作要求在最短的时间内教给学生尽可能多的知识，并要求学生理解、掌握和运用得尽可能的好，还要求学生能力上有尽可能大的提高。由此可见教学工作的复杂性。

另外，由于数学内容是如此丰富，即使是卓有成就的数学家，要在数学的一个分支上无所不知而又处处精通，是不可能的。而且数学的应用又如此的广泛和重要，数学对培养

和发展人的能力上的作用又如此突出，这一切，都使得对中学数学教学的要求越来越高，因此，中学数学教学的复杂性也越来越大。

数学教学的复杂性，还取决于学生在理解和掌握数学知识上存在不同程度的困难，在理解和接受能力上有种种差距，为了完成如此复杂的教学工作，必须广泛涉及古今中外的成功经验，还要综合运用教学论、心理学、逻辑学等的基础理论和最新成就。所有这些，正是教学法所要解决的。

2、数学教学法对新教师的特殊意义。

(1) 新教师对中学教材并不熟悉，所以，应当从教学法理论中吸取必要的启示，以便更好的理解教材的改革，教材的发展趋势，以及现行教材的基本内容、基本体系。

(2) 新教师缺乏中学教学的具体经验，有一个尽快地去了解、熟悉并掌握这些经验的问题。数学教学法将有助于他们对数学教学工作各个方面的大致轮廓有一个概括的了解和掌握，而且有助于他们分清主次缓急，尽快地有计划地去丰富自己的教学经验。

(3) 新教师刚从事教学，往往会忙于日常事务工作，而对教学工作的思想性，计划性很少考虑。在具体教学上，或者照本宣科，或者把教材仅作为科学内容来研究，不会把教材作为教学内容来处理。因而对教材的深广度、系统性、培养性都解决不好，所有这些，也应该从教学法的学习和研究过程中得到一定的启发。

3、数学教学法的现实意义。

当前国际上中学数学教学法理论正处于重大变革阶段，很多重大问题都没有结论，它亟待人们去研究，去填补空白。

同时,中学数学教学工作又正面临着一场重大的、根本性的改革,它又迫切地期待着理论上的正确指导。

特别是,我国当前数学教师队伍的水平不是很高,进行教学研究的能力不强,但是为了实现四个现代化,必须要求中学数学教学质量有个较大的提高。所以,必须要求在中学数学教学理论上先来个突破!要达到这一点,关键是要大量充实我们的研究队伍。因此,即将投身于中学数学教师队伍的同志,要重视这门重要的学科的学习,争取在从事中学数学教学实践的时候,也开始从事中学数学教学法的研究活动。

四、数学教学法的基本研究方法

研究中学数学教学法,要注意以下几点基本要求:

1、正确地运用唯物辩证法,反对唯心主义形而上学。

中学数学教学法是一门思想性、理论性很强的学科,因而特别需要唯物辩证法的指导。然而,在这个研究领域中历来又是唯心主义形而上学泛滥比较严重的场所。因此,要从数学的教学特点出发,对这些经验和教训要有分析,有批判地兼收并蓄。另一方面,还要着眼于当前所遇到的或今后即将遇到的问题,而且要全面而正确地运用唯物辩证法的立场、观点和方法去解决这些实际问题。这是一个值得长期深入钻研的课题。

2、深入调查,研究中学数学教学现状、问题和经验教训。

中学数学教学法是一门活的学科,它需要不断充实新鲜素材,不断更新固有理论。而广大教师丰富多采的实践过程,都必然会蕴藏着丰富的经验和教训,其中不乏可供提炼出新理论的思想火花。所以善于挖掘、调查、善于总结、积

果，是学好教学法的关键，也是从事研究工作的开始，这是每位从事数学教学工作而又希望有所作为的同志必须注意的。

3、广泛地学习并运用有关学科的知识和方法。

既然数学教学法是一门综合性的边缘学科，所以必须综合运用有关学科的基本原理，特别是有关哲学、心理学、教学论、逻辑学等方面的一些新观点、新方法，往往能启发我们去思考并解决一系列教学上的问题。而在学习和运用这些学科的观点和方法时，不应当满足于用数学例子来说明这些学科的某些观点和方法的合理性，而应当力争解决中学教学上的具体问题，更应当争取落实到提高质量，提高教学效果。

尽管高师毕业生在校时已学过不少高等数学课程，但是，进一步学习其他有关的数学知识仍是必要的。数学学科的新发展、新应用、数学思想和方法的新总结，对中学数学教师来说都是非常重要的学习内容。尤其是中学数学教学需要不断地学习和研究中学数学的思考方法、解题方法等等。如果教师在这些方面能有较大的提高，他的教学水平就会有较大的突破，教学质量也会有较大幅度的提高。

4、大力开展实验研究活动。

按照常规进行教学，教师当然会提高教学水平、提高研究能力。但是，要有较大的提高，最好要按照一定的目的、计划、从事一定的实验研究，这样既可以研究教材的更新，也可以搞教材处理上的试验、改进教学方法的实验，等等。比如，搞提高学生阅读能力的实验，搞新教材或落实新教育理论的实验等等。所有这些都是好的实验研究题目。

第一章 初中数学课的

教学目的和内容

§1.1 初中数学课的教学目的

一、教学目的要求

教学方法是实现教学目的和具体教学任务的手段，教学方法取决于教学内容与教学对象，教学内容又取决于教学目的，因此全面地正确地理解教学目的，对于教师提高教学质量，顺利地完成任务，具有重要意义。

中学数学教学的目的是：使学生切实学好从事现代化生产和进一步学习现代化科学技术所必需的数学基础知识；培养学生正确迅速地运算能力，逻辑思维能力和空间想象能力，从而逐步形成运用数学来分析和解决实际问题的能力。在数学教学，要结合教学内容向学生进行思想教育，激励学生为实现社会主义现代化学好数学的热情，培养学生的科学态度和辩证唯物主义世界观。

二、确立目的要求的依据

确定中学数学课的教学目的，要从中学的培养目标出发，同时，也应当以数学的基本特点、学生的年龄特征为依据。

1、中学教育的双重任务。

中学教育有双重任务，既要为国家培养劳动后备力量又要为高一级学校培养合格的新生。

数学是学习一切自然科学和现代化技术的工具，也是研究社会科学的一种必备的基础知识。不论是生产部门还是研究部门，对数学的要求都越来越高。因此，学好中学数学，不论对学生毕业后从事生产劳动，还是进一步学习，都有十分重要的意义。

2、数学学科的特点。

数学是研究现实世界的空间形式与数量关系的一门科学。或者，更一般地称之为现实世界的量的关系的科学。它的显著特点是：高度的抽象性，应用的广泛性，和严谨的系统性（即逻辑严密、结论精确）。

数学是由于生产实践的需要而产生的。并且，由于生产实践的不断发展，数学也得到了高速度的发展。现在数学不仅是物理学、化学、工程技术的必不可少的强有力工具，而且在生物学、医学、国民经济甚至于社会科学都有着广泛的应用。因此，我们说数学是一切科学的工具。正由于数学本身的这一根本特点，决定着中学数学课的重要地位。这就要求中学数学课不仅要传授一定的基础知识，更需要培养学生的基本能力。因为只有大力培养学生的基本能力，才能使学生把学过的数学知识运用到生产和科技领域。

正由于数学具有应用的广泛性，因而，它在形式上必然是具有高度抽象性的特点。但是，这一点只能在表面上掩盖它的客观来源。因为同一个数、同一个代数式、同一个方程式、或同一个函数等等，既可以在物理学中应用，也可以在化学中应用，也可以在工程技术或其他学科中应用，只不过

它们在不同学科中所代表的具体意义不同而已。正由于这样，我们只在数学中研究这些形式及关系的纯粹情形，而且应该完全把他们与其内容相分裂，把具体内容暂且不管，这就得到不能测量的点、没有宽度和厚度的线，各个 a 与 b ， x 与 y ，常数及变数……。这就是数学抽象性的由来及其意义，恩格斯说：“数学是一种研究思想事物的抽象的科学”（《自然辩证法》），这是对数学抽象性的深刻概括。

数学的这种抽象性，使形式逻辑在数学的整理和加工过程中，表现了一定的积极作用。所以数学是一门具有严密逻辑系统的科学。在中学各科，特别是几何学是按比较严格的演绎系统组成的。主要的数学事实都是用逻辑方法加以叙述和论证的。由于数学具有严谨性，在中学数学课的教学中，不仅应注意教学内容本身的系统性，还应充分培养和发展学生的逻辑思维能力。总之，应根据数学本身的特点进行教学。

3、学生的年龄特征。

中学教育的对象是青少年。他们正处在长身体、长知识、形成世界观的时期，也是智力发展的重要时期。他们具有可塑性大，上进心强、求知欲高、精力充沛、反应快而灵敏等特点，但是，他们的理解能力还有一定的局限性，这些都是青少年的年龄特征，确定中学数学的教学目的，必须从这些特点出发，对青少年的接受能力，既不能做过低的估计，也不应有过分的夸大。

三、对目的要求的理解

1、对“必需的数学基础知识”的理解。

普通中学是基础教育，必须加强基础知识的教学。所谓数学学科的基础知识，是指数学学科的初步知识，它是进一

步学习数学相邻科学和参加生产劳动所必须的最初步的最基本的知识。按这种理解，可以认为中学数学的全部内容都是数学基础知识。具体一点说，就是数学课本里提供的概念、规律和方法（思想方法和具体的解法）。

基础知识是对专门知识而言的，并且随着科学技术的发展而不断地扩大和改变的。《大纲》和《课本》里，注意加强基础知识，提高教学质量，以适应四个现代化的需要。它是以精选传统的中学数学内容，增加新的数学内容，渗透一些新的数学思想和方法，来加强中学数学的基础知识的。

2、对三种能力的理解。

（1）对“正确迅速的运算能力”的理解。运算的意义不仅仅局限于加、减、乘、除、乘方、开方等运算，还应该包括代数和三角中的函数运算，以及极限、微分、积分等分析运算，几何里的平移、旋转、对称、伸缩等变换（也可称为几何运算）、逻辑代数里的“与”、“或”、“非”的“逻辑运算”，以及集的运算。因此，对于运算按照广义的理解，应包括代数运算、几何运算、分析运算和逻辑运算等内容。所以，培养正确和迅速的运算能力，应当是整个中学数学教学中的任务。

（2）对“逻辑思维能力”的理解。

逻辑思维能力就是正确合理的进行思考的能力。一般说来，逻辑思维包括概念、判断、推理等基本的思维形式和比较、分类、类比、归纳与演绎、分析与综合等常用的思维方法。培养逻辑思维能力，应当渗透到教学的各个方面与各个阶段。因此我们认为，应当把逻辑思维能力作为全部能力培养的核心。

(3) 对“空间想象能力”的理解, 所谓空间想象力, 就是人们对客观事物的空间形式进行观察、分析和抽象思考的能力。

空间想象主要包括四个方面的要求:

1° 对基本的几何图形必须熟悉, 能正确画图, 能在头脑中分析基本图形的基本元素之间的度量关系及位置关系(从属、平行、垂直及基本的变化关系等)。

2° 能借助图形来反映并思考用语言或式子所表达的空间形状及位置关系。

3° 能借助图形来反映并思考客观事物的空间形状及位置关系。

4° 有熟练的识图能力。即从复杂的图形中能区分出基本图形, 能分析其中的基本图形和基本元素之间的基本关系。

显然, 这几个方面的能力都以正确的画图能力为基础, 但画图能力却不单纯是空间想象力, 它与画图工具的熟练使用有关, 还需要熟练的画图技巧, 而画图技巧已涉及操作而不属于空间想象力的范畴了。

尽管客观事物存在于三维空间中, 其空间形式需要表现为三维的。但是, 我们对三维空间的形式, 却往往需要分解为二维的图形来研究。所以, 对二维的平面图形进行观察、分析和抽象思考是更基本的。因此, 强调在平面几何的教学过程中, 培养发展学生的空间想象力也是十分重要的。特别在解析几何中, 还时常要想象图形的运动。在代数和三角中, 空间想象也扮演着重要的角色。从研究函数的图形出发, 很容易掌握函数的性质。此外, 还要求抽象地思考点如何通过运动形成不同的曲线, 以及曲面体的交截线形状等