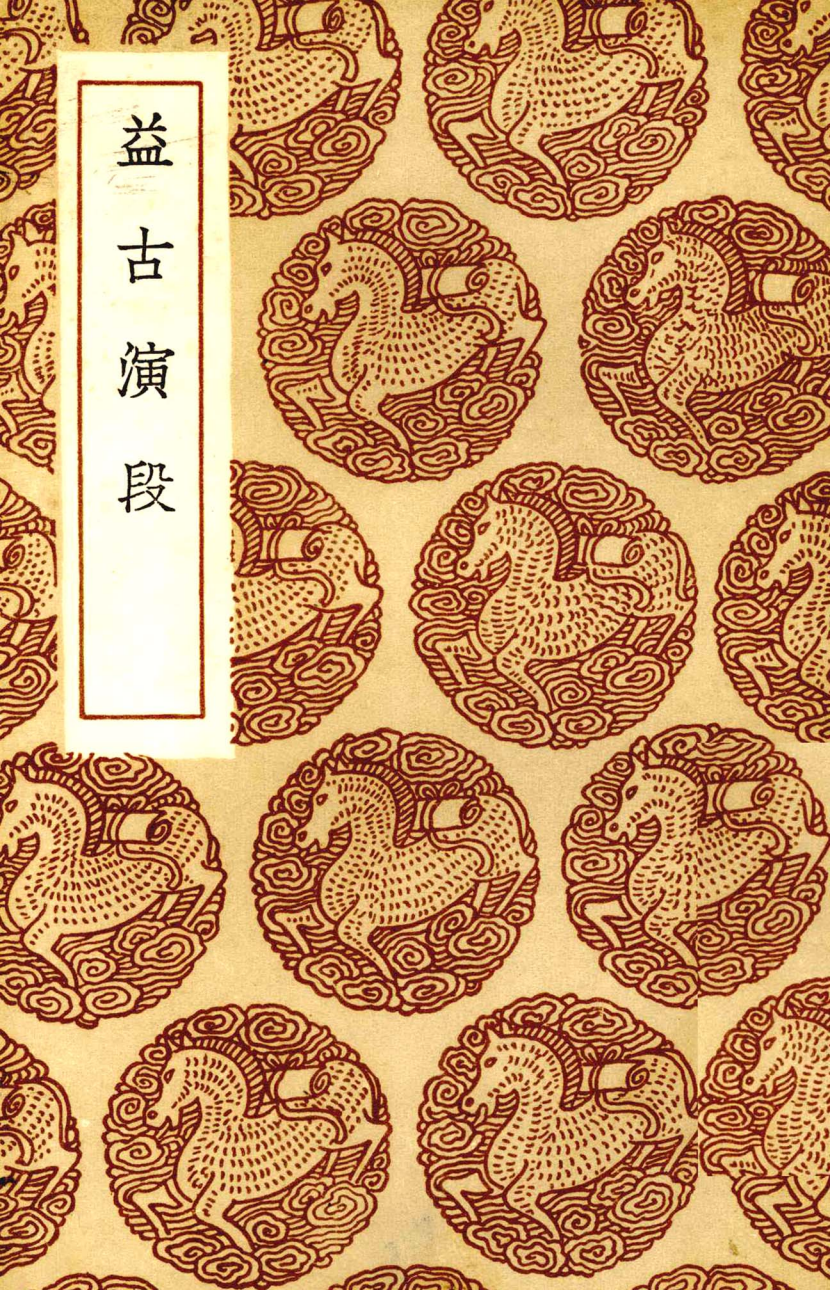


益
古
演
段





益古演段

李冶撰

王雲五主編

叢書集成初編

益 古 演 段

中華民國二十五年十二月初版

撰 者 李 冶

發行人 王 雲 五
上海河南路

印刷所 商 務 印 書 館
上海河南路

發行所 商 務 印 書 館
上海及各埠

本館據知不足齋
叢書本排印初編
各叢書僅有此本

欽定四庫全書

益古演段

提要

臣等謹案益古演段三卷元李冶撰據至元壬午硯堅序稱治測圓海鏡既已刻梓其親舊省掾李師徵復命其弟師珪請治是編刊行是書在測圓海鏡之後矣其曰益古演段者蓋當時某氏算書〔案〕治序但稱近世有某是治已不知作者名氏以方圓周徑冪積和較相求定爲諸法名益古集以爲其蘊猶匿而未發因爲之移補條目釐定圖式演爲六十四題以闡明奧義故踵其原名其中有草有條段有圖有義草卽古立天元一法條段卽方田少廣等法圖則繪其加減開方之理義則隨圖解之蓋測圓海鏡以立天元一法爲根此書卽設爲問答爲初學明是法之意也所列諸法文皆淺顯蓋此法雖爲諸法之根然神明變化不可端倪學者驟欲通之茫無門徑之可入惟因方圓冪積以明之其理猶屬易見故治於方圓相求各題下皆以此法步之爲草俾學者得以易入其誤者正之疎者辨之顛倒者次序之各加案語於下庶得失不掩俾算家有所稽考焉乾隆五十一年四月恭校上

益古演段序

算數之學由來尙矣。率自九章支分派委。劉徽李淳風又爲之注。後之學者咸祖其法。敬齋先生天資明敏。世閒書凡所經見。靡不洞究。至於薄物細故。亦不遺焉。近代有移補方圓。自成一家。號益古集者。大小七十問。〔案〕書中六十四問。〔說案〕此舉成數言之。下稱海鏡二百問亦同。先生一寓目。見其用心之勤。惜其祕而未盡揭露。繙圖式。釋條段。可移則移之。可補則補之。〔案〕祥字有脫誤。應作說之詳。非若溟滓黯黯之不可曉。析之明。非若淺近輒俗之無足觀。釐爲三卷。目曰益古演段。頗曉十百。披而覽之。如登坦途。前無滯礙。旁蹊曲逕。自可縱橫而通。嘉惠後來。爲視隱互難。惟恐人窺其彷彿者。相去大有逕庭矣。先生又盡據己見。輯爲測圓海鏡一編。二百問。〔案〕今本一百七十問。同出一源。緻密纖悉。備而不繁。參考互見。眞學者之指南也。海鏡旣命工刻梓。省掾李師徵其親舊也。囑弟師珪請是編刊而行之。將與衆共推善及人。良可尙也已。數學在六藝爲末。求之人最爲切要。邇來精其能者殊鮮。自非先生學有餘力。誠能搜剔軒轅隸首之奧。有不暇矣。雖然。是特大烹之一櫛耳。若夫先生胸中渾涵停蓄。測之愈深。挹之不窮。時發於翰墨。昭不可掩者。則大全集在。當嗣此出。願肅枉以觀。至元壬午仲秋二十六日。鄖城硯堅序。

益古演段自序

術數雖居六藝之末。而施之人事。則最爲切務。故古之博雅君子。馬鄭之流。未有不研精於此者也。其撰著成書者。無慮百家。然皆以九章爲祖。而劉徽李淳風又加注釋。而此道益明。今之爲算者。未必有劉李之工。而褊心跼見。不肯曉然示人。惟務隱互錯糅。故爲溟滓黯黹。惟恐學者得窺其彷彿也。不然。則又以淺近通俗。無足觀者。致使軒轅隸首之術。三五錯綜之妙。盡墮於市井沾沾之兒。及夫荒邨下里蚩蚩之民。殊可憫悼。近世有某者。以方圓移補成編。號益古集。真可與劉李相頡頏。余猶恨其闕匿而不盡發。遂再爲移補條段。細繙圖式。使粗知十百者。便得入室。啗其文。顧不快哉。客有訂愚曰。子所述。果能盡軒隸之祕乎。余應之曰。吾所述。雖不敢追配作者。誠令後生輩優而柔之。則安知軒隸之祕。不於是乎始。客退。因書以爲自序。時大元己未夏六月二十有四日。樂城李冶自序。

益古演段卷上

翰林學士知 制誥同修 國史欒城李治撰

第一問

今有方田一段。內有圓池。水占之。外計地一十三畝七分半。並不記內圓外方。只云從外田楞至內池楞。四邊各二十步。問內圓外方各多少。

答曰。外田方六十步。內池徑二十步。

法曰。立天元一。爲內池徑。加倍至步。得

太一

〔案〕太卽真數。此卽四十步併一池徑。○〔銳案〕凡算式。真積曰太極。旁記太字。虛數曰天元。旁記元字。太之下一

層爲元。元之下一層爲元自乘。記太字。則不記元字。記元字。則不記太字。在太元俱不記者。則以上方一層爲太也。上中下三層。從戴而列。每層步位。皆上下相當。步之左爲十百千萬。步之右爲分釐豪絲。式下注有步

字者。便以所注之位爲步。其上下層與此步字相當之位。亦爲步也。其不注者。則以右方尾位爲步。若上下層尾位不正相當。則以偏在左方一層之尾位爲步。其上下層與此尾位相當之位。亦爲步也。凡算式有誤。並依法算定

改。爲田方面。〔案〕方面。以自增乘。得

太一

〔案〕此卽一千六百步。入十池徑。二平方。併

爲方積。於頭再立天元一。爲

內池徑。以自之。又三因。四而一得。太

一

〔案〕此卽百分平方之七十五。存步與池徑之位。

爲池積。以減頭位。得

太一

〔案〕此即一千六百步。八
十池徑。二分半平方。為一段虛積。寄左。然後列眞積。以畝法。〔案〕畝法。二百四十步。通之。得三千三百步。

與左相消。〔案〕相消者。兩邊同減一千六百步。後凡言相消者。皆兩邊加減一數也。○〔銳案〕此案非也。蓋西人借根方。

即古立天元一。而借根方兩邊加減。與立天元一相消。其法迥殊。加減法如案所云。若相消法。則但以寄左數減後數。或以後數減寄

左數。故曰相消也。說詳得。〔銳案〕元本算式。正負無別。見余所校測圓海鏡中。致沈存中夢溪筆談。稱算法用

赤籌黑籌。以別正負之數。又秦道古數學九章卷四上開方圖。負算畫黑。正算畫朱。並與劉徽九章注正算赤負算黑之說合。知當時算

式。亦必畫紅黑爲別。而傳寫者改去也。今依海鏡例。凡負算以斜畫記之。庶算位易辨。○〔案〕此即一千七百步。與八十池徑二分

半平方等。○〔銳案〕兩邊加減法。既加減後。仍分兩邊。故案云步與池徑平方等。若相消之後。則止有減餘。更不得云彼與此等矣。

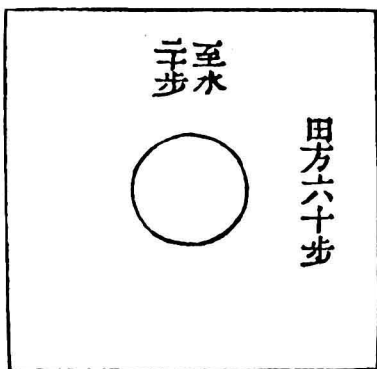
又借根方諸數用多少爲記。其不言多少者亦爲多。多即正。少即負。案不言多少。是步與池徑平方並爲多也。若相消法以寄左減

後數。則得此實正從負偶負。或以後數減寄左數。則正負與此互相易。所得爲實負從正偶正。或實或從偶。與加減所得。多少每相反也。

至步。加池徑。即外方面也。

〔案〕今借根方法。即立天元一法。詳見

御製數理精蘊。茲不盡釋。



開平方。得二十步。爲圓池徑也。倍

依條段求之。眞積內減四段至步冪。爲實。四之至步。爲從。
二分半常法。

義曰。眞積內減四段至步冪者。是減去四隅也。以二分半
爲常法者。是於一步之內。占却七分半外。有二分半也。

第二問

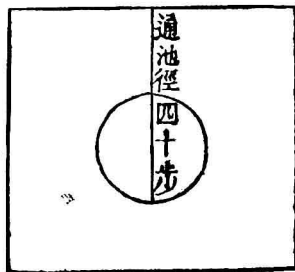
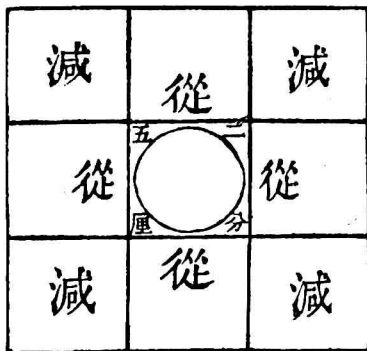
今有方田一段。內有圓池。水占之。外計地一十三畝七分半。竝不
記徑面。只云從外田南楞。通內池北楞。四十步。問內圓外方各
多少。

答曰。同前。

法曰。立天元一爲池徑。減倍通步。得 $\frac{3}{2}$ 太〔案〕此即八十步少一圓徑。爲

田方面。以自增乘。得 $\frac{11}{4}$ 太〔案〕此即六千四百步少爲方田

積。於頭。又以天元池徑自之。三因。四而一。得 $\frac{1}{2}$ 太〔案〕此即



百分平方 爲池積以減頭位得 三十一 (案)此即六千四百步少一 爲一段虛積寄左然後列真積三

千三百步與左相消得 三十一 (案)此即三千一百步與一百六十徑少二分半平方 開平方得二十步

即內池徑也倍通步內減池徑爲方面也

依條段求之倍通步自乘於頭位以田積減頭位餘爲

實四之通步爲從二分半虛常法

義曰倍通步者是於方面之外引出一圓也用二分半

虛常法者是一個虛方內却有減餘圓池補了七分半

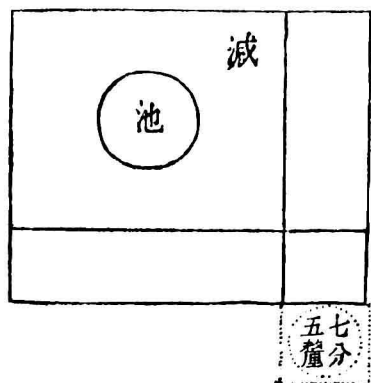
外欠二分半故以之爲虛隅也

第三問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一萬一千三百二十

八步只云從外田角斜至內池楞各五十二步問內徑外方各多少

答曰外田方一百二十步內池徑六十四步



法曰。立天元一爲內池徑。加倍至步。得 $\text{㊀}\text{㊁}\text{㊂}$ 爲方斜。以自增乘。得 $\text{㊀}\text{㊁}\text{㊂}\text{㊃}$ 爲方斜幕。於頭上。其方斜

合身外減四。今不及減。便是寄一步四分爲分母也。今此方斜幕。乃是變斜爲方面以自乘之數。又別得是展起之數也。又立天元爲池徑。自之。又三因。四而一。爲池

積。今爲方田積。既以展起。則此池積亦須展起。故又用一步

九分六釐乘之。得一步四分七釐。亦爲一個展起底圓池積

也。以一步九分六釐乘之者。蓋爲分母。以池積減田積。餘 $\text{㊀}\text{㊁}\text{㊂}\text{㊃}$

爲一段如積。寄左。然後列真積一萬一千三百二十八步。亦

用分母幕一步九分六釐乘之。或兩度下加四亦同得二萬二千二百

○二步八分八釐。與左相消。得 $\text{㊀}\text{㊁}\text{㊂}\text{㊃}$ 平方開之。得六十四

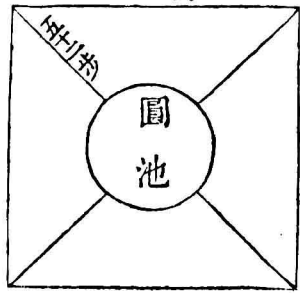
步。爲內池徑也。倍至步。加池徑。身外除四。見方面也。一法。求所展池積。以徑自之了。更不須三

因四除。及以一步九分六釐乘之。只於徑幕上。以一步四分七釐。〔案〕此即三因四除一步九分六釐之數。乘之。便爲所

展之池積也。

依條段求之。展積內。減四段至步幕。餘爲實。四之至步。爲從。四分七釐益隅。

方田



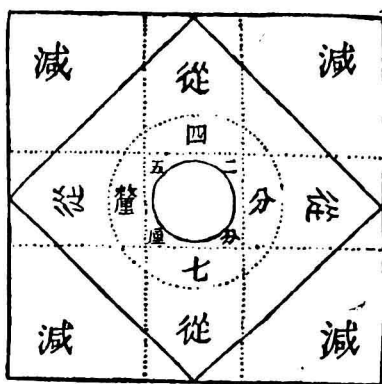
幾曰。凡言展積者。是於正積上。以一步九分六釐乘起之數。元法。本是方面上。寄一步四分分母。自乘過。於每步上得一步九分六釐。故今命之爲展起之數也。諸變斜爲方面者。皆準此所展之池積。是於一步圓積上。展出九分六釐。若以池徑上取斜爲外圓徑。則一步上止生得四分七釐也。故以四分七釐爲虛常法。又取方纂一步九分六釐四分之三。亦得圓積一步四分七釐也。

〔銳案〕此圖元本脫左
右兩從字。今增。

〔案〕法內皆以徑一周三。方五斜七。爲率。故各面積分數。與密率不合。蓋此書專爲明理而作。密率數繁。礙於講解。故用古率以從簡。且其法既明。卽用密率。亦無不可。

第四問

今有方田一段。內有圓池水占之。外計地一萬一千三百二十八步。只云從外田角斜通池徑。得一百一十六步。問內徑外方各多少。



答曰。外田方一百二十步。內池徑六十四步。

法曰。立天元一爲圓徑。減倍通步。得下田爲方斜。以自之。得

步田一便爲所展方田積。於上。再立天元一爲池徑。以自之。又以一

步四分七釐乘之。得太步便爲所展圓池積也。以池積減上

田積。餘得田爲一段如積。寄左。然後列真積。如法展之。得二

萬二千二百田二步八分八釐。與左相消。得田

平方。開之得六十四步。爲內池徑也。以池徑減倍通

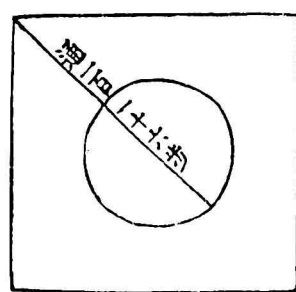
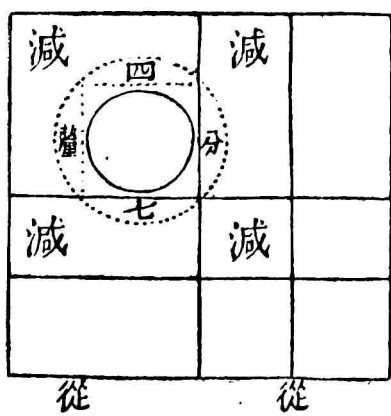
步。卽是方田斜。身外除四。爲方面也。

依條段求之。四段通步幕內。減展積。爲實。四之通步。

爲從。四分七釐常法。

義曰。四之通步爲從。其減積外。實欠一个方。今卽有

展池減時所剩之積。補却一个虛方外。猶剩一个四



分七釐爲常法也。

第五問

今有方田一段。內有圓池水占之。外計地一十三畝二分。只云內圓周。不及外方周一百六十八步。問方

圓各多少。

答曰。外方周二百四十步。內圓周七十二步。

法曰。立天元一爲內圓周。加一百六十八步。得 $\text{田}\text{方}\text{六十}\text{步}$ 爲外方周。

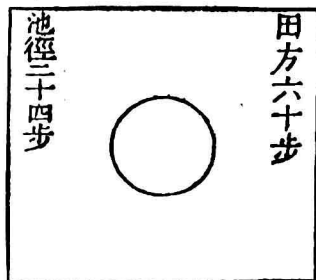
以自增乘。得 $\text{田}\text{方}\text{六十}\text{步}$ 爲一十六个方田積。又三因之。得 $\text{田}\text{方}\text{六十}\text{步}$

爲四十八段方田積。於頭。所以三因之爲四十八者。就爲四十八分母也。再立天元圓

周。以自之。得 $\text{田}\text{方}\text{六十}\text{步}$ 爲十二段圓池積。圓周幕。爲九個圓徑幕。每三個圓徑幕。共爲十二個圓池積也。又就分四之。得 $\text{田}\text{方}\text{六十}\text{步}$ 爲四十八个圓池積。以減

頭位。得 $\text{田}\text{方}\text{六十}\text{步}$ 爲四十八段如積。寄左。然後列眞積一十三畝

二分。以畝法通之。得三千一百六十八步。又就分母四十八之。得一十五萬二千〇六十四步。與



寄左相消得^卦卅平方開之得七十二步爲內圓周也三而一爲池徑

依條段求之四十八段田積內減三段不及步爲實六之不及爲從一虛隅

義曰每一个方周方

爲十六段方田積今

三之爲四十八段方

田積也內除了三個

圓周幕外於見積上虛了一個圓周幕也今求圓周故以一步爲虛隅法

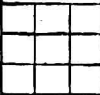
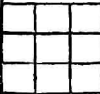
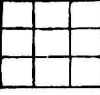
舊術曰以十六乘田積爲頭位^{以合方周之積}以不及步自乘減頭位餘三之爲實六之不及步爲從法

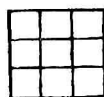
廉常以一步爲減從法

第六問

今有方田一段內有圓池水占之外計地二千六百七十三步只云內圓周與外方面數等問各多少

答曰外方面內圓周各五十四步

從	減
	
從	減
	
從	減
	



法曰立天元一爲方面。便是圓周。以自之得^元一便爲十二段

池積也。再立天元方面以自之。又十二之得^元一爲十二段

方田積也。二數相減餘^元一爲十二段如積寄左。然後列真

積就分母十二之得^元一與左相消得^元一。十平方開之得五

十四步爲方面亦爲圓周也。

依條段求之十二之真積爲實無從一十一步常法。

義曰一个方田積便是一个圓周積也。一个圓周積便是十

二个圓池積。今將一十二个圓池積減於十二个方田積。通

有十一段方田積也。

舊術曰以十二乘田如十一而一所得開方除之合前問也。

又法立天元一爲等數以自之爲外田積。又就分母九之得

^元一爲九个方田積於頭。又立天元等數以自之爲十二个

