彭建平 编著

华夏出版社

初中数学
最后90天

最后
90
天

初中数学
最后90天

彭建平 编著

华夏出版社

1991 北京

前　言

数学是中学阶段一门主要课程，又是一门很难学的课程，许多同学都为之而感到困难。特别是临近毕业，短短的几十天内如何既快又较牢固的掌握课本重点，提高课堂学习和中考的成绩，盼有一本较合适的指导书。笔者根据这一需要，总结自己多年毕业班教学的经验，依据最新《大纲》和课本，编就了这本《初中数学最后90天》。供报考中专、高中、技校的学生用．也可供教师备课、教学时参考和初中一、二年级学生课外阅读。

本书分代数，几何和综合练习三部分，共16个单元。全书对深化学生对基础知识的理解，对重要概念的内涵和外延、主要定理的理解要点、容易混淆的问题及解题中常用的方法、技巧、步骤等，均通过从中考题中精选的具有启发性、针对性、典型性的例题的讲解，进行了简明的指点和较深入的剖析。使学生达到学一得十的目的。

本书将全部初中内容安排在90个课时，每课时包括教学目的、要求、例题和练习，全部课后练习按教学大纲要

求，紧密结合课本，均选自近五年中考题。题型多样新颖，符合当前考试命题趋势。每章之后配有一套自测题。综合练习部分配有中考模拟题。

本书在使用中宜按下列程序：读课本弄清概念；做例题读读方法；听讲课解决难点；做练习检查效果。

本书在编写过程中，参考了有关资料，得到一些同志的热情支持和帮助，在此谨致谢意。由于受教学水平之限，书中不足之处和错误难免，恳请同行和广大读者批评指正。

编　著　者

1991年1月

目　录

第一部分　代数

一、实数

课题：实数的概念（1）

目的要求：正确理解正数、负数、相反数、有理数、无理数、数轴、绝对值的概念，掌握实数分类及绝对值的化简。

例题：

例1　下列各数中，哪些是无理数，哪些是有理数？

$-\sqrt{7}$，$\sqrt{\frac{1}{9}}$，1.988，π，　sin30°，$\sqrt[3]{-8}$，

$16^{\frac{1}{3}}$，0.1010010001…，$0.\dot{1}23\dot{4}$，$-\frac{1}{2}$

目的：复习实数概念及分类

解：无理数：$-\sqrt{7}$，π，$16^{\frac{1}{3}}$，0.1010010001……

有理数：$\sqrt{\frac{1}{9}}$，sin30°，$\sqrt[3]{-8}$，$0.\dot{1}23\dot{4}$，$-\frac{1}{2}$

注：对实数分类时，应先对这些数进行计算或化简，再根据其结果进行分类，不能仅看其形式就判断是何类数。

例2　已知a的倒数是$2+\sqrt{3}$，那么a的相反数是多少？

目的：复习相反数、倒数的概念。

解：因a的倒数即$\frac{1}{a}=2+\sqrt{3}$，所以a为$2-\sqrt{3}$，故a的相反数为$\sqrt{3}-2$。

注：求一个数的相反数用“-1”乘以原数；求一个数的倒数用“1”除以原数。注意最后结果要化简。

判断两个数是否为相反数，计算其和是否为零。

例2　判断正误。对的记“✓”，错的记“×”，并通过附加条件使之成立。

目的：复习字母表示数的正负判断。

若a是实数

（1）$-a$是负数（　　）　　（2）$2a$是偶数（　　）

（3）$|a|$是正数（　　）　　（4）$3a>2a$（　　）

（5）$a^2>0$（　　）　　（6）$(-a)^2=-a^2$（　　）

（7）$(-a)^3=-a^3$（　　）　　（8）$|a|=a$（　　）

解：（1）×　（2）×　（3）×　（4）×　（5）×　（6）×　（7）✓　（8）×。附加条件：（1）$a>0$；（2）a是整数；（3）$a\neq0$；（4）$a>0$；（5）$a\neq0$；（6）$a=0$；（8）$a\geqslant0$才成立。

注：判断一个含有字母的代数式的值的符号，不能以其表示形式（如符号）作为划分正负的标准，一定要考虑到字母所表示的数的取值范围。特别不要忘记字母表示零的特殊形式。

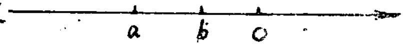
例4　（1）若$|a|=8$，$|b|=2$，且$|a-b|=b-a$，求$a+b$之值。

（2）化简$|5-x|$。

（3）a、b在数轴上的位置如图1，化简

$|a|-|a+b|-|b-a|$。

目的：复习$|a|$的代数意义和几何意义及绝对值的化简。



（图1）

解：（1）由$|a|=8$，$|b|=2$ 得$a=\pm8$，$b=\pm2$；又由$|a-b|=b-a$ 得$a\leqslant b$。所以a只能取-8，故$a+b$之值为-6或-10。

$$(2)\ |5-x|=\begin{cases}x-5\ (x>5)\\5-x\ (x\leqslant5)\end{cases}$$

（3）由图知：$a<0$，$b<0$，$a<b$

所以，原式$=-a-[-(a+b)]-(b-a)$

$=-a+a+b-b+a$

$=a$

练习1

一、填空：

1．在3.14，$-\sqrt{5}$，0.6，$-\frac{3}{2}\pi$，中共有有理数____个；

2．当$a=$____时，$\frac{\sqrt{a^2}}{a}=-1$。

3．$3-\pi$的相反数是____，$(-m)^2$的相反数是____。

4．$-\frac{3}{4}$的倒数与$\frac{1}{3}$的相反数的和等于______。

5．若$a<0$，则$|\sqrt{a^2}-a|=$______。

6．若$|2-x|=3$，则$x=$______。

7．计算$|3.14-\pi|-\pi=$______。

二、选择题*：（下面各题都提供了四个答案，其中有且仅只有一个正确，将正确答案的代号填在题后的括号内）

1．和数轴上点一一对应的是（　　）

A、整数　B、有理数　C、无理数　D、实数

2．若a、b互为相反数，则a＋b等于（　　）

A、$-2a$　B、$-2b$　C、0　D、任意实数。

3．若$|a|+|b|=0$，则a与b的大小关系（　　）

A、$a=b=0$　B、$a=b$　C、a、b异号　D、a、b互为相反数。

4．若$|x-1|=|1-x|$，则x为（　　）

A、$x\leqslant1$　B、$x<1$　C$x>1$　D、$x\geqslant1$

5．若$|a|=3$、$|b|=5$、则$|a+b|$等于（　　）

A、8　B、2　C、8或2　D、±8或±2

三、判断题：用“＋”表示正确，用“－”表示错误。

1．无限小数都是无理数（　　）

2．零除以任何数等于零（　　）

3．任何实数的绝对值都是正数（　　）

4．任何实数都有倒数（　　）

5．任何实数的平方永远不是负数（　　）

6．两个不等于零的数的和一定不等于0（　　）

• 不作特别说明，选择题均为单项选择。

7. $\sqrt{x^2}-x$是一个非负数（ ）

8. 两数和的绝对值一定小于或等于这两数的绝对值的和（ ）

9. 对任何实数a、b一定有$a+b>a-b$（ ）

10 一个数的绝对值大于1，则这个数一定大于它的倒数（ ）

四、a为实数，求下列各式中a的值，并在数轴上表示。

（1）$|a|=2$　　（2）$|a-2|=1$

（3）$|a|>3$　　（4）$|a+1|<3$

课题：实数大小比较（2）

目的要求：使学生会比较实数大小，初步理解近似数的有关概念。

例题：

例1 比较下面各组数的大小：

（1）-1.28和$-1\frac{2}{7}$　　（2）$2\sqrt{2}$与$\sqrt{15}$

（3）$2\sqrt{2}$与$\sqrt[3]{15}$　　（4）$\sin30°12'$与$\sin50°2'$

（5）$\operatorname{tg}6°$与$\operatorname{ctg}6°$

（6）a与$-a$　　（7）$a>b>0$、$\frac{1}{a}$和$\frac{1}{b}$

目的。复习实数的大小比较及方法。

解：（1）$-1.28>-1\frac{2}{7}$　（2）$2\sqrt{2}<\sqrt{15}$

(3) $2\sqrt{2}>\sqrt[3]{15}$　(4) $\sin 30^\circ 12' < \sin 15^\circ 2'$

(5) $tg6^\circ < ctg6^\circ$

(6) $a \geqslant 0$ 时，$a \geqslant -a$；$a<0$ 时，$a<-a$．

(7) $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

注：1．比较小数和分数的大小，一般是将分数化为小数。记住：一切正数大于负数；零大于一切负数；负数的绝对值越大其数反而小。

2．同次根式比较大小，先把系数化为±1再比较被开方数的大小。

3　异次根式比较大小，先用$\sqrt[m]{a^n}=\sqrt[mp]{a^{np}}$（$a \geqslant 0$）化为同次根式，再按(2)的方法进行。

4．同名三角函数比较大小，可比较角度大小。记住：正弦、余切，角大值大；余弦、正切，角大值小。（角为锐角）

5．异名三角函数，利用互余两角函数关系化为同名。

6．比较两个代数式大小常用：

（i）求差法：若$a-b>0$，则$a>b$；若$a-b=0$则$a=b$；若$a-b<0$，则$a<b$。

（ii）求商法：若$a>0$，$b>0$条件下，$\frac{a}{b}>1$，则$a>b$；$\frac{a}{b}<1$，$a<b$；$\frac{a}{b}=1$，则$a=b$．

例 2 试证不论a取何实数，多项式$2a^4-4a^2-1$的值恒大于a^4-2a^2-4的值。

证明：采用求差法：

$$2a^4-4a^2-1-(a^4-2a^2-4)$$

$$=a^4-2a^2+3 \qquad \text{（求差）}$$

$$=(a^2-1)^2 \qquad \text{（变形）}$$

∵对于任何实数a，都有$(a^2-1)^2+2>0$ （判断）

∴不论a取何值$2a^4-4a^2-1$的值恒大于a^4-2a^2-4的值。

例 3 计算：$1.214+\sqrt{2}-\frac{1}{2}\pi+\frac{5}{6}$（精确到0.01）

目的：复习近似数计算及两个概念。

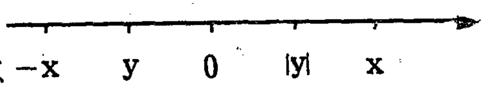
解：原式$=1.214+1.414-\frac{1}{2}\times3.142+0.817=2.02$

注：近似计算中，题目要求精确到哪一位或要求保留几个有效数字，运算时应多保留一位或保留一个有效数字，最后用四舍五入达到题目要求。

例 4. 若$x>0$，$y<0$，$|y|<|x|$用不等号连接x、y、$|y|$、$-x$。

解：如图，把各数用数轴上点表示是：

$x>|y|>y>-x$



注：用数轴上的点表示满足条件的数，再由点在数轴上的位置而决定大小，较直观。或：用符合条件的数代入，再比较。

练习 2：

一、填空：

1．用“>”或“<”连接：$-\frac{6}{7}$ ___ $-\frac{5}{6}$、

$5\sqrt{5}$ ____ $8\sqrt{2}$、$\sqrt{7}$ ____ $1+\sqrt{3}$、$\cos 135°$ ____ $\sqrt{0.001}$、$\sin 136°$ ____ $\cos 27°$

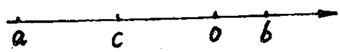
2．将0.00000342写成科学计数法形式是____。

3．查表得：$2.401^2=5.765$，那么$240.1^2=$____；有____个有效数字。

4．已知$x>y>0$，比较大小。$|x|$ ____ $|y|$

$-\frac{x}{2}$ ____ $-\frac{y}{2}$，x^2 ____ xy

5．如图a、b、c在数轴上的对应位置：在下列空格处填"$>$"、"$=$"、"$<$"



$a+b$ ____，$b+c$ ____ 0，

c ____ a，a的相反数____c的绝对值。

6．圆周率$\pi=3.14159265\cdots\cdots$，精确到万分位的近似值是________，这时有____个有效数字。

二、选择：

1．下列式子：ⓐ $\left|-\frac{3}{5}-\frac{4}{7}\right|$；ⓑ $\left|-\frac{3}{5}\right|-\left|-\frac{4}{7}\right|$

ⓒ $-\frac{3}{5}-\left|-\frac{4}{7}\right|$；ⓓ $-\left|-\frac{3}{5}\right|-\left(-\frac{4}{7}\right)$按从小到大的顺序排列为（　　）　A、$d<c<b<a$　B、$c<d<b<a$

C、$b<d<c<a$　D、$c<b<d<a$

2．已知a、b为实数，下列命题正确的是（　　）

A、$a>b$，则$a^2>b^2$　　B、$a>|b|$，则$a^2>b^2$

C、$|a|>b$，则$a^2>b^2$　D、$a^3>b^3$，则$a^2>b^2$

3．已知$8.047^3=521.1$，那么下列式子中正确的是（　　）　A、$80.47^3=52110$　　B、$804.7^3=52110$

C、$0.08047^3=0.05211$　D、$0.8047^3=0.5211$

4．2.3784精确到百分位是

A、2.378　B、2.38　C、2.7380　D、2.380

5．若一个数与它的倒数、相反数比较，总是这个数最大，且这个数的相反数最小，那么这个数是（　　）

A、正数　B、负整数　C、正的真分数　D、以上都不对

课题：平方根和算术平方根（3）

目的要求：要求学生理解平方根，算术平方根，立方根等概念，掌握平方根与算术平方根的区别与联系，熟练掌握$|a|$、a^2、$\sqrt{a}$这三种非负数及$\sqrt{a^2}=|a|$的应用。

例题：

例1　填空：

（1）$\cancel{\sqrt{a}}$ $\sqrt{3}$ 的平方根是＿＿；它的算术平方根是＿＿。

（2）0的平方根是＿＿＿，它的算术平方根是＿＿＿。

（3）$\sqrt[3]{-8}$的立方根是＿＿＿，它的算术根是＿＿＿。

目的：复习平方根、立方根、算术根概念。

解：（1）$\pm\sqrt{3}$；$\sqrt{3}$　（2）0；0

（3）$-\sqrt[3]{2}$；没有

注：平方根的性质：（1）正数a的平方根有两个，它们互为相反数，表示为$\pm\sqrt{a}$，正数的算术平方根只有一个，即$\sqrt{a}$。

（2）零的平方根，算术平方根都是零。

（3）负数没有平方根，也没有算术根，但负数能开奇次方。

例2 计算：（1）$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$

（2）已知$a<-6$，化简$|3-\sqrt{(a+3)^2}|$

目的：复习$\sqrt{a^2}$与$|a|$的应用。

解：（1）原式$=|1-\sqrt{2}|=\sqrt{2}-1$

（2）原式$=|3+a+3|=|3+a+3|$

$=-(a+6)$

注：应用$\sqrt{a^2}=|a|$化简或计算时特别要注意a的取值范围，对于这些题目将根号下的式子化为某一个式子的完全平方式，变为$\sqrt{a^2}$形式，再按$\sqrt{a^2}=|a|$化为某一个式子的绝对值，最后根据条件，取消绝对值符号。

例3 判断或选择：

1．若a、b为实数，下列结论对吗？

① $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$　　② a的算术平方根为a

③ $\sqrt{a^4}=a^2$　　④$\sqrt{(\pm a)^2}=\pm a$

（想一想，不对的，附加什么条件会成立。）

2．一个自然数的算术平方根是a，那么这个自然数相邻的下一个自然数的平方根是（　　）

A、$\pm\sqrt{a+1}$　　B、$a+1$

C、a^2+1　　D、$\pm\sqrt{a^2+1}$

目的：复习算术根与平方根的区别联系。

解：1．①不对　②不对　③对　④不对

2、选D

注：1．判断题常用：①对照法——对照定义、定理、公式。②反例法——举一反例以识别真假。③推理法——正面计算或推理以决断对或错。

2．选择题常用：①直接法——从题目条件出发，通过分析推理或计算得出正确结论。②筛选法。③计算法。④观察法。

例 4　已知a、b满足$\frac{(2a-b^{-1})^2+|2-a^2|}{a+\sqrt{2}}=0$

求$\frac{a+b}{a+b}$之值

目的：复习任何实数的平方是非负数，任何实数的绝对值是非负数；即$a^2\geqslant0$，$|a|\geqslant0$，$\sqrt{a}\geqslant0$

解：由题设有$\begin{cases}2a-b^{-1}=0\\2-a^2=0\\a+\sqrt{2}\neq0\end{cases}$　　解之得$\begin{cases}a=\sqrt{2}\\b=\frac{1}{2\sqrt{2}}\end{cases}$

所以　$\frac{a-b}{a+b}=\frac{\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}}=\frac{3}{5}$

注：解答这类题目，要充分利用非负数性质，“若干个非负数之和为零，则每个非负数必为零，”建立方程或方程组。但别忘求得的值不能使分母为零。

练习 3

一、填空：

1．0.0009的平方根是________，$|-2\frac{1}{4}|$的算术平方根是________，$-\frac{1}{8}$的立方根是________。

2．a为实数，a^2的平方根是________，a^2的算术平方根是________。

3．$-\sqrt{(-8)^2}=$________，$\sqrt[3]{(-\frac{1}{3})^3}=$________，$|3-\pi|+\sqrt{\pi^2-8\pi+16}=$__________。

4．若$(x-1)^3=8$ 则$x=$________，若$\sqrt{8.53}=2.92$ 则$\sqrt{0.0853}=$________。

5．若$\sqrt{169}=13$　$\sqrt{x}=0.13$　则$x=$________。

6．若实数a、b、c在数轴位置如图，则

$\sqrt{(a+b)^2}-|c-b|-|a+c|=$________。

7．若$1<x<3$化简$|x-1|+\sqrt{x^2-6x+9}=$____。

二、选择题：

1．下列说法正确的是（　　）

A、一个正数的平方根是算术根；

B、一个非负数的非负平方根是算术根；

C、算术平方根等于它本身的数只有1；

D、正数的正的平方根叫算术根。

2．若a、b为实数，且$(a+3)^2+\sqrt{b-\frac{1}{3}}=0$

则$\frac{b}{a}$的值是（　　）

A、9　B、$\frac{1}{9}$　C、-9　D、$-\frac{1}{9}$

3．实数a、b在数轴上对应点如图，则$\sqrt[4]{a^4b^4}$的值