

新数学



吉林人民出版社

G731.334

! : 1

新 数 学

(初中数学)

1

[日] 弥 永 昌 吉 等 编
张述宜 梁忠义 孙世路 孙文龙 译

吉 林 人 民 出 版 社

新 し い 数 学

1

日本东京书籍株式会社

1977年

内 部 读 物

新 数 学

1

〔日〕弥永昌吉 等编

张述宜 梁忠义 孙世路 孙文龙 译

*

吉林人民出版社出版 吉林省新华书店发行

长春新华印刷厂印刷

*

787×1092毫米32开本 印张：8 1/2 13,000字

1978年9月第1版 1978年8月第1次印刷

书号：7091·1008 定价：0.79元

封面设计：吴景文

目 录

致本书读者	(1)
-------------	-------

I 数和集合	(3)
--------------	-------

1 集 合

§1 集合和它的表示方法	(4)
--------------------	-------

§2 子集	(7)
-------------	-------

§3 集合的交和并	(10)
-----------------	--------

§4 余集	(14)
-------------	--------

2 整数的性质

§1 约数和倍数	(17)
----------------	--------

§2 质数和质因数	(21)
-----------------	--------

§3 公约数和最大公约数	(23)
--------------------	--------

§4 公倍数和最小公倍数	(25)
--------------------	--------

§5 计数制	(28)
--------------	--------

习题	(33)
----------	--------

研究“倍数判别法”	(35)
-----------------	--------

● 数学的进展 ● 数的表示法	(36)
-----------------------	--------

II 正负数	(37)
--------------	--------

1 正 负 数

§1 带符号的数	(38)
----------------	--------

§2 数的大小	(40)
---------------	--------

2 加法和减法

§1 加法	(43)
-------------	--------

§2 减法	(47)
§3 加法和减法的混合计算	(49)
3 乘法和除法	
§1 乘法	(52)
§2 除法	(57)
§3 四则混合运算	(60)
习题	(63)
III 字母和式子	(66)
1 使用字母	
§1 数和字母	(67)
§2 使用字母的规定	(68)
§3 各种数量的表示方法	(72)
2 字母式及其计算	
§1 代入和式子的值	(75)
§2 一次式的加减	(77)
习题	(82)
III 方程和不等式	(85)
1 方程和不等式	
§1 数量关系的表示式	(86)
§2 方程和不等式	(89)
2 方程的解法	
§1 等式的性质	(92)
§2 等式的性质和方程的解法	(94)
§3 一次方程的解法	(96)
§4 一次方程的应用	(100)
习题	(104)
V 函数	(107)

1 对应和函数

§1 从集合到集合的对应	(108)
§2 函数	(112)
§3 正比例和反比例	(115)

2 坐标和图象

§1 坐标	(120)
§2 函数和图象	(123)
习题	(128)

VI 基本图形	(131)
---------------	-------

1 基本图形

§1 面、线、点	(132)
§2 直线和角	(132)
§3 圆	(138)
§4 多面体	(141)

2 图形的位置关系

§1 直线和平面	(143)
§2 圆和直线、球和平面	(150)
习题	(153)

VII 移动和作图	(154)
-----------------	-------

1 图形的移动

§1 移动	(155)
§2 移动和立体图形	(161)

2 平面图形的画法

§1 三角形	(164)
§2 对称和基本作图	(167)
习题	(173)

VIII 平面图形的性质	(176)
--------------------	-------

	1 平行线和角	
§1	平行线的性质	(177)
§2	三角形的内角与外角	(180)
§3	多边形的内角和外角	(182)
	2 三角形的全等	
§1	全等的图形	(187)
§2	三角形的全等条件	(189)
§3	图形性质的考查方法	(193)
§4	等腰三角形	(196)
§5	作图及其验证	(200)
	习题	(203)
	研究“多边形对角线的数目”	(205)
IX	计量和数值计算	(207)
	1 面积和体积	
§1	平面图形的面积	(208)
§2	立体图形的体积和表面积	(212)
	2 近似值	
§1	误差和有效数字	(216)
§2	近似值的计算	(219)
	3 计算尺	
§1	计算尺	(222)
§2	利用计算尺的计算方法	(223)
	习题	(225)
	● 数学的进展 ● “求圆周率”	(227)
X	资料的整理	(230)
	1 资料的整理	
§1	频数的分布	(231)

§2	直方图	(233)
§3	频率及其分布	(235)
§4	累积频数及其分布	(236)

2 代 表 值

§1	均值及其计算	(237)
§2	各种代表值	(240)
	习题	(242)

计算练习 (243)

作图练习 (245)

补充问题 (245)

一年级学过的主要术语、符号、性质 (257)

致本书读者

这本书把一年级所要学习的内容分为十章。在本书中：

例 是为加深理解所学内容，为进一步学习提供线索的具体例子。

例题 是供解题参考的有代表性问题的例子，并作出〔解答〕和〔分析〕。特别是带方括号的〔解答〕，在那里提出一种解题的标准书写方法。

问 是为了检查对所学内容的理解程度而试解的问题；对带★号的问题应加以思考，以作为转入下一步学习的线索。特别是，在需要多做练习的地方安排了**练习**。

每节末尾的**问题**，是为复习该节所学内容而设的。在每节的学习过程中，随时考虑是否能够应用前面学过的知识，解决其中的问题，也是有益的。

在每章的末尾有**习题**，它是为复习和应用这章所学内容而设的。其中，**A**是基本问题，**B**是在程度上稍高一点的问题。希望从**B**的问题中，选择自己力所能及的题来作。

每章最后的**研究**，是进一步引伸的内容，有余力时应当学习它。

在本书的最后有**计算练习**和**作图练习**，希望在课余能抓紧时间反复练习。此外，为了总结，附有一年级学过的主要

术语、符号、性质、和补充问题。在补充问题中，有一些是程度稍高的应用题。虽然要花费一些时间，但由自己独立思考去试行解决，这对提高数学能力是很有作用的。

I *数和集合



*

研究各种事物的集合，或者探讨那些集合之间的关系，早在小学已经学过。这些内容，作为今后学习数学的基础，具有重要的意义。所以，在这里，首先学习和探讨有关使用符号表示集合和集合之间的基本关系；其次，运用集合的观点，将对约数、倍数等整数的性质进行种种讨论。

*

1 集 合

§1 集合和它的表示方法

下图所示是山田家族的全部成员。



图 1

如果把这七个人看做一个整体时，它是满足“山田的家族”这个条件的人们的集体。

如山田家族的全体，某初中一年级学生的全体，整数（0、1、2、3、……）的全体等等，把满足某种条件的若干个事物看做一个整体时，称这个为集合。

例 1 小于10的所有偶数的集合，就是

$$0, 2, 4, 6, 8$$

这五个数的集体。

在数学中只把那些界限明确的事物认为是集合。例如，不能说“大数的集合”因为所谓“大数”，是比几大的数，界限并不明确。

问 1 试就你组学生的出生月分等按各种见解做出集合。

集合的元素

在图 1 中有七个人，把它的一个人，叫做“山田家族”集合的元素（又称元）。一般地，把组成集合的一个个事物，叫做那个集合的元素。

问2 现在将全体偶数的集合命名为 A ，将除3余1的全体整数集合命名为 B 。在下列数里，属于集合 A 的元素是哪几个？属于集合 B 的是哪几个？

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

集合的表示方法

如问2用过的那样，用 $A, B, \dots$ 这样的字母表示集合。再有，将例1的“小于10的所有偶数的集合”，记为

$\{0, 2, 4, 6, 8\}$

这样，也有将集合的所有元素列举出来，再用括号 $\{ \}$ 括起来表示集合的。

例2 如用 A 表示山田全体家族的集合，则

$A = \{\text{金助、梅子、太郎、良子、一郎、弓子和次郎}\}$

元素完全相同的集合，认为是相等的集合（或相同的集合）。例如：

$\{0, 2, 4, 6, 8\} = \{2, 8, 0, 6, 4\}$ 。

所以，表示集合时，怎样排列元素的顺序都可以。

问3 在下列集合里，指出和 $\{1, 2, 3, 4\}$ 相等的集合。

① $\{4, 3, 2, 1\}$ ② $\{4, 3, 1, 2\}$ ③ $\{4, 1, 3, 2\}$

把小于10的所有偶数的集合 $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ 有时写成

$\{x \mid x \text{ 是小于10的偶数}\}$ 的形式，

其中，使用字母 x 表示元素，并表示出元素所满足的条件。

例3 1 $\{x \mid x \text{ 是小于5的整数}\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

2 $\{x \mid x \text{ 是60岁以上山田的家族}\} = \{\text{金助}\}$

【注意】如例3的2那样，也有只有一个元素的集合。

例4 $\{x \mid x \text{ 是奇数}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$

【注意】 如上面的 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$ 那样, 当 $\dots$ 的意思明确时, 为了列举所有元素, 也可以用 $\dots$ 。

问4 用列举所有元素的方法, 表示下列集合:

① $\{x \mid x \text{ 为10岁以下的山田家族}\}$

② $\{x \mid x \text{ 为小于7的奇数}\}$

③ $\{x \mid x \text{ 为不小于10的3的倍数}\}$

表示元素的符号

把 a 是集合 A 的元素, 叫做 a 属于集合 A , 记为

$a \in A$ (或者 $A \ni a$)

b 不是集合 A 的元素时, 表示为

$b \notin A$ (或者 $A \not\ni b$)

例5 设 $A = \{x \mid x \text{ 为一位数的奇数}\}$ 时

$5 \in A, 6 \notin A, 11 \notin A$

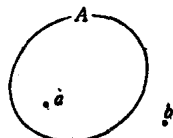


图 2

问5 把下列数和例5的集合 A 的关系, 用符号 $\in, \notin$ 表示出来:

1, 2, 7, 8, 10, 13

问6 如例2, 把山田全体家族的集合设为 A , 这时, 用列举所有元素的方法, 表示下列集合:

$B = \{x \mid x \in A, x \text{ 是女性}\}$

$C = \{x \mid x \in A, x \text{ 是带眼镜的人}\}$

$D = \{x \mid x \in A, x \text{ 是年令为偶数的}\}$

【注意】 问6的集合 B 的条件是“ $x \in A$ ”和“ x 为女性”, 这是说 B 的元素同时满足这两个条件。对 C 与 D 也是这样。

问7 在上面的 B, C, D 中, 哪两个集合是相同的?

空 集

★考察 $P = \{x \mid x \text{ 为不满 5 岁的山田家族}\}$ 这个集合, 试找出其元素?

如上面集合 P 那样, 把没有元素的也做为一种集合来考察, 把它用 ϕ 符号表示, 叫做空集。即:

$$P = \phi$$

例6 $\{x \mid x \text{ 是除以 4 余 1 的偶数}\} = \phi$

例7 当考察某出租小汽车乘客的集合时, 当乘客为一人时, 是只有一个元素的集合。空车的情况则是空集。

问8 设 $A = \{x \mid x \text{ 为 1 位数的奇数}\}$ 时, 在下列集合里, 指出哪个是空集? 哪个是只有一个元素的集合?

$$B = \{x \mid x \in A, x > 2\}$$

$$C = \{x \mid x \in A, x > 9\}$$

$$D = \{x \mid x \in A, x \text{ 是除以 3 余 2 的整数}\}$$

§2 子 集

设图1的山田全体家族的集合为 A ,

又设 $B = \{x \mid x \in A, x \text{ 是女性}\}$,

则 集合 B 是由 A 的七个元素之中的梅子、良子、弓子这三个元素所组成的集合。

即 集合 B 为集合 A 的一部分。

把这个表示为

$$B \subset A \text{ (或者 } A \supset B)$$

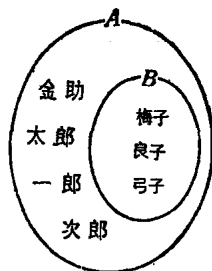


图 3

例1 设 $A = \{x \mid x \text{ 是奇数}\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, 则

$$B \subset A$$

问1 在下列①~④之中, 把关系 $B \subset A$ 成立的指出来, 再把关系 $B = A$ 成立的指出来?

① $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5, 7\}$

② $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{x \mid x \text{ 是 } 8 \text{ 的约数}\}$

③ $A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$, $B = \{2, 4\}$

④ $A = \{x \mid x \text{ 为一周的名称}\}$, $B = \{\text{周一、周四}\}$

设山田全体家族为 A , 山田家族在家的人的集合为 B 时, B 的元素全部是 A 的元素。这时:

1 有外出的人时, $B \subset A$

2 没有外出的人时, $B = A$

这样, A 和 B 的关系, 是 $B \subset A$ 或 $B = A$ 二者之一。

一般地, 设有两个集合 A, B , 当 B 的元素全部是 A 的元素时, 把集合 B 叫做集合 A 的子集。如果 B 是 A 的子集时, 则

$$B \subset A, B = A$$

这两种关系中一定有一个成立。

这种情况表示为

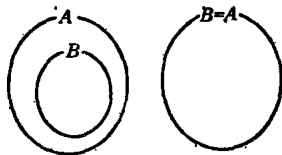


图 4

$$B \subseteq A (\text{或 } A \supseteq B),$$

叫做 B 被包含在 A 中 (或 A 包含 B)。

【注意】 集合 A 本身也是 A 的子集。

例2 设 $A = \{x \mid x \text{ 为 } 12 \text{ 的约数}\}$,

$$B = \{1, 2, 3, 4\},$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, \text{ 则}$$

- 1 因为 $B \subset A$, 所以 $B \subseteq A$, 但不是 $B = A$;
- 2 因为 $C = A$, 所以 $C \subseteq A$; 又是 $C \supseteq A$, 但不是 $C \subset A$, 也不是 $C \supset A$ 。

问2 在下列①~③里, 指出哪两个有 $B \equiv A$ 的关系?

① $A = \{x \mid x \text{ 是比 } 5 \text{ 小的整数}\},$

$B = \{0, 2, 4\}$

② $A = \{\text{青森县, 秋田县, 山形县}\},$

$B = \{x \mid x \text{ 是东北地方的县}\}$

③ $A = \{x \mid x \text{ 是比 } 10 \text{ 小的奇数}\},$

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B \subset A$ 是指 “ $B \subseteq A$, 但不是 $B = A$ ”, 此时, 把集合 B 叫做集合 A 的真子集。

问3 在问2的①~③里, 哪个 B 是 A 的真子集? 又哪个 A 是 B 的真子集?

★山田家族中所有在家的人的集合 B , 是山田全体家庭成员集合 A 的子集。山田家族全体成员外出时, B 是什么样的集合?

空集, 也可以认为是任何集合的子集。

例3 集合 $\{1, 2\}$, 具有下列四个子集:

$$\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$$

问4 在集合 $\{1, 2\}$ 的四个子集里, $\{1, 2\}$ 的真子集是哪一个和哪一个?

问5 试举出集合 $\{0, 2, 4\}$ 的全部子集, 再从其中指出 $\{0, 2, 4\}$ 的真子集。

如果设12的全部约数的集合为 A , 则