

第二屆和平利用原子能國際會議文獻

可控制熱核反應

4

G26

中國科學院原子核科學委員會編輯委員會編

科學出版社出版

可控制热核反应 (4)

中国科学院原子核科学委员会編輯委员会編

*

科学出版社出版 (北京朝阳門大街 117 号)

北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

*

1961 年 11 月第 一 版

书号: 2428 字数: 70,000

1961 年 11 月第一次印刷

开本: 787×1092 1/16

(京) 0001—4,000

印张: 3

定价: 0.40 元

目 录

P/2500	高温等离子体柱理论	(1)
*P/2504	氖中大功率放电的扩展	(20)
P/2225	横磁场中的等离子体圈	(30)

高温等离子体柱理論*

柏拉金斯基 (С. И. Брагинский)

沙弗拉諾夫 (В. Д. Шафранов)

緒 論

大家知道,約束熾熱等離子體並使之熱絕緣的可能方法之一是利用收縮效應。當足夠大的電流通過等離子體時,在電動勢的作用下,等離子體收縮為柱,並與室壁相隔絕。等離子體是以真空(更確切地說,就是密度非常低的區域)同室壁隔開的,這就保證了等離子體底熱絕緣。在有限的时间間隔中,熾熱等離子體底約束和熱絕緣是能夠得到保證的。但是,帶有電流的等離子體柱本身是不穩定的。使它穩定的可能方法之一是利用縱磁場。作者在1953年及在文獻[1]中都以理論上研究了有縱磁場及沒有縱磁場的情況下等離子體柱的行為。1953年沙弗拉諾夫(В. Д. Шафранов)從理論上研究了縱磁場的穩定作用(參看文獻[2]以及[3]、[4]等)。在文獻[5]中,給出了有關縱磁場穩定作用的一些最初的實驗指示。

從等離子體的加熱和獲得熱核反應的可能性的觀點出發,在本文中研究了利用縱磁場穩定等離子體柱的某些系統。假定等離子體柱是環形的,因而在直線等離子體柱中極為重要的電極耗損在這裡就不存在。可用各種方法使環形電流的排斥力和氣體的壓強互相抵銷,例如,可借助於垂直於環平面的外磁場,或把等離子體環置於良導電性的外殼中。[良托維奇(М. А. Леонтович), 1951年;波里叶夫克托夫-尼可拉德澤(Н. М. Полиевктов-Николадзе), 1952年。]在這兩種情況下,為了平衡就需要有沿着等離子體柱的軸綫而流過的電流,對於具有軸對稱的系統,這種電流的必要性可就一般的情況加以證明^[6]。利用其它的一些方法如利用保護導體^[7],也能約束和穩定等離子體柱。

從原則上說,用縱磁場的穩定可以通過各種方法來實現。

一個可能的方法是:利用等離子體柱中所捕獲的縱磁場和良導體壁的組合。對等離子體柱內的電流在表面薄層內通過的情況所進行的計算表明,如果等離子體柱外的縱磁場很小,而等離子體柱的半徑和外殼的半徑相比並不太大的話,便能夠保證完全穩定。在有名的“澤塔”(ZETA)裝置中,就是利用這種方法穩定的。

另外一種情況是利用近乎均勻分布在整個室的體積(包括等離子體以內及以外的體積)中的縱磁場來穩定。如果電流在很薄的表面層內流動,則在這種情況下,可使有限長度的等離子體柱完全穩定。在電流沿着等離子體柱的截面均勻分布的情況下,不是對所有形式的擾動都能得到穩定。但是,在足夠強的而實際上又能實現的縱磁場下,最危險的擾動形式——“腊腸式”和“扭曲式”——都能被穩定下來。現有的實驗數據^[8]都許可在這

* “第二屆和平利用原子能國際會議文獻”編號 A/CONF/15/P/2500, 蘇聯, 原文為俄文。

些条件下实现等离子体柱室壁绝缘利用这种稳定方法, 等离子体的压强之所以能平衡, 不仅是由于电流磁场的压缩作用, 当外面的纵向磁场比里面的大时, 且还由于纵磁场的压强而平衡。在极限的情况下, 电流磁场的压强可能很小。此时为了使环保持平衡, 沿轴线的电流仍是不可少的。

在这两种情况下, 等离子体的加热都是由于放出的焦耳热以及等离子体被约束它的电流所压缩的结果。其它任何加热机制, 如利用外界高频场的加热, 都未被考虑。

加热的计算是在把等离子体柱当做“片流”的假定下完成的。关于电导率和热传导的表达式, 以及在完全绝缘等离子体中的和通常的库仑碰撞相联系的其它过程的表达式, 在这里都被利用了(例如, 参看[9], [10])。实际上, 同等离子体柱中的局部不稳定性和振荡发展相联系的附加耗散过程是可能存在的。这些“湍流”过程目前还研究得不多, 因此本文按其需要来说是很不完善的, 只是对问题提供了初步线索。

本文在许多方面都是以良托维奇院士领导下的理论组所作出的结果为基础的, 同时也是在他的倡议下写成的。作者在此衷心地感谢他那热情的鼓励和多次的帮助。

§ 1. 平 衡

1. 等离子体柱截面中的平衡条件(按“小”半径 a 的平衡条件)具有以下形式:

$$\bar{p} + \frac{\bar{H}_i^2}{8\pi} = \frac{H_i^2}{8\pi} + \frac{H_e^2}{8\pi} \quad (1.1)$$

这里横线表示按柱的截面求平均值。考虑到关系式 $\bar{p} \times \pi a^2 = N(T_e + T_i)$ 和 $H_i = 2I/ca$, 可以将(1.1)改写成以下的形式:(以下省去 H_i^2 上的横线)

$$2c^2 N(T_e + T_i) = I^2 + (H_e^2 - H_i^2)a^2 c^2 / 4 = \eta I^2 \quad (1.2)$$

或

$$3.2 \times 10^{-13} N(T_e + T_i) \text{ 千电子伏} = \eta I^2 \text{ 千安} \quad (1.2a)$$

$$\eta = \frac{8\pi \bar{p}}{H_i^2} = 1 - \frac{H_e^2 - H_i^2}{H_i^2}, \quad (1.3)$$

式中 η 是表征电流对等离子体的一个利用系数。一般说来, 系数 η 可能是很小的量(在非常大的顺磁性的情况下, 当里面的纵磁场是: $H_i^2 = H_e^2 + H_i^2$), 也可能是很大的量(在反磁性的情况下, 当 $H_e^2 - H_i^2 \gg H_i^2$)。在近乎稳定的条件下, 等离子体柱的内外磁场有趋于相同的趋势。但是, 正如作者在 1953 年所指出, 由于等离子体电导率的各向异性, 在稳定的情况下, 里面的磁场会显得比外面的磁场更大, 结果 $\eta < 1$ 。当 H_e/H_i 在从 0 到 ∞ 之间变化时, η 便在 0 到 0.5 之间变化。在一般的情况下, 量 η 依赖于过程的整个时间进程, 依赖于等离子体柱中的热平衡, 也依赖于等离子体促使磁力线增加的程度。

2. 环状平衡(沿“大”半径 R 的平衡) 沿着 R 的方向, 有气体的压强作用在单位长的等离子体环上, (参看图 2) 此气体压强等于 $p\pi a^2/R$ 。内部纵磁场造成一个纵向张力, 结果就产生了等于 $-\frac{H_i^2}{8\pi^2} \times \frac{\pi a^2}{R}$ 的力。外部纵磁场给出一相反方向的力 $(H_e^2/8\pi)\pi a^2/R$, 因此当 $H_e = H_i$ 时, 这两个力就互相抵消。沿着等离子体环有电流存在时, 便产生一个引力, 此引力在单位长度上等于 $(2\pi R)^{-1}(I^2/2c^2)dL/dR = (H_i^2/8\pi)2\lambda(\pi a^2/R)$, 式中 $L = 4\pi R\lambda$ 是环的自感(在具有外壳的情况下 $\lambda = \ln \frac{b}{a}$)。为了抵消这个引力, 就必须要有这

样一个磁场,它具有垂直于环面的分量 $H_{\perp}$,因而能够给出吸引力 $\frac{1}{c} H_{\perp} I = \frac{a}{2} H_{\perp} H_i$. 沿着 R 方向的平衡条件给出

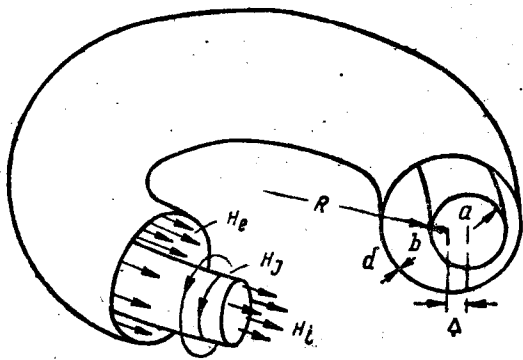


图 1

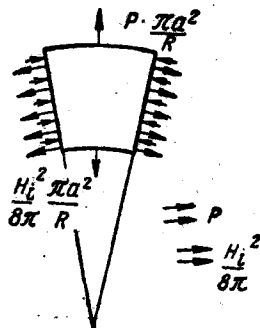


图 2

$$H_{\perp} = \frac{a}{2R} H_i \left\{ \lambda + \frac{4\pi p}{H_i^2} + \frac{H_e^2 - H_i^2}{2H_i^2} \right\} \quad (1.4)$$

或者,如果从平衡条件(1.1)中消去压强

$$H_{\perp} = \frac{a}{2R} H_i \left(\lambda + \frac{1}{2} + \frac{H_e^2 - H_i^2}{H_i^2} \right) = \frac{a}{2R} H_i \left(\lambda + \eta - \frac{1}{2} \right). \quad (1.5)$$

原则上磁场 $H_{\perp}$ 能用在特殊的外部导体中的电流形成。

把等离子体柱置于良导体的外壳时,由于外壳中佛科(Фукко)电流的出现,磁场 $H_{\perp}$ 便自动形成了。为了估计起见,把等离子体柱看成是很细小的: $a^2/b^2 \ll 1$, 并略去外壳的“环状性”,就容易求出作为“象电流”的磁场 $H_{\perp}$ 。等离子体柱从外壳中心移动一个距离 Δ 时,则“象电流”就位于和等离子体柱相距为 $(b^2/\Delta) - \Delta$ 之处,并给出磁场 $H_{\perp} = 2I\Delta/c(b^2 - \Delta^2) = H_i a \Delta / (b^2 - a^2)$ 。由此得出对于处在理想外壳内等离子体柱平衡位置位移的表达式如下

$$\frac{\Delta}{b - \Delta} = \frac{b + \Delta}{2R} \left(\lambda + \eta - \frac{1}{2} \right). \quad (1.6)$$

实际上外壳具备有限的电导率,所以位移要更大些。

从(1.6)式很明显地看出,在 $\eta > R/b$ 时,等离子体柱处在非常接近壳的地方,所以量 η 实际上不可能非常大。这种情况是同环形场径向下降相联系的。只有等离子体柱里的纵磁场小于外面的纵磁场时, η 才可能大于1。但这种“反磁性”的等离子体是从不均匀磁场中被排斥向外的,当 $\eta > R/b$ 时,排斥非常强烈,致使外壳的象电流不能有效地抵偿它。如果抵偿环形线斥力的磁场是由特殊的外电流所造成,并能变得非常大,则量 η 原则上也能变得任意大。

能够用下面的方式来清楚地说明理想导电罩子的作用。等离子体柱向外移动时,等离子体柱和外壳之间的磁力线在靠外边的地方变得稠密,靠里边的地方变得稀疏。发生的磁压就形成平衡力。实际上外壳具备有限的导电性,所以在移动等离子体柱时,磁力线只部分地通过外壳,并且较微弱地收缩。平衡力不断地减小,结果使得等离子体柱不断地移动。

产生磁场 $H_{\perp}$ 的“象电流”实际上是以电流沿着外壳而分布的形式实现的。为了保持这种电流,等离子体柱的磁力线就应经常以某种速度穿过外壳。当所有一切变化发生在时间 $t \ll t_{\text{壳}}$ 内,式中

$$t_{\text{壳}} = 2\pi b d \sigma_{\text{壳}} / c^2 \quad (1.7)$$

($\sigma_{\text{壳}}$ 是外壳的电导率, d 是它的厚度),就可把外壳看作是理想的导体,并且等离子体柱离开平衡位置的位移小到可以忽略。当 $t \lesssim t_{\text{壳}}$ 时,必须考虑位移。当等离子体柱以速度 $d\Delta/dt$ 在外壳里运动时,便产生一个电场 $E = (2I/cb)(\Delta/c) \cos \varphi$, 该电场感生面密度为 $i = \sigma_{\text{壳}} E d$ 的电流。这一电流的磁场具有偶极子性质,在外壳里它由关系式 $(4\pi/c)i = 2H_{\perp} \cos \varphi$ 单值地确定,因此

$$H_{\perp} = H_{\parallel} \frac{a}{b} \frac{\Delta t_{\text{壳}}}{b} \quad (1.8)$$

这个表达式假定 $\Delta \ll b$, 并且等离子体柱的电流是常数。把 (1.8) 代入平衡条件 (1.5) 中,我们就能求出外壳作用的时间 $t_{\text{壳}} \sim b/2\Delta$ 的估计值:

$$t_{\text{壳}} = t_{\text{壳}}(R/b) \left(\lambda + \eta - \frac{1}{2} \right)^{-1} \quad (1.9)$$

有一个式几个横断裂口存在时,就能增加对外壳电流的电阻。因为只有电流沿着这些裂口通过附加的横向路程时,它们才能闭合起来。所以外壳顺利工作的时间就会减小。如果没有专门的屏蔽装置“迷宫”那末这些裂口也会使场畸变(良托维奇, 1951 年)。

环状的平衡也可以借助于铁心而实现,铁心在等离子体柱电流作用下磁化,因而产生必需的 $H_{\perp}$ 。在电流和铁心相互作用下,所得到的平衡是不稳定的。但是如果平衡点位于室内,则在等离子体柱移动时,没有被抵销的径向力就会比无铁心时的排斥力小 $\sim (R/b)$ 倍[布德开尔 (Г. И. Будкер), 1951 年]。同时使用导体壁和铁心,可使壁的作用时间比 (1.9) 式所示时间延长 $\sim (R/b)$ 倍。在具有外壳的情况下,过程开始后经过 $\sim t_{\text{壳}} < t_{\text{壳}}$ 的时间,铁心的影响开始出现,因这时磁铁的磁场穿入了外壳内部,并使排斥力减弱,此时柱的径向运动也减慢,甚至能够朝反方向运动。

§ 2. 稳 定 性

大家知道,带有电流的等离子体柱是不稳定的。偶然产生的不大的等离子体柱的“腊肠式”现象会迅速地增强[特鲁帕尼柯夫 (Б. А. Труби́ков), 1952 年]。等离子体柱象任何带有电流的柔韧导体一样,对于扭曲也是不稳定的(良托维奇, 沙弗拉诺夫, 1952 年)。

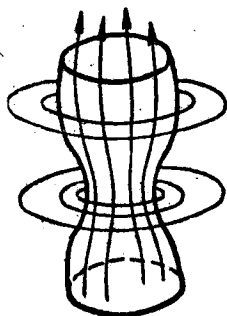


图 3

利用纵磁场和良导体壁能使等离子体柱稳定下来。

稳定的机构可以说明如下。在等离子体具有良导电性的情况下,正如大家所知,磁力线如果冻结在物质上,则等离子体柱的变形就会使磁场发生相应的变形。如果使它稳定的磁场是这样选择,使得所产生的磁力线是企图使变形减弱,则等离子体柱将被稳定下来。

例如,设等离子体柱中形成“腊肠式”现象。(图 3)那么在“腊肠式”区,电流场 $H_{\perp} = 2I/ca$ 与 $1/a$ 成比例地增加,因而使压缩增加。

但是縱磁場会更急剧地加强——与 $1/a^2$ 成比例, 因而能以其自身的压强阻止箍紧现象的增长。箍紧区的縱磁場压强的增加等于 $(H_i^2/8\pi) \left[\frac{(a + \Delta a)^4}{a^4} - 1 \right] \approx (H_i^2/8\pi) \frac{4\Delta a}{a}$, 而固有磁場的压强的增加等于 $(H_i^2/8\pi) \left[\frac{(a + \Delta a)^2}{a^2} - 1 \right] \approx \frac{H_i^2}{8\pi} \frac{2\Delta a}{a}$, 其中 Δa 是半径的改变量。为了稳定, 第一量应大于第二量, 即

$$H_i^2 > \frac{1}{2} H_i^2 \quad (2.1)$$

不管在等离子体柱外面存在縱磁場与否, 这个准则都是正确的, 如果电流不只是沿着等离子体柱的表面流动, 这个准则也只是稍有改变。例如, 如果电流沿截面均匀地分布, 则对于“腊腸式”的稳定条件便取以下的形式[伏尔柯夫 (Т. Ф. Волков), 1953 年]

$$H_i^2 > 0.69 H_i^2 \quad (2.1a)$$

在等离子体柱弯曲时, (图 4) 在凹入部分的电流磁場增强, 在凸出部分的电流磁場减弱, 所以就产生了与环状形斥力相似的力, 这个力企图使弯曲加剧。等离子体的气体动力压强的压缩力也作用在同样的方向上。结果等离子体柱就象被压缩的弹簧一样, 对于弯曲是不稳定的。如果等离子体柱里具有縱向磁場, 则在等离子体柱弯曲时, 磁力綫就会伸长, 因而它象拉紧了橡皮筋一样地起作用, 表现出使等离子体柱伸直的力。显然, 等离子体柱的曲率半径愈大, 稳定的力也愈大。計算(4)表明, 如果内部的縱向磁場 H_i 接近于 H_i , 則具有“波长” $\lambda < 14a$ (λ 是沿軸綫方向的扰动范围) 的一切扰动都将被稳定下来。在 H_i 較小时, 只有波长更短的扰动才能被稳定。由外部縱磁場不存在时的平衡条件(1.1), 总有

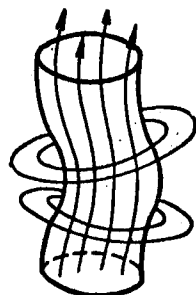


图 4

$H_i < H_i$, 所以很明显, 仅有一个“冻结的”縱磁場不能使等离子体柱完全稳定。幸好, 阻止了封閉在圓环中的等离子体柱的径向排斥的导体壁, 同时又对长波的扭曲起稳定作用。事实上, 当等离子体柱从平衡位置移近导体壁时, 便将处在等离子体柱和导体壁之間的磁力綫压缩, 这就引起了恢复力。(图 5) 外壳的稳定作用依赖于扰动的波长与外壳的距离

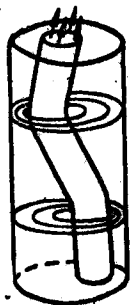


图 5

的比值。在波长很短时, 在距等离子体柱不远的地方, 愈向外磁場的变化逐渐减弱, 导体壁便不起稳定作用。因而非常薄的等离子体柱对于中間波长的扰动状将是不稳定的, 而这些扰动既不能用冻结場来稳定, 又不能导体壁来稳定。为了在所有的波长間隔内部达到稳定, 导体壁的半径与等离子体柱半径的比值应该不太大。計算表明, 例如, 当 $H_i = H_i$ 时, 等离子体柱在 $b/a < 5$ 时将是稳定的, 在 $H_i/H_i = 0.9, 0.8, 0.7$ 时, 等离子体柱相应地在 $b/a = 4.0, 3.2, 2.5$ 时是稳定的。

现在假定除了等离子体柱内部的縱磁場外, 在外面还有一个很强的縱磁場 H_e 。此时等离子体柱外面的磁力綫已不是环形, 而是螺旋形的, 其力綫螺距与圓周长 $2\pi a$ 的比值等于 H_e/H_i 。等离子体柱的扭曲也呈螺旋綫形, 其螺距和磁力綫的螺距一样, 这种扭曲不能用导体壁来稳定; 因为在这种变形下, 等离子体柱好象“推开”了磁力綫并微弱地扰动了外部磁場。因此, 长波的弯曲是不稳定的。

在图 6 上指出对于不同的 $\epsilon = \frac{H_e}{H_i}$ 及不同的 χ ——等离子体柱内部的磁通量和罩内

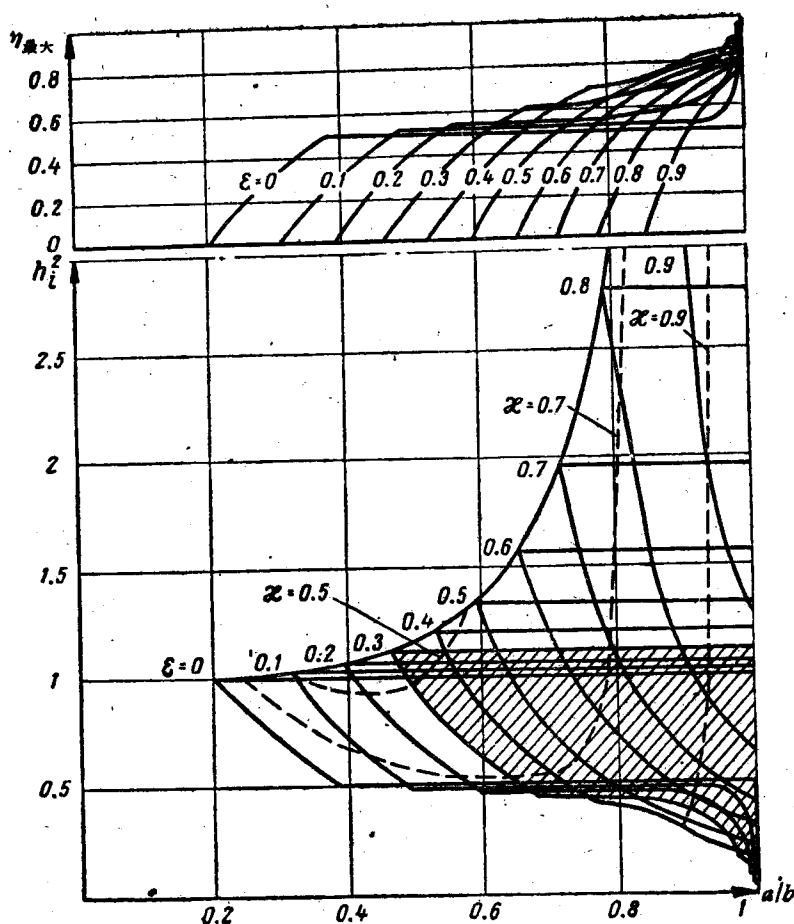


图6 用弱场来稳定的稳定性的曲线图

$$\epsilon = \frac{H_e}{H_i}; \quad h_i^2 = \frac{H_i^2}{H_i^2}; \quad \chi = \frac{H_i \pi a^2}{H_i \pi a^2 + H_e \pi (b^2 - a^2)}$$

斜线部分对应于 $\epsilon = 0.3$ 的稳定区域。

总通量之比的稳定区域,并指出相应的数值 η 与 a/b 的函数关系。外部的不大磁场的存在已使稳定性变坏。例如,如果外部纵磁场 H_e 为内部纵磁场的 0.1 倍,则等离子体柱在 $b/a < 4$ (代替 $H_e = 0$ 时的 $b/a < 5$) 时是稳定的,如果 $H_e = 0.5 H_i$,则稳定性区域为 $b/a < 1.7$ 。随着外磁场的增强,对于长波扰动的稳定性便失效了。

但是,在纵磁场很大时,另一种稳定方式是可能的,就是:如果等离子体柱的扭曲比其表面磁力线的螺距更小,则等离子体柱对于扭曲是稳定的,因为此时沿磁力线扭曲的危险是不存在的。环形等离子体柱的长度等于 $2\pi R$,因而稳定条件 $2\pi R < 2\pi a H_e / H_i$ 取以下的形式:

$$\frac{H_e}{H_i} > \frac{R}{a} \quad \text{或} \quad \frac{I}{\pi a^2} < \frac{cH}{2\pi R}. \quad (2.2)$$

此时纵磁场比电流磁场大得多,但这和平衡条件并不矛盾,因为内部和外部都有纵磁场。在满足条件(2.2)时,某些复杂形式的扰动仍旧是不稳定的,但在这样扰动下,等离子体柱的轴线不发生位移。可以相信,这样的扰动不会有危险性。

因此,用纵磁场来稳定的两种方法是可能的,一种方法是用冻结场和导体壁来稳定,此时外面的纵磁场必须很小(图7)。另一种方法是用很强的纵磁场来稳定,(图8)这磁场沿着室的整个截面或多或少是均匀的。



图 7



图 8

§ 3. 加热. 能量平衡

1. 等离子体加热的条件 当电流沿等离子体通过时,焦耳热就会放出来。此外,等离子体柱的压缩也会使等离子体加热,这种加热依靠压缩力所作的功。把热平衡方程式写成以下的形式:

$$3N \frac{dT}{dt} = Q_I - \frac{2NT}{a^2} \frac{da^2}{dt} \quad (3.1)$$

便能够近似地计算这两种形式的加热。这里假定热量底损耗是不存在的。当损耗存在时,右边出现一附加项 $Q_{\text{损耗}}$ 。放出的焦耳热 Q_I 等于

$$Q_I = \frac{I^2}{\pi a^2 \sigma} f, \quad (3.2)$$

式中 $\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m}$ 是横截磁场的等离子体的电导率(“库仑对数”取为 15):

$$\sigma = \sigma_1 T_e^{3/2}; \quad \sigma_1 = 1.83 \times 10^{17} \text{ 秒}^{-1} \text{ 千电子伏}^{-3/2} \quad (3.3)$$

f 是考虑到趋肤效应、电导率的各向异性以及角向电流放出的热量而引进的无量纲系数。为了简单起见,以下我们一直认为电子与离子的温度之比与时间无关。

引进等离子体柱的特征量——“趋肤时间” S :

$$S = \frac{\pi a^2 \sigma}{c^2} \quad (3.4)$$

或者,在通常的库仑碰撞下,当(3.3)式正确时,有

$$S = S_1 a^2 T_e^{3/2}; \quad S_1 = 6.4 \times 10^{-4} \text{ 秒} \cdot \text{厘米} \cdot \text{千电子伏}^{-3/2} \quad (3.4a)$$

量 S 确定趋肤效应的特征时间;精确到因子 c^2 的 $1/S$ 和单位长的等离子体柱的电阻是一致的;精确到一个常数, $\ln S$ 是单位长的等离子体柱的熵。

粒子相互碰撞之间的时间可用 S 简单地表示出来。对于电子和离子(氦核)的碰撞:

$$\tau = \frac{mc^2}{e^2 N} S = \frac{3.6 \times 10^{12}}{N} S; \quad \tau_2 = \frac{\sqrt{2mMc^2}}{e^2 N} \left(\frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} S = \frac{3.1 \times 10^{14}}{N} \left(\frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} S. \quad (3.5)$$

利用(1.2)式和(3.2)式,可将方程式(3.1)改写成简单的而又便于计算的形式:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{2f}{\eta} \quad (3.6)$$

或者,如果有热量损耗, $\frac{dS}{dt} = 2f/\eta - Q_{\text{损耗}}/2NT$.

在沒有热损耗时,量 $S = S_0 + \int (2f/\eta)dt$ 随着時間单调地增加,作为近似的估計,可令(对于 $t \gg S_0$)¹⁾

$$S = \frac{2f}{\eta} t = \frac{I^2 t}{c^2 N (T_e + T_i)} f. \quad (3.7)$$

把(1.2)式和(3.4)式中的 η 和 S 代入此式,便得到电子温度和离子温度的表达式:

$$\begin{aligned} T_i &= \left(\frac{2}{1+x} \right)^{2/5} x T_0; \quad T_e = \left(\frac{2}{1+x} \right)^{2/5} T_0; \quad x = T_i/T_e; \\ T_0 &= \left(\frac{f}{2\pi\sigma_1 N a^2} \right)^{2/5} = 1.88 \left(\frac{10^{15} f I^2_{\text{千安} \cdot t}}{N a^2} \right) \text{千电子伏}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

式中 T_0 是当 $T_e = T_i$ 时所得到的温度。应该注意,这个式还能够含有一个数量级为 1 的系数,此系数依赖于电流和半径随時間变化的規律(因为 f/η 能够随時間变化)。如果 $I(t)$ 、 $a(t)$ 是已知的,则将系数 f 看成常数时,将(3.1)式积分,我們便得知,在(3.8)中必用 $\left(\frac{5}{3a^{10/3}} \right) \int I^2 a^{4/3} dt$ 代替 $I^2 t/a^2$ 。例如,在 $I \sim t$, $a \sim 1/t$ 时,这个系数等于 1。

在很强的趋肤效应下,系数 f 可以很大。认为电流是在厚度为 S 的窄环内通过,便可以按以下的公式近似地估計焦耳热和相应的系数 f :

$$Q_I = \frac{I^2 f}{\sigma 2\pi a \delta}; \quad \delta = a \left(\frac{t}{S} \right)^{1/2}; \quad f = f' \frac{a}{2\delta} = \frac{f'}{2} \left(\frac{S}{2} \right)^{1/2}. \quad (3.9)$$

系数 f' 是考虑到角向电流的加热。利用这些估計值,在強趋肤效应的情况下, $\delta \ll a$ (实际上是在 $S/t > 4$ 时),代替(3.8)式得到以下的表达式:

$$\begin{aligned} T_i &= \left(\frac{2}{1+x} \right)^{4/7} x T_0; \quad T_e = \left(\frac{2}{1+x} \right)^{4/7} T_0; \quad x = T_i/T_e; \\ T_0 &= 0.76 \left(\frac{10^{15} f' I^2 t^{1/2}}{N a} \right)^{4/7}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

从表达式(3.7)和(3.9)可得到一个对計算有用的簡單关系式:

$$f = \frac{(f')^2}{2\eta}. \quad (3.9a)$$

2. 离子的加热 在焦耳加热的情況下,电子直接获得热量,然后由于碰撞将其一部分热量 ΔQ 传给离子:

$$\Delta Q = \frac{3m}{M} \frac{N}{\tau} (T_e - T_i) = \frac{3\pi N}{S} (T_e - T_i). \quad (3.11)$$

这里把等离子体柱沿其截面的密度当作常数。当密度有另外的分布时,应该引进一个修正系数,例如,在抛物面分布的情况下,修正系数为 4/3。

无量綱的量 Π 依赖于单位长度等离子体柱中粒子的数目

1) 我們指出,公式(3.7)可写成以下的形式:

$$\frac{3}{2} N (T_e + T_i) = \frac{3}{2} Q_I t; \quad Q_I = \frac{I^2 f}{\pi a^2 \sigma} = \frac{I^2 f}{c^2 S}. \quad (3.7a)$$

写成这种形式的能量平衡,除焦耳热以外,来自压缩的热也近似地考虑进去了。

在电导率异于(3.3)式的情况下,这个表达式和表达式(3.7)就数量級說仍是正确的。

$$\Pi = \frac{e^2 N}{M c^2}. \quad (3.12)$$

对于氫, $\Pi = 1.54 \times 10^{-16} N$, 对于氦, $\Pi = 0.77 \times 10^{-16} N$.

离子的加热可用和(3.1)式类似的方程式描写:

$$\frac{3}{2} N \frac{dT_i}{dt} + \frac{2NT_i}{a} \frac{da}{dt} = \Delta Q = \frac{3\Pi N}{S} (T_e - T_i). \quad (3.13)$$

和焦耳加热的机构不一样, 由于压缩的加热(左边第二项)对离子和电子同样有效.

如果为简单起见, 把离子和电子的温度之比看成是常数, 且由此得到

$$\frac{T_e - T_i}{T_i} = \frac{1}{3\Pi} \frac{dS}{dt} = \frac{2}{3\Pi} \frac{f}{\eta}, \quad (3.14)$$

或近似地有

$$\frac{T_e - T_i}{T_i} = \frac{1}{3\Pi} \frac{S}{t} = 2.13 \times 10^{-4} \frac{a^2 T_e^{3/2} \text{ 千电子伏}}{\Pi t}. \quad (3.15)$$

当 Π 足够大时, 离子及电子的温度彼此很接近. 但是, 单位长度粒子数的急剧增加会使得等离子体的温度降低, 因此, 当 Π 具有某一最佳值时便得到离子的最高温度, 这一最佳值对应于某一不太大的脱开: $T_e - T_i \approx T_i$, 即 $\Pi_{\text{最佳}} \sim \frac{1}{3} \frac{dS}{dt} = \frac{2f}{3\eta}$. 例如, 如果利用等离子体的加热条件(3.7)及离子的加热条件(3.15), 并在固定 a, I, t 下求出 T_i 的极大值, 则得以下的最佳值: 在弱趋肤效应的情况下, $(T_i/T_e)_{\text{最佳}} = 0.72$, $\Pi_{\text{最佳}} = 0.86 S/t$, 在强趋肤效应的情况下, $(T_i/T_e)_{\text{最佳}} = 0.65$, $\Pi_{\text{最佳}} = 0.62 S/t$. 如果在 S/t 和 η 取固定值的情况下求极大值, 则得到 $(T_i/T_e)_{\text{最佳}} = 0.58$, $\Pi_{\text{最佳}} = 0.46 S/t$. 在非常高的温度下(几十千电子伏), 从反应数目增加的观点看, Π 的最有利的数值要大得多[科崗(В. И. Коган), 1953年]. 此时电子和离子的温度将是相同的.

3. 等离子体柱的压缩 等离子体柱半径随时间的变化由等离子体柱的平衡条件(1.2)及其中热平衡条件(3.4)所决定, 同时又决定于等离子体柱中磁通量的变化, 而磁通量的变化则由麦克斯韦方程式描述. 略去电导率的各向异性, 我们有 $\dot{\phi} = \frac{1}{c} 2\pi a j \varphi(a)/\sigma$.

为了估计起见, 可以令 $\dot{\phi} = (f_1/S)(H_e - H_i)\pi a^2$, 其中 f_1 是数量级为1的系数. 将(1.2)式对时间求微分, 并将脱离室壁的等离子体柱的热平衡(3.4)式中 dT/dt 代入, 得到

$$\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \left[\frac{2}{3} \frac{4c^2 N T}{I^2} + \frac{H_e^2 + H_i^2}{H_i^2} \right] = \frac{2}{3} \frac{\bar{f}}{S} - \frac{1}{I} \frac{dI}{dt} - \frac{H_e}{H_i^2} \frac{dH_e}{dt}, \quad (3.16)$$

式中

$$\bar{f} = f + \frac{3}{2} f_1 (\eta - 1) \frac{2H_e}{H_e + H_i}.$$

当等离子体柱中有热损耗时, (3.16)式右边便出现一项 $-\frac{2}{3} \frac{c^2 Q_{\text{热耗}}}{I^2}$.

要使等离子体柱能够和室壁脱离, 并开始被压缩, 必须使(3.16)式的右边是负的. 这个条件的意义是: 等离子体向外的扩散应比向内在轴向电场及角向电场的作用下的漂移小.

从(3.16)式看出, 当 $H^2/8\pi p$ 很大时, 等离子体柱半径的变化得非常慢, 变化的特征时间的数量级为 $S(H^2/8\pi p)$.

4. 热传导的作用 在和室壁脱离并以真空和室壁隔开的等离子体柱中, 热传导的作用只是使沿等离子体柱截面的温度趋于均匀。在横截磁场的“磁化”等离子体的热传导中, 离子给出主要的贡献, 其导热系数等于:

$$\chi = \frac{2nT_i}{M\omega_i^2\tau_i} = \frac{2nT_iMc^2}{c^2H^2\tau_i} = \left(\frac{2M}{m}\right)^{1/2} \frac{n^2T_e^2}{\sigma H^2} \quad (3.17)$$

从热流量和 Q_i 的比较, 可以估计等离子体柱截面上各点之间的温度差 ΔT 的数量级 $2\pi a\chi(\Delta T/a) \sim I^2/\pi a^2\sigma$ 这种估计给出

$$\frac{\Delta T}{T} \sim \left(\frac{m}{M}\right)^{1/2} \frac{1}{\eta \times \eta_H} \quad (3.18)$$

因此, 可以高度精确地认为, 沿着等离子体柱截面上的温度是常数(1)。任何附加的导热机构只会使这温度趋于一致的倾向更得到改善。

5. 辐射的热损耗 随着电子温度的升高, 由于辐射——轫致辐射和磁辐射——而引起的热损耗便发生了。

轫致辐射是由硬光子组成的, 等离子体对于这种量子是透明的, 所以能量的损失(一个电子上的)不依赖于等离子体底大小和形状并近似地等于

$$Q_{\text{轫致}} = 5.4 \times 10^{-24} n T_e^{1/2} \text{ 千电子伏} \frac{\text{尔格}}{\text{秒} \cdot \text{厘米}^3} \quad (3.19)$$

轫致辐射损耗与焦耳热之比等于

$$\frac{Q_{\text{轫致}}}{Q_i} = \frac{\eta^2}{f} \left(\frac{2T_e}{T_e + T_i} \right)^2 \frac{I^2}{I_H^2} \quad (3.20)$$

式中 $I_H = 2 \times 10^6$ 安。由此可见, 只有电流很大时, 轫致辐射才在等离子体柱的热平衡中起重大作用。例如, 令 $N = 10^{17}$, $T = 10$ 千电子伏, 则 $\eta I^2/I_H^2 = 0.16$, 因此轫致辐射仍不重要。

磁辐射曾为加里茨基 (В. М. Галицкий)、米格达尔 (А. Б. Мигдал) (1951 年) 及特鲁帕尼柯夫^[11] 等人研究过。当温度的数量级为几十千电子伏, 这种辐射是重要的。大家知道, 在磁场中运动的电荷以圆频率 ω_H 及其倍频辐射。这种辐射强度和 $H^2 T_e$ 成比例。如果辐射能自由地从等离子体中跑出, 则在 $T_e > 5$ 千电子伏时, 如果 $H^2/8\pi = 2nT_e$, 它所引起的损耗就超过了轫致辐射。但在低频区域内, 磁辐射被等离子体强烈地吸收, 并且它的强度不依赖于体积, 而由瑞利——靳斯的黑体辐射定律决定。此时能量的总的损耗和 $T_e \omega^{*3}$ 成比例, 其中 ω^* 是有效辐射区域的边界频率。如果温度不十分高, 则一切辐射几乎都是基频 $\omega^* \sim \omega_H$ 而辐射, 但如果电子底速度接近于光速, 则倍频辐射增加, 而且最大强度向高频方面位移。当速度分布是麦克斯韦分布时, 能量比平均能量大几倍的电子便有效地辐射, 因此在 $T_e \sim 35-50$ 千电子伏时, ω^{*3} 已经几乎能够比 ω_H 高一个数量级。

特鲁帕尼柯夫^[11] 得到过厚度为 l 的等离子体平面层中的能量损耗(一个电子上的)的表达式, 这个表达式具有以下形式:

$$Q_H' = \frac{4}{3} \frac{l^4}{m^3 c^5} T_e H^2 F(\alpha, T_e) \text{ 尔格/秒}, \quad (3.21)$$

式中 α 是考虑到吸收而引进的系数(小于 1), $\alpha = 4\pi e\eta \frac{1}{H}$ 。对于等离子体柱, 可取 $H^2 = 16NT/a^2\eta_H^2$, 于是 $\alpha^2 = e^2 N \eta_H^2 / T$ 。此时磁辐射的损耗(在 N 一定时)与 $1/a^2$ 成比

例,与轫致辐射的损耗和核反应能量的释放是相同的。因此,对于等离子体柱,与磁辐射相联系的临界大小是不存在的。

在文献[11]中对 $\alpha = 10^3, 10^4$ 及 $T_e = 10, 25, 50$ 千电子伏等情况得到了 F 的一些数值,这些数值足够精确地满足下列函数:

$$F = 1.15 \times 10^{-2} T_e^{3/2} \alpha^{-1/2},$$

因此等位长的等离子体柱上的损耗等于

$$Q_H \doteq 2 \times 10^5 \frac{(N/10^{17})^{7/4} T_e^{5/2} \text{ 千电子伏 } T^{5/4} \text{ 千电子伏}}{\eta H^{5/4} \times a^2} \text{ 尔格} \cdot \text{秒}^{-1} \text{ 厘米}^{-1}. \quad (3.22)$$

6. 热核反应和能量平衡 单位长的等离子体柱上的热核反应数可以按以下的公式计算:

$$N_n = N^2 \frac{t_{\text{有效}}}{\pi a^2} \langle \sigma_{\text{核}} v \rangle, \quad (3.23)$$

式中 $\sigma_{\text{核}}$ 是反应截面,角型括号表示按离子的速度分布求平均值, $t_{\text{有效}}$ 是反应进行的有效时间。因为 $\langle \sigma_{\text{核}} v \rangle$ 随温度增加,所以高温时,反应进行的强度比较大,但是,在 $T \geq 1$ 千电子伏,为了估计,取极大温度的 $\langle \sigma_{\text{核}} v \rangle$,便可以认为 $t_{\text{有效}}$ 具有过程的特征时间的数量级。(在 $T = 1$ 千电子伏, $t_{\text{有效}}$ 大约是电流周期的 $1/8$) (科岗, 1953 年) 今后,我们将令 $t_{\text{有效}} = t/2$ 。

如果 N 是一定的,则一个脉冲时间内的反应总次数由量 t/a^2 决定。因为加热的时间和 a^2 成比例,又按稳定性条件有 $a \sim a_0$, 所以在同一温度下,在不同綫度的一种类型的体系中,一个脉冲时间内的反应总次数是相同的。这个结果和以下的結論相类似:没有纵磁场时,反应次数和过程中电流增加的速度无关。

对于 $T < 10$ 千电子伏的情况,按公式(3.23)得到的一个脉冲时间内的反应总次数繪制在图 9 上。而且过程的时间按(3.7)式确定: $t/a^2 = (\eta/f)(S_1/2)T^{3/2}$ 。离子和电子的温

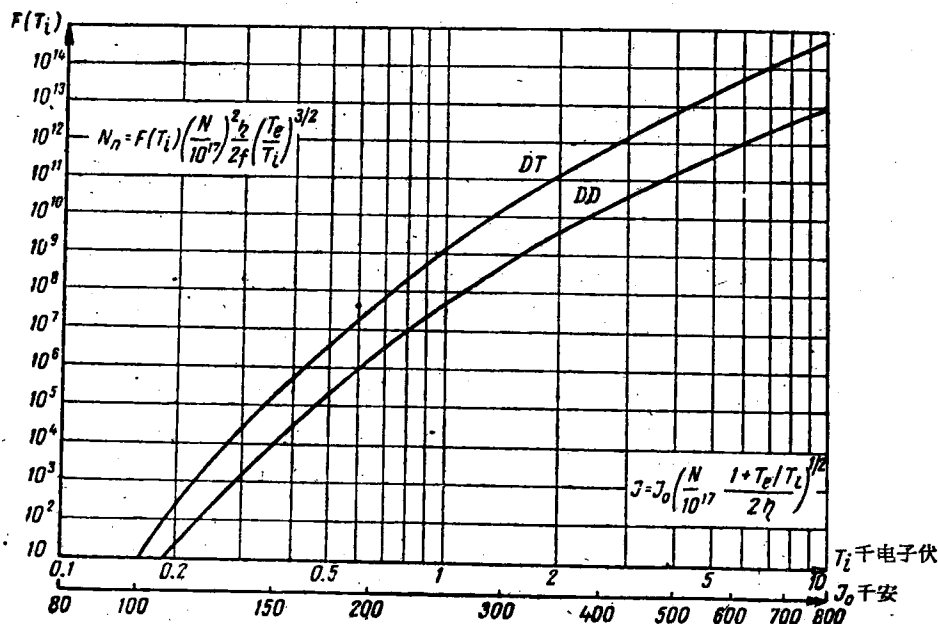


图 9 每一脉冲中的反应总数(以单位长度柱体计)

度被当作是相同的。〈 $\sigma_{\text{核}}v$ 〉的数值是由克林莫夫 (В. Н. Климов) 和朱巴列夫 (Д. Н. Зубарев) 的工作中(1952)取得的。

反应时等离子体中放出的功率由以下公式确定：

$$Q_n = \frac{N^2}{\pi a^2} \langle \sigma_{\text{核}} v \rangle \epsilon, \quad (3.24)$$

式中 ϵ 是等离子体中的每一个反应所放出的能量。反应时产生的中子自由地离开了等离子体, 因而在这里未予考虑(当然可以用某种方式来利用它们)。快速带电粒子受强场的作用而偏转, 并且将自己的能量传给等离子体。

在 DD 反应中所形成的每一个中子上, 有总能量 7.25 兆电子伏被释放出来, 其中带电粒子的能量 4.825 兆电子伏仍保留在等离子体中, 对于 DT 反应, 相应的数字为 17.6 和 3.52 兆电子伏。

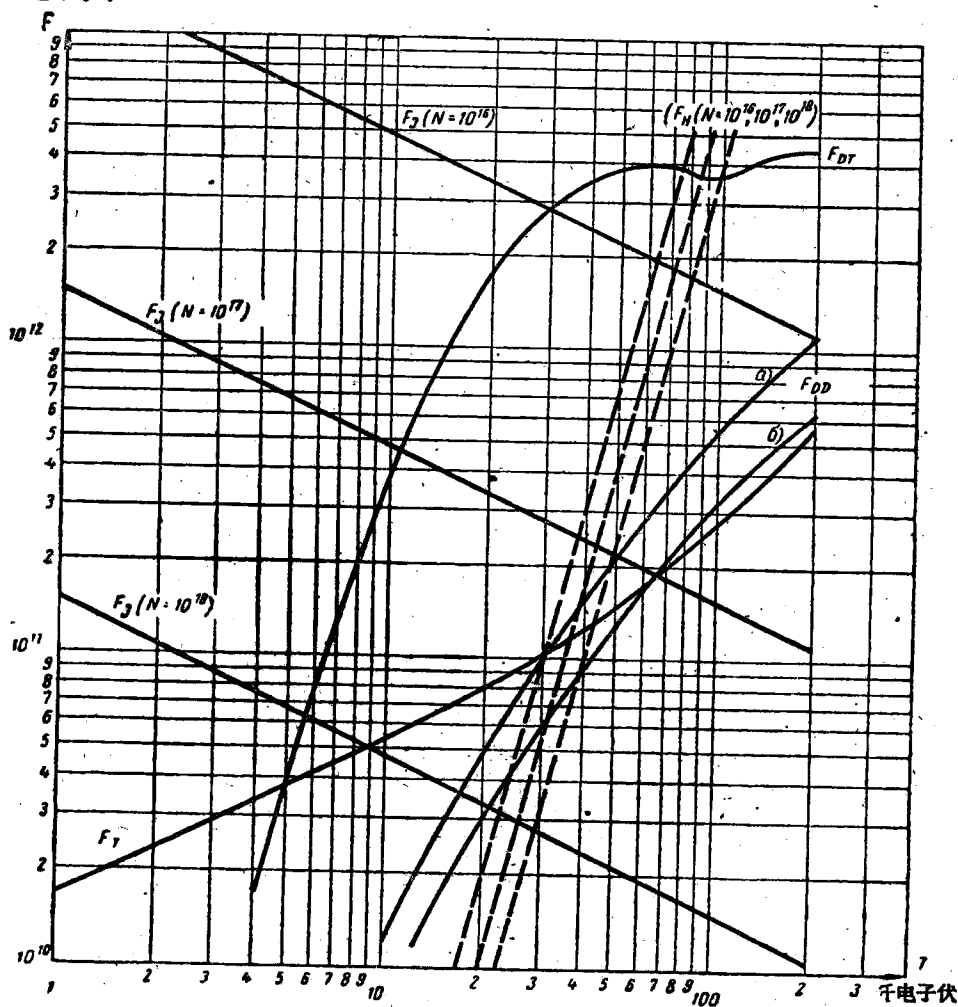


图 10 单位长度柱体释出的能量

$$Q_I = \frac{N_1 f}{a^2 \eta} F_I; \quad Q_T = \frac{N_1^2}{a^2} F_T; \quad (N_1 = N/10^{17})$$

$$Q_H = \frac{N_1^{7/4}}{a^2 \eta_H^{5/4}} F_H; \quad Q_{DD,DT} = \frac{N_1^2}{a^2} F_{DD,DT}.$$

对于氘等离子体以及由相等的氘离子和氦离子所组成的等离子体,其单位长等离子体柱上所放出功率的曲线绘制在图 10 上。数据是从克林莫夫和朱巴列夫的工作中取得的。在 DD 反应中所形成的氦也能和氘发生反应而“烧毁”。在图 10 上,对于氘离子体的功率输出绘制了两条曲线, a) 假设氦能够“烧毁”, b) 氦来不及“烧毁”。

除了核能 Q_{DD} , Q_{DT} 的输出外,在图 10 上并绘制了单位长等离子体柱上的由电场所输出的热量 $\frac{3}{2} Q_I$ (参考(3.7a))及轫致辐射损耗 Q_T 和磁辐射损耗 Q_H 。量 Q_I 及 Q_T 和 N 的依赖性与 Q_H 及 Q_{DD} , Q_{DT} 和 N 的依赖性是不相同的。对于它们绘制了相应于 $N = 10^{16}$, 10^{17} , 10^{18} 等数值的曲线。图 10 清楚地表明了各种形式的能量释放和损耗之间的关系。

曲线 $Q_{DD,DT}$ 和曲线 $\frac{3}{2} Q_I$ 的交点决定一个温度;达到这个温度时,等离子体柱中输出的核能可和 $3NT$ 相比拟。对于 DT 系统,在 $N=10^{18}$ 时,这个温度大约等 6—7 千电子伏。

在很高的温度下,由氘和氦的混合物所组成的在动力上有利的热核反应堆是完全可能的。对于 DD 系统,动力条件要严格得多。在这种情况下,温度在 40—50 千电子伏附近时的一个很窄的工作范围是可能的。正如布德克尔所指出,可以应用金属反射器使磁辐射大大地减小,在这种情况下,DD 系统的工作范围便扩大了。

7. 相似性定律 对于具有不同参量的等离子体柱,可以建立简单的相似性关系。首先为了物理学的相似,显然必须使系统在几何上相似以及给出电流及外场与时间的依赖关系的曲线在形状上相似。如果这些条件满足了,则正如从上文所见,在以下各个无量纲参量相同——相似判据——的条件下,系统将是物理学上相似的:

1. 单位长度粒子数 $\Pi = \frac{e^2 N}{Mc^2}$ 。量 Π 与比值 T_i/T_e 有关,单位长度的粒子数包含在电流与温度的关系中。

等离子体中的可能振动的性质和离子的圆频率 ω_H 与等离子体底磁流体动力学频率 $c_H/a = \frac{H}{\sqrt{4\pi\rho a}}$ 之比有关,这个比值也是由单位长度中的粒子数表达出来; $\omega_H a/c_H \approx \Pi^{1/2}$ 。例如,在具有波长为 a 的振动下,关于磁力线“冻结”的概念只当 $4\pi e^2 n/Mc^2 \gg 1/a$ 时亦即 $\Pi \gg 1$ 时才能运用(12)。因此,如果波动过程在等离子体柱中起重要作用,则它们的相似性也依赖于 Π 。下面的一些数值也由 Π 决定,例如:离子的拉摩半径和等离子体柱半径之比 $\left(\frac{r_H}{a} \sim \Pi^{-1/2}\right)$ 及粒子碰撞之间的时间 τ 和趋肤时间 S (3.5) 之比值,而粒子的微观运动是和这些比值有关的。

2. 趋肤时间与过程时间之比值

$$S = \frac{S}{t} = \frac{\pi a^2 \sigma}{c^2 t} \quad (3.25)$$

趋肤效应的数值和这个无量纲参量有关,因而等离子体柱中一切量按半径的分布,磁场“冻结”的程度及焦耳热和压缩的相对作用都和这个参量有关。

利用和 S 成比例的一个有量纲的量 S_1 来代替 S 也是方便的, S_1 直接包含电流和放电室的半径:

$$S_1 = \frac{b^2 I^2}{t} \quad (3.26)$$

3. 纵磁场与电流磁场的特征比

$$Z = \frac{cbH_0}{2I} = \frac{H_0}{H_\varphi(b)} \quad (3.27)$$

稳定性条件由这个量确定。纵磁场在平衡中的作用和它对等离子体柱的压缩过程或膨胀过程的影响,焦耳热的散出,热传导等等都和参量 Z 的数值有关。

其余无量纲的特征量,例如 $\eta = \frac{2c^2 N(T_e + T_i)}{I^2} \frac{T_e}{T_i}$ 等等都是这三个相似判据 Π 、 S 、 Z 的函数。

不同系统中的判据 Π 、 S 、 Z 相等显然还不能保证当电离不完全时初阶段的一些重要过程的相似性¹⁾。圆频率与碰撞频率的比值相等也不能保持,而粒子在磁场中的运动性质却与这个比值有关;但是如果 $\omega_H \tau \gg 1$,这点就不重要了。对于氖核, $\omega_H \tau \sim 10^{-3} a T_{e0} (\eta \Pi)^{-\frac{1}{2}}$, 如果 $\eta \Pi \approx 1$ 及 $a \approx 10$ 厘米,则在 $T \gg 10$ 电子伏时, $\omega_H \tau \gg 1$ 。因此,当温度大于几十个电子伏时,关于 Π 、 S 、 Z 的相似性便能成立。此时,具有低温的初阶段的时间应该是整个过程的时间的一小部分。假设,特征惯性时间[良托维奇,阿索维茨(С. М. Осовец),阿尔支莫维奇(Л. А. Арцимович), 1953 年]也比过程的时间小很多,所以惯性是不重要的。

在高温下,当轫致辐射、磁辐射及核能释放在能量平衡中起作用时,则如果互相比较的系统的温度是同样的,相似性便能保持。从 S 相等这一判据可知,在具有相同温度的相似系统中,比值 t/a^2 必须相同。

在上面所引用的相似判据中,只有 S 这一个判据明显地依赖于与库仑碰撞机构相联系的电导率。如果在等离子体中湍流是重要的,则 S 与等离子体参量(温度等)的明显依赖关系可以改变。但是有理由相信,在同一温度(电流)下,当 Π 、 Z 、 t/a^2 有相同的数值时,系统仍是相似的。

§ 4. 用弱磁场和导体壁的稳定方法

保证在足够长的时间内将等离子体柱作为一个整体保持下来,此一宏观稳定性对于等离子体柱的热绝缘来说显然是必要的。在 § 2 中已经讲了两种稳定方案,其中一个方法是利用较弱的纵磁场和良导体壁来稳定。在这种情况下,要使等离子体柱稳定就必须创造一些条件,在这些条件下,等离子体外面纵磁场足够小,而里面的纵磁场和电流磁场 $H_i = 2I/ca$ 有相同的数量级。

例如,将预先产生了的纵磁场中的足够良导电性的等离子体柱加以压缩时,这种状态便可以达到。等离子体柱的磁场被等离子体所吸引,且当等离子体被压缩时磁场与 $1/a^2$ 成比例地增加,而等离子体柱外面的磁场却减小,因为留在外面的磁通量是分布在等离子体柱和导体壁之间的更大面积上。

如果在等离子体柱中电流增加的同时,减弱外部纵磁场,人为地相当于可使产生磁场

1) 我们指出,如果极大电流是相同的,因而比值 t/a^2 是相同的,则初阶段上的与 $(dI/dt)/(N/a^2)$ 成比例的重要量 E/p 在相似系统中是相同的。

在电离的初阶段,当电子的温度及电导率大约为常数时,在具有相同的 t/a^2 的系统中,与判据 S 相联系的过程(趋肤效应等等)的相似性也能保持。