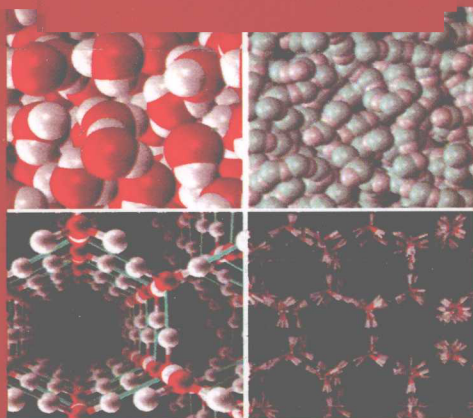


普通高等院校核工程与核技术专业系列教材

# 原子及原子核物理

YUANZI  
JI YUANZI HEWULI

郭江 赵晓凤 彭直兴 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

普通高等院校核工程与核技术专业系列教材

# 原子及原子核物理

郭江 赵晓凤 彭直兴 编著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

原子及原子核物理 / 郭江, 赵晓凤, 彭直兴编著.  
—北京: 国防工业出版社, 2010. 3  
(普通高等院校核工程与核技术专业系列教材)  
ISBN 978-7-118-06783-5

I. ①原... II. ①郭... ②赵... ③彭... III.  
①原子物理学-高等学校-教材②核物理学-高等  
学校-教材 IV. ①0562②0571

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 034638 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

\*

开本 787×1092 1/16 印张 14¼ 字数 323 千字  
2010 年 3 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 29.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010)68428422

发行邮购: (010)68414474

发行传真: (010)68411535

发行业务: (010)68472764

# 前 言

本教材是为满足我国理、工科相关专业的教学需求而编写的一本原子及原子核物理学的综合性教材。目前，国内各大专院校的原子物理和原子核物理学课程的教材，几乎都是分开单独编写的，学时数需求较多。随着当前很多理、工科专业的发展，往往要求用较少的学时完成两门课程的教学内容，而适合这种学时少的综合性的教材却很少，为满足教学需求，结合作者多年的教学实践经验和教改研究成果，我们编写了本教材。它既可以作为工科相关专业原子及原子核物理学的综合性教材，也可以作为物理学相关专业原子物理学的教材。本教材通过对原子物理学及原子核物理学两门课程科学的、合理的整合与调整，使其在保持原有各门课程知识体系相对完整的基础上，又组成相应的新的知识结构体系，从而达到重新融合两门相对独立的课程的目的，使学生只花较少的时间就能够初步掌握这两门课程的基本内容。本教材主要以阐述原子及原子核的结构、特性和变化为中心，重点内容包括原子物理、原子核物理两大部分。

原子及原子核物理学课程，是学生认识和研究微观领域的开始，所以在本教材的编写中，作者从实验事实出发，按照由现象到本质、由实验到理论的过程，结合一些物理学史的介绍，让学生了解在原子、原子核领域中经典物理遇到的主要困难，以及为克服这些困难而引入的一些全新的分析方法和推理方法，帮助学生建立起量子物理的基本概念；使学生了解如何由分析物理实验结果出发建立物理模型，进而建立物理理论体系的过程，引导学生进入微观世界；让学生对物质在原子及原子核层次上的微观结构、特性和变化有较清楚的认识，了解微观物理学对现代科学技术的重大影响和各种应用，了解并适当涉及正在发展的学科前沿，扩大视野，引导学生勇于思考、乐于探索发现，养成良好的自学习惯，培养良好的科学素质，学习物理学家们那种创造性研究问题的思想和方法，借以培养自己的创新能力。同时，提倡大胆“质疑”，前人曾说过：“提出正确的问题，已解决了问题的一大半”。

全书共分 17 章，前 7 章为原子物理部分，作者将从光谱学、电磁学、X 射线等方面的实验事实总结出的规律汇总到原子结构的全貌。第 8 章~第 16 章为原子核物理部分，主要包括低能核结构模型、原子核的放射性、 $\alpha$  衰变、 $\beta$  衰变、 $\gamma$  衰变、核反应及核能和放射性的应用等。第 17 章为粒子物理学的介绍。若将其作为工科专业的原子及原子核物理学的综合性教材，“\*” 号内容为选讲，约需 50 学时；若作为物理学专业原子物理学的教材，第 1 编为全部讲授内容，第 2 编为原子核物理部分，可根据情况有选择地讲授或综合讲授，约需 56 学时。本教材也可作为物理专业以及其他专业学生或相关科技人员的参考书。

由于作者学识所限，书中难免会有缺点和错误，恳请读者批评指正。

郭 江

2010 年 1 月于成都

# 目 录

绪论	1
----	---

## 第 1 编 原子物理

<b>第 1 章 原子的核型结构及氢原子的玻尔理论</b>	5
1.1 原子的基本状况	5
*1.2 原子的核式结构	7
*1.3 卢瑟福散射公式	9
*1.4 氢原子玻尔理论的历史背景	11
1.5 氢原子的玻尔理论	18
1.6 类氢离子光谱	23
*附录: 数值计算法	24
习题	26
<b>第 2 章 量子力学初步</b>	28
*2.1 波粒二象性 德布罗意物质波	28
*2.2 不确定关系	31
*2.3 波函数 薛定谔方程	32
2.4 量子力学对氢原子的处理	37
习题	45
<b>第 3 章 碱金属原子和电子自旋</b>	47
3.1 碱金属原子的光谱和能级	47
3.2 原子实的极化和轨道贯穿	49
3.3 原子的精细结构	51
3.4 电子自旋	55
3.5 单电子辐射跃迁的选择定则	59
3.6 氢原子光谱的精细结构	59
习题	62
<b>第 4 章 多电子原子</b>	63
4.1 氦及周期表第二族元素的光谱和能级	63

4.2	具有两个价电子的原子的原子态	65
4.3	泡利不相容原理	69
4.4	复杂原子光谱的一般规律	73
4.5	辐射跃迁的通用选择定则	74
	习题	75
<b>第 5 章</b>	<b>原子的壳层结构</b>	<b>76</b>
5.1	元素性质的周期性	76
5.2	原子的电子壳层结构	77
	习题	85
<b>第 6 章</b>	<b>磁场中的原子</b>	<b>86</b>
6.1	原子的磁矩	86
6.2	磁场对原子的作用	88
6.3	几个证明磁场中能级分裂的典型实验	89
	习题	96
<b>第 7 章</b>	<b>X 射线</b>	<b>97</b>
7.1	X 射线的产生及波长和强度的测量	98
7.2	X 射线发射谱及特征	101
7.3	原子内壳层电子电离的能级——X 射线标识谱产生机制	104
7.4	X 射线的吸收	107
	习题	111

## 第 2 编 原子核物理

<b>第 8 章</b>	<b>原子核的基本性质和结构</b>	<b>115</b>
8.1	原子核的电荷、质量和半径	115
8.2	原子核的组成	116
8.3	质量亏损和结合能	118
8.4	原子核的角动量和磁矩	120
8.5	原子核的统计性和宇称	123
8.6	核力	125
8.7	原子核结构模型	127
	习题	137
<b>第 9 章</b>	<b>原子核放射性衰变</b>	<b>138</b>
9.1	放射性衰变及其规律	138

---

9.2 4个放射系	140
习题	143
<b>第10章 <math>\alpha</math>衰变</b>	144
10.1 $\alpha$ 衰变的条件及能量分配	144
10.2 $\alpha$ 能谱的精细结构与核能级	145
10.3 长射程 $\alpha$ 粒子	148
习题	148
<b>第11章 <math>\beta</math>衰变</b>	150
11.1 $\beta$ 衰变的3种形式	150
11.2 $\beta$ 衰变面临的难题	152
11.3 $\beta$ 衰变纲图和 $\beta$ 衰变3种形式的比较	154
习题	155
<b>第12章 <math>\gamma</math>衰变</b>	156
12.1 $\gamma$ 射线的一般性质	156
12.2 内变换(IC)	157
12.3 同质异能素	158
12.4 穆斯堡尔效应	159
习题	163
<b>*第13章 射线与物质的相互作用</b>	164
13.1 重荷电粒子与物质的相互作用	164
13.2 快速电子与物质的相互作用	167
13.3 $\gamma$ 射线同物质的相互作用	170
13.4 放射性的应用	171
习题	172
<b>第14章 原子核反应</b>	173
14.1 核反应及遵循的守恒定律	173
14.2 核反应中的能量	174
14.3 核反应截面	178
14.4 核反应的三阶段描述	180
14.5 核反应的复合核模型	181
14.6 原子核的光学模型	184
习题	184

<b>第 15 章 原子核的裂变和原子能的利用</b> .....	185
15.1 原子核的裂变现象 .....	185
15.2 裂变理论 .....	186
15.3 链式反应和原子反应堆 .....	189
习题 .....	191
<b>第 16 章 原子核的聚变和原子能的利用展望</b> .....	192
16.1 原子核的聚变 .....	192
16.2 等离子体的约束 .....	193
<b>*第 17 章 粒子物理简介</b> .....	196
17.1 粒子和粒子的相互作用 .....	196
17.2 共振态 .....	199
17.3 粲性粒子的发现 .....	202
17.4 夸克模型 .....	203
17.5 标准模型及“基本”粒子的分类 .....	205
习题 .....	208
<b>附录</b> .....	209
附录 I 常用物理常数 .....	209
附录 II 一些核素的性质 .....	210
<b>习题参考答案</b> .....	215
<b>参考文献</b> .....	217



# 绪 论

物理学是研究物质运动的最一般的规律和物质基本结构的学科。物质的结构按空间尺度分成一个层次。原子及原子核物理学研究空间尺度在  $10^{-15} \sim 10^{-10} \text{m}$  之间的物质层次，由原子物理和原子核物理两大部分结合而成，是关于物质微观结构的一门科学。其研究对象分别为物质结构的原子 ( $10^{-10} \text{m}$ ) 和原子核 ( $10^{-15} \text{m}$ ) 层次。它主要研究原子、原子核结构与性质及有关问题，即研究物质在原子和原子核层次是由什么组成、这些组成体如何相互作用、这些组成体是怎么运动的。

尽管人们提出原子的概念已有二千多年的历史，但原子及原子核物理学，准确来说都是在 19 世纪末 20 世纪初，随着近代物理学的发展而迅速发展的。特别是人类在 1895、1896、1897 年的三大发现 (X 射线、放射性和电子的发现)，拉开了近代物理的序幕，掀起了原子物理、原子核物理发展的新篇章。

原子及原子核物理学课程，上承经典物理，下接量子力学，属于近代物理的范畴。但在内容体系的描述上，采用了普通物理的描述风格讲述量子物理的基本概念和物理图象。本教材在原子物理部分，从原子光谱入手，提出假设，建立模型，研究价电子的运动规律；以实验为基础研究磁场对原子的作用；从元素周期律和 X 射线入手研究内层电子的运动规律和排布；然后再进行实验验证，最后形成理论。通过学习，学生应建立正确的原子结构图像 (原子的量子态、电子自旋、泡利原理等)，掌握原子物理学的研究方法，以及基本概念和原理，掌握原子光谱、能级和能级跃迁的基本规律，了解在原子领域中经典物理遇到的主要困难，以及为克服这些困难而引入的一些全新的分析方法和推理方法、一些与经典物理不同的新概念，辩证认识经典与近代物理的基本关系。本教材的教学重点放在对有关概念和规律的物理分析和阐述上，严格的理论处理留待量子力学等后继课程去完成。

由于原子核是典型的量子多体复杂体系，原子核中包含了丰富的内秉自由度与最多种类的基本相互作用，所以利用射线轰击原子核引起核反应的方法以及利用原子核的放射性衰变特性是研究原子核的主要手段。借助原子核的放射性衰变 ( $\alpha$  衰变、 $\beta$  衰变、 $\gamma$  衰变)、核反应等大量的科学实验，我们将归纳总结稳定的核素或寿命较长的放射性核素的基态和较低激发态的性质，并通过理论分析建立各种唯象模型，讨论核子在核内的运动和核衰变、核反应机制，对实验事实给出理论解释。原子核物理是与整个科学技术发展紧密相连的，以兴建若干大科学工程为标志，对它的研究与开发需在全球范围开展合作竞争，以及较大的公共资源投入，是典型的大科学。同时，原子核物理具有接近实际，依赖实验，唯象成分较多的特点，在学习与研究中应留意。



# 第1编 原子物理

---

---



# 第 1 章 原子的核型结构及 氢原子的玻尔理论

## 1.1 原子的基本状况

随着科学的发展，人们已经证实了原子的存在。现在，我们已经证明原子不是如同古人所想象的那样简单而不可分割，而是有复杂的结构和运动，并且是可以击破的。化学已经阐明各种物体是由元素构成的；原子是元素的最小单元；各种元素的原子结构是有差异的。例如碳和铁是不同类型的原子，它们的最小单元就是碳原子和铁原子，这两种原子有各自的结构和特征，它们都可以被击破，但击破后分出来的粒子不再具有碳或铁的特征，已经不是碳或铁了。各种原子的成分是相同的，只是几种基本粒子。这几种基本粒子怎样构成多种多样的、具有各种元素特征的原子，我们将逐步说明。本节先介绍原子的一般情况。

### 1.1.1 原子的质量

不同原子的质量不同，在化学和物理学中常用到它们质量的相对值。我们把碳在自然界中最丰富的一种同位素  $^{12}\text{C}$  的质量定为 12.000 个单位作为原子量的标准，即一个  $^{12}\text{C}$  原子质量的  $1/12$  为 1 个原子质量单位  $u$ ——碳单位（是 unit 的缩写）。 $1u = ^{12}\text{C} \times 1/12$ ，其他原子的质量同  $^{12}\text{C}$  比较，定出质量相对值，称为原子量。于是氢的原子量是  $1.0079u$ ，碳是  $12.011u$ ，氧是  $15.999u$ ，铜是  $63.54u$  等。原子量可用化学方法测定。

$u$  和  $g$  的换算关系推算如下：按阿伏伽德罗定律， $1\text{mol}$  原子的物质中，不论哪种元素，都含有同一数量的原子。这个数称为阿伏伽德罗常数  $N_0$ 。如  $1\text{mol}$  的  $^{12}\text{C}$ ，或  $12\text{g}$  ( $^{12}\text{C}$  的原子量以克为单位)  $^{12}\text{C}$  含有  $N_0$  个  $^{12}\text{C}$  原子，则每个碳原子的质量以  $g$  为单位为  $12/N_0$  ( $g$ )；现在把它定义为  $12u$ ，故  $u$  和  $g$  的换算关系为： $12u = 12/N_0 g$ ，即

$$1u = \frac{1}{N_0} g = 1.6605387 \times 10^{-27} \text{kg}$$

所以，知道了原子量，可以求出原子质量的绝对值。如果以  $A$  代表原子量， $N_0$  代表阿伏伽德罗常数， $M_A$  代表一个原子的质量绝对值，那么，

$$M_A = \frac{A}{N_0} (g) \quad (1-1)$$

式中， $A$  代表  $1\text{mol}$  原子的以克 ( $g$ ) 为单位的质量，只要  $N_0$  知道， $M_A$  就可以算出。

测定  $N_0$  的方法有好几种，现在举一种。

从电解可以测得法拉第常数  $F$ :

$$F = 96486.70\text{C/mol}$$

$F$  表示 1mol 带单个电量的离子所带的总电量。如果原子的原子价为  $n$ , 则显然有:

$$\begin{aligned} N_0 &= \text{1mol 的原子数} \\ &= \frac{\text{分解 1mol 原子的物质所需的电量}}{\text{一个离子所带的电量}} \\ &= \frac{nF}{ne} = \frac{F}{e} \end{aligned} \quad (1-2)$$

如果电子电量  $e$  精密测得,  $N_0$  便可求出。目前认为最精密的  $N_0$  值为:

$$N_0 = 6.022142 \times 10^{23} (\text{mol}^{-1}) \quad (1-3)$$

由式 (1-1) 可算得氢原子的质量, 即:

$$M_H = 1.67367 \times 10^{-24} (\text{g}) \quad (1-4)$$

其他原子质量的绝对值同样可算出, 最大的原子质量是这个数值的两百多倍。

### 1.1.2 原子的大小

原子的大小可以从下述几个方法加以估计:

(1) 在晶体中原子是按一定的规律排列的。从晶体的密度和一个原子的质量, 可以求出单位体积中的原子数。假设晶体中的原子是互相接触的球体, 并已知其排列情况, 就可以算出每个原子的大小。即使不知排列情况, 也可以求得原子大小的数量级。上述单位体积中的原子数的倒数差不多就是每个原子的体积, 其立方根的数值表示原子线性大小的数量级。

$$r = \left( \frac{3A}{4\pi\rho N_0} \right)^{1/3} \propto A^{1/3}$$

(2) 从气体分子运动论也可以估计原子的大小。关于气体分子的平均自由程, 有下列理论公式:

$$\lambda = \frac{1}{4\sqrt{2}N\pi r^2} \quad (1-5)$$

式中,  $\lambda$  是分子平均自由程;

$N$  是单位体积中的分子数;

$r$  是分子的半径 (假定为球形)。

如果  $\lambda$  和  $N$  由实验求得, 则  $r$  可以由上式算出。简单分子的半径的数量级与组成这分子的原子的半径数量级相同。对单原子的分子,  $r$  亦就是原子的半径。

(3) 从范德瓦尔斯方程也可以测定原子的大小。在方程

$$\left( P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT$$

中,  $b$  值按理论应等于分子所占体积的 4 倍。由实验定出  $b$ , 就可以算出分子的半径, 其数量级和原子半径相同。

从不同方法求一种原子的半径, 所得数值是有些出入的, 但数量级是相同的, 都是  $10^{-10}\text{m}$ 。各种原子的半径是不同的, 但都具有刚才所说的数量级。

## \*1.2 原子的核式结构

20 世纪初, 从实验事实已经知道电子是一切原子的组成部分。1897 年汤姆逊从放电管中的阴极射线发现了带负电的电子, 并测定了荷质比  $e/m$ , 1910 年密立根用油滴实验发现了电子的电量值为  $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C}$ , 从而算出电子质量  $m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{kg} = 0.511 \text{MeV}/c^2$ , 差不多是氢原子质量的  $1/2000$ , 即电子的质量比整个原子的质量要小得多。但物质通常是中性的, 足见原子中还有带正电的部分。这些实验结果和当时的经典理论是考虑原子结构模型的基础。

J.J. 汤姆逊 (J.J. Thomson) 最早提出了一个“葡萄干镶面包”的原子结构模型或称为“西瓜”模型。他根据上述资料, 设想原子的带正电部分是一个原子那么大的、具有弹性的、冻胶状的球, 正电荷在球中均匀分布着, 在这个球内或球上, 有负电子嵌着。这些电子能在它们的平衡位置附近做简谐振动。观察到的原子所发光谱的各种频率就相当于这些振动的频率。汤姆逊的原子模型好像能够把当时知道的实验结果和理论考虑都归纳进去。

但勒纳特 (Lenard) 从 1903 年起, 直到多年后所做的电子在金属膜上的散射实验显示了汤姆逊模型的困难。他发现较高速度的电子很容易穿透原子, 后者不像是具有  $10^{-10} \text{m}$  那样半径的实体球。1904 年长冈半太郎 (Hantaro Nagaoka) 提出原子的土星模型, 认为原子内的正电荷集中于中心, 电子均匀地分布在绕正电荷旋转的圆环上, 遗憾的是他没有深入下去。再后来,  $\alpha$  粒子散射实验对汤姆逊模型构成了强有力的挑战。

### 1.2.1 $\alpha$ 粒子的散射实验

1909 年, 卢瑟福 (E. Rutherford) 的学生盖革 (H. Geiger) 和马斯顿 (E. Marsden) 在用  $\alpha$  粒子轰击铂的薄膜靶子的实验中, 观察到一个重要现象, 发现  $\alpha$  粒子在轰击铂原子时, 绝大多数平均只有  $2^\circ \sim 3^\circ$  的偏转, 但有大约  $1/8000$  的  $\alpha$  粒子偏转角大于  $90^\circ$ , 其中有的接近  $180^\circ$ 。实验装置和模拟实验大致如图 1-1 所示。

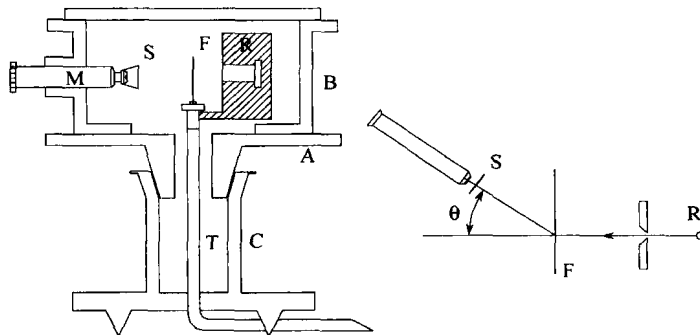


图 1-1 观测粒子散射的实验装置和模拟实验

图 1-1 中 R 为  $\alpha$  放射源; F 为散射的铂箔; S 为闪烁屏; M 为显微镜可以转到不同

方向对散射的  $\alpha$  粒子进行观察；A 为代刻度圆盘；B 为圆形金属匣；T 为抽空 B 的管；C 为光滑套轴。

对这样的事实，卢瑟福感到十分惊奇。因为大角度散射不可能解释为都是偶然性的小角度散射的累积，这种可能性要比  $1/8000$  小得多，绝大多数应该是一次碰撞的结果，但这在汤姆逊的原子模型中是不可能发生的。

作为粗略的估算，如果我们忽略散射的  $\alpha$  粒子受到原子中电子的影响，只考虑原子中带正电而质量很大的部分对散射粒子的影响，按照汤姆逊原子模型，原子是半径为  $R$  的均匀带正电荷  $Ze$  的球体，所以散射粒子与原子之间的库仑力，当  $r > R$  时是  $2Ze^2 / (4\pi\epsilon_0 r^2)$ ；当  $r < R$  时是  $2Ze^2 r / (4\pi\epsilon_0 R^3)$ 。当  $r = R$  时，即粒子掠过原子表面时作用力最大，所以原子对掠过原子边界的  $\alpha$  粒子有最大的偏转。

为了估计  $\alpha$  粒子由于散射而引起的动量的变化，只要把作用力乘以  $\alpha$  粒子在原子核附近掠过的时间（大约为  $2R/v$ ），即

$$\Delta p = F_{\max} \Delta t = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot \frac{2R}{v}$$

从而  $\alpha$  粒子的最大偏转角为  $\theta_{\max}$ ，如图 1-2 所示。

$$\theta_{\max} = \frac{\Delta p}{p} = \frac{Ze^2}{\pi\epsilon_0 R^2} \frac{R}{mv^2} = \frac{2Ze^2}{\pi\epsilon_0 R} / \left(\frac{1}{2}mv^2\right) \approx 3 \times 10^{-5} \frac{Z}{E_{\alpha}(\text{MeV})} \text{ rad}$$

$E_{\alpha}$  是入射的  $\alpha$  粒子动能。

对于动能为  $5\text{MeV}$  的  $\alpha$  粒子，每次碰撞的最大偏转角将小于  $10^{-3}\text{rad}$ ，要引起  $1^\circ$  的偏转，必须经多次碰撞的积累，但因为每次  $\alpha$  粒子的偏转方向都是随机而无规律的，所以发生大角度偏转的概率是十分小的，可以估计，要发生偏转  $90^\circ$  的散射，概率大约为  $10^{-3500}$ ！但实验值确是  $1/8000$ ！

用卢瑟福自己的话说：“这是我一生中从来未有过的最为难以置信的事件，它的难以置信好比你对一张白纸射出一发 15 英寸的炮弹，结果却被顶了回来打在自己身上，而当我做出计算时看到，除非采用一个原子的大部分质量集中在一个微小的核内的系统，否则是无法得到这种数量级的任何结果的，这就是我后来提出的原子具有体积很小而质量很大的核心的想法。”

### 1.2.2 原子的核式结构模型

经过对  $\alpha$  粒子散射实验结果的计算和分析，卢瑟福于 1911 年提出了原子的核式结构模型。在这个结构模型中，原子有一个带正电的中心体——原子核，所带正电的数值是原子序数  $Z$  乘以单位电荷  $e$  值。原子核的半径在  $10^{-15}\text{m} \sim 10^{-14}\text{m}$  之间。原子核外散布着  $Z$  个带负电的电子围绕它运动。但原子质量的绝大部分是原子核的质量。这样一个原子的核式结构模型在卢瑟福提出后很快被大家接受，认为它代表了原子的真实情况。下面我们讨论使用卢瑟福原子模型对  $\alpha$  粒子散射实验的解释。

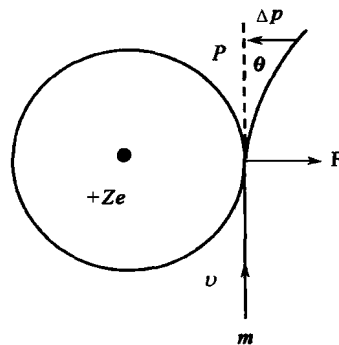


图 1-2  $\alpha$  粒子掠过原子核的偏转示意



## \*1.3 卢瑟福散射公式

## 1.3.1 库仑散射公式

根据卢瑟福的原子核型结构模型，将  $\alpha$  粒子散射看做是  $\alpha$  粒子和原子核两个点电荷在库仑力作用下的两体碰撞问题。忽略原子中电子的影响（当散射角  $\theta$  很小时除外）。并且当原子核的质量  $M \gg \alpha$  粒子的质量  $m_\alpha$  时，可以忽略原子核的运动，从而将  $\alpha$  粒子的散射问题简化为单一质点在有心库仑斥力作用下的运动问题。

首先我们关心从无限远来的  $\alpha$  粒子，以瞄准距离  $b$ （ $b$  是原子核离  $\alpha$  粒子原运动路径的延长线的垂直距离）射向原子核，经库仑力作用后偏离入射方向，又飞向无限远的运动状态，如图 1-3 所示。出射与入射方向的夹角为  $\theta$ ，称为散射角。由于能量守恒，所以  $v_A = v_B = v_0$ 。 $\alpha$  粒子在任意位置有：

$$F = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$m_\alpha \frac{dv_\perp}{dt} = F_\perp = F \sin \varphi$$

即

$$m_\alpha \frac{dv_\perp}{dt} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin \varphi$$

由角动量守恒  $m_\alpha b v_0 = m_\alpha r^2 \frac{d\varphi}{dt}$ ，所以， $\frac{v_0 b}{r^2} = \frac{d\varphi}{dt}$ ，代入上式并积分有：

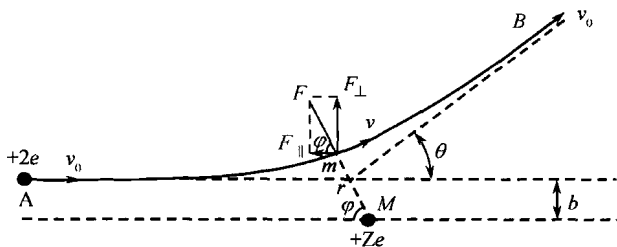


图 1-3  $\alpha$  粒子在原子核的库仑场中的偏转

$$\int_0^{\sin \theta} dv_\perp = \int_0^{\pi-\theta} \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_\alpha v_0 b} \sin \varphi d\varphi$$

$$\cot \frac{\theta}{2} = 4\pi\epsilon_0 \frac{m_\alpha v_0^2}{2Ze^2} b = 4\pi\epsilon_0 \frac{E_\alpha}{Ze^2} b \quad (1-6a)$$

该式称为库仑散射公式。常表示为：

$$b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{E_\alpha} \cot \frac{\theta}{2} \quad (1-6b)$$

库仑散射公式给出了瞄准距离  $b$  和散射角  $\theta$  的对应关系， $b$  越小，则  $\theta$  越大； $b$  越大，则  $\theta$  越小。所以，要得到大角度散射，正电荷必须集中在很小的范围内， $\alpha$  粒子必须在离正电荷很近处通过。