

普通高等教育“十一五”规划教材
PUTONG GAODENG JIAOYU SHIYIWU GUIHUA JIAOCAI



DIAN LU

电路

霍 龙 朱晓萍 编著



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>



内 容 提 要

本书为普通高等教育“十一五”规划教材,着重讲述电路分析的基本方法,内容包含了《电路分析》课程教学的基本要求。

全书共分13章,主要内容包括电路模型和基本定律、电路的等效变换、电路分析的一般方法、电路定理、正弦电流电路、耦合电路、三相电路、非正弦周期电流电路、动态电路的时域分析、二端口网络、动态电路的复频域分析、非线性电阻电路、均匀传输线。每章均配有丰富的例题,章末有习题,书末附有习题答案。

本书主要作为普通高等教育电力、电子信息、通信及计算机等专业本科《电路分析》课程教材,也可作为成人函授教育、高等教育自学考试相关专业教材,还可作为工程技术人员参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

电路/霍龙,朱晓萍编著. —北京:中国电力出版社,2009

普通高等教育“十一五”规划教材

ISBN 978-7-5083-9192-2

I. 电… II. ①霍…②朱… III. 电路—高等学校—教材
IV. TM13

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第126629号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路6号 100044 http://jc.cepp.com.cn)

北京市同江印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2009年9月第一版 2009年9月北京第一次印刷

787毫米×1092毫米 16开本 20.75印张 507千字

定价 33.20元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签,加热后中心图案消失

本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

前 言

为贯彻落实教育部《关于进一步加强高等学校本科教学工作的若干意见》和《教育部关于以就业为导向深化高等职业教育改革的若干意见》的精神,加强教材建设,确保教材质量,中国电力教育协会组织制订了普通高等教育“十一五”教材规划。该规划强调适应本、专科层次的不同类型院校,满足学科发展和人才培养的需求,坚持专业基础课教材与专业课教材并重、新编与修订相结合。本书《电路》为新编教材。

电路分析课程是电类各专业学生接触的第一门专业基础课,作为入门阶段,应该使学生初步领略进行科学研究的最基本、最一般的方法。通过本课程的学习,力求使学生不仅要掌握电路的基本理论学会对电路进行分析计算,更重要的是要提高分析问题和解决问题的能力。为此本书在以下几方面作了努力:

(1) 注重经典电路理论和近代电路理论的发展,注意保持电类专业的特色。随着教学改革的深入,电路分析课程的教学时数总体下降。因此,删繁就简是电路理论的发展趋势。在保持经典电路理论体系的同时,部分内容的解算过程可以从简,重要的是突出重点、明确结论。

(2) 为了使学生了解每一章的内容在课程中的地位和重要性,各章在引言部分概括地介绍了本章的主要内容、研究方法及相关的应用领域;从名词、概念、定义入手,由浅入深,用简明的方式阐述,同时注意术语、解释的逻辑性和准确性。

(3) 本书的第1~4章以直流电路为主介绍了电路分析方法,包括电路模型和基本定律、电路的等效变换、电路的一般分析方法、电路定理。第5~7章引入相量法介绍了正弦电流电路、互感电路和三相电路的分析方法。第9章介绍了动态电路的时域分析。第8、10、11章为网络分析中较为高级的方法,引入傅里叶级数分析非正弦周期电流电路,引入拉普拉斯变换分析动态电路,引入网络参数(Y 、 Z 、 T 、 H 参数)分析二端口。第12、13章介绍了非线性电阻电路和均匀传输线。其中:第1~7章和第9章为电路分析的基本部分,属于必修内容;其余各章可根据专业需要进行取舍或略讲。部分冠以“*”号的内容为选学内容。

(4) 在正文叙述中注重图文、形数相结合。例如:在直流电路中多用电路图和函数坐标图讲解,强化物理学(电学)与数学的结合;在正弦电流电路和三相电路中加强了相量图及位形图的应用;在动态电路、非正弦电流电路、非线性电路及均匀传输线中,多采用波形、曲线、图表讲解,有利于从直观上理解理念内容并帮助记忆。

(5) 配合电路理论的应用选编了一定数量的例题和习题。例题一方面是用简单的电路结构和参数直接说明电路理论,另一方面是结合实际用简化的电路模型说明电路理论的应用,并给出相关的结论。这样既有利于本门课程的学习也有利于后继课程的需要,同时培养学生运用已学理论分析计算实际问题的能力。习题的题型较多,涉及面较广,具有一定的层次和难度分布。

作为电路理论的入门课程,要求先修课程是物理学、微积分基础(包括傅里叶级数、拉

普拉斯变换)和线性代数。熟练运用计算器进行复数运算,对正弦电流电路部分的学习很有帮助。

本书由霍龙教授、朱晓萍教授编写。全书共13章,其中第1、2、7、8章由朱晓萍编写,其余各章由霍龙编写,并由霍龙统稿。全书由陈意军教授仔细审阅,并提出许多宝贵意见,在此表示真诚的谢意。

限于编者水平,书中难免存在疏漏和不妥之处,殷切希望广大同行和读者批评指正。

编 者

2009年6月

目 录

前言

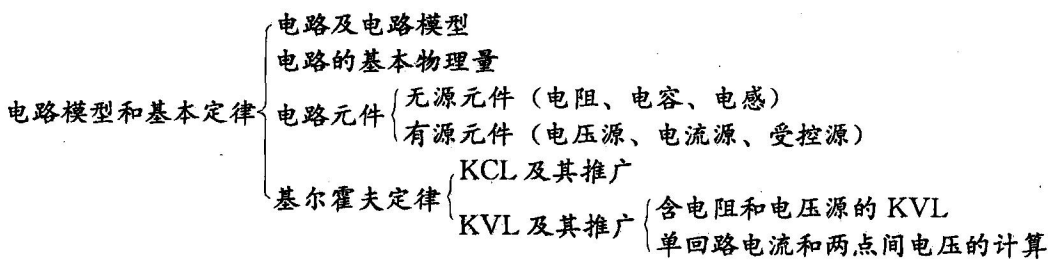
第1章 电路模型和基本定律	1
1.1 电路及电路模型	1
1.2 电路的基本物理量	2
1.3 电阻元件、电容元件和电感元件	5
1.4 电压源、电流源和受控电源	11
1.5 基尔霍夫定律	15
第2章 电路的等效变换	26
2.1 等效变换的基本概念	26
2.2 无源网络的等效变换	27
2.3 有源网络的等效变换	34
第3章 电路分析的一般方法	44
3.1 电路方程的独立性	44
3.2 支路电流法	48
3.3 网孔电流法和回路电流法	49
3.4 结点电压法	55
第4章 电路定理	67
4.1 叠加定理	67
4.2 替代定理	71
4.3 戴维宁定理和诺顿定理	73
* 4.4 特勒根定理	79
* 4.5 互易定理	82
第5章 正弦电流电路	91
5.1 正弦量	91
5.2 正弦量的相量表示	94
5.3 电路定律和电路元件的相量形式	98
5.4 复阻抗和复导纳	101
5.5 正弦电流电路的功率	109
5.6 正弦电流电路的分析	116
5.7 电路的谐振	120
第6章 耦合电路	137
6.1 耦合电感	137

6.2	含有耦合电感的正弦电流电路	140
6.3	空心变压器	146
6.4	理想变压器	148
第7章	三相电路	156
7.1	对称三相电源和对称三相负载	156
7.2	线电压与相电压、线电流与相电流的关系	159
7.3	对称三相电路的分析	161
7.4	不对称三相电路的概念	165
7.5	三相电路的功率	167
* 7.6	对称分量法	170
第8章	非正弦周期电流电路	177
8.1	非正弦周期量与傅里叶级数	177
8.2	非正弦周期量的有效值、平均值和平均功率	183
8.3	非正弦周期电流电路的计算	185
* 8.4	对称三相电路中的谐波	187
第9章	动态电路的时域分析	196
9.1	动态电路及初始条件	196
9.2	一阶电路的零输入响应	200
9.3	一阶电路的零状态响应	205
9.4	一阶电路的全响应	209
9.5	一阶电路的阶跃响应	213
9.6	一阶电路的冲激响应	215
9.7	二阶电路的零输入响应	223
9.8	二阶电路的零状态响应和全响应	230
第10章	二端口网络	241
10.1	二端口网络	241
10.2	二端口方程和参数	243
10.3	二端口的等效电路	252
10.4	二端口的连接	254
10.5	含有二端口电路的计算	256
* 10.6	回转器和负阻抗变换器	261
第11章	动态电路的复频域分析	268
11.1	拉普拉斯变换的定义和性质	268
11.2	基于部分分式展开的拉普拉斯反变换	272
11.3	电路的复频域模型	275
11.4	应用拉普拉斯变换分析动态电路	277
11.5	网络函数	280

第 12 章 非线性电阻电路	285
12.1 非线性电阻元件	285
12.2 非线性电阻电路的图解法	287
12.3 非线性电阻电路的小信号分析法	290
第 13 章 均匀传输线	296
13.1 均匀传输线及其方程	296
13.2 均匀传输线的正弦稳态解	298
13.3 均匀传输线的行波	302
13.4 均匀传输线的副参数	304
13.5 无反射传输线	306
13.6 无损耗传输线	307
附录 部分习题参考答案	311
参考文献	323

第 1 章 电路模型和基本定律

电力系统、电子学、通信、控制、电源以及电子仪器等学科都是以电路理论为基础的。从整体上看,电路理论是建立在模型基础上的,是研究网络分析和网络综合的基础工程学科。本书主要内容是网络分析(电路分析),它涉及物理学、应用数学和拓扑学等诸多内容。电路理论以电流、电压、功率为基本物理量,确立这些量在电路中的关系并计算出它们的数值是电路分析的基本内容,为此要掌握电路运行中的一些基本定律。第一章是全书的基础,介绍电路模型、物理量和电路元件,并介绍电路的基本定律(基尔霍夫定律和欧姆定律),它是电路分析的基本依据,构成了电路分析理论的基础。



1.1 电路及电路模型

1.1.1 电路

基于某种目的将电器元件相互连接成一个整体构成电流通路,这一整体称为电路。

电路是由电源、负载和中间环节组成。其中:独立产生电能或电信号的装置称为电源(或信号源),它是把其他形式的能量转换为电能,或是把一种波形信号转换为另一种波形信号;负载则是用电设备的总称,它把电能转换成其他形式的能量;中间环节包括导线、开关设备以及测量、保护等装置。

电路可以是一个十分复杂的系统,如电力系统、集成电路芯片等,也可以是一个简单的回路,如手电筒电路。复杂电路也称为网络。图 1-1 (a) 所示就是一个简单的实际电路,它由干电池、开关、小灯泡、导线连接而成。

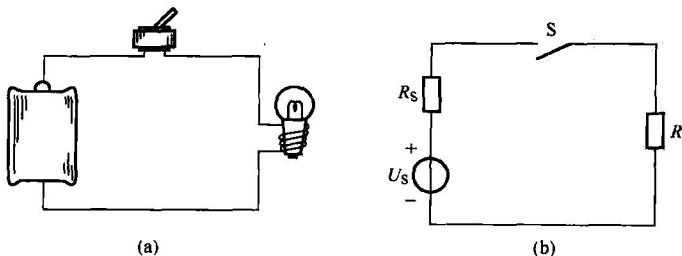


图 1-1 实际电路与电路模型

(a) 实际电路; (b) 电路模型

实际应用中的电路,按功能可分为两类:一是传输、分配和使用电能,由发电厂、输电线路、变电所和用户等所构成的电力系统是其典型例子;二是传递、变换、储存和处理电信号,使输出量为所需要的量,应用在电子、通信、控制、计算机等方面的电路都体现了这种功能。

1.1.2 电路模型

自然科学的各个领域都有自身的模型理论,在模型的基础上,运用数学方法进行分析研究。本书主要内容是介绍电路理论的入门知识,并为后续课程的学习准备必要的基础。电路理论研究的是电路模型,它是与实际电路相对应的一种理想化模型,由理想电路元件及其组合所构成。实际电路器件种类繁多,而且还不断出现各种新的器件,对每个器件逐一研究是不现实的。因此,可以采用数学建模的研究方法,从最常用的一些器件中,抽象出为数不多的若干理想模型——理想电路元件,使每一种理想电路元件仅反映实际器件的一种主要电磁性能,再由这些理想元件的组合去构造各种实际器件或实际电路的模型。理想电路元件简称元件,是组成电路模型的最小单元,每一种理想元件都是一个数学模型,具有确定的电磁性能和精确定义。在一定条件下,由理想元件构成的电路模型可以足够精确地模拟实际电路的物理过程。

将理想元件用规定的图形符号表示,即可画出电路模型图(即电路图)。图1-1(b)所示即为图1-1(a)的电路模型,干电池用电压源 U_S 和电阻元件 R_S 的串联作为模型,灯泡用电阻 R 作为模型,开关用 S 表示,连接导线用零电阻线段表示。此电路模型反映了电能转换为热能和光能这一物理现象。今后本书所涉及的电路均指由理想元件构成的电路模型。

电路理论包括网络分析和网络综合(或设计),本书仅讨论前者,即研究电路的工作过程、性能、特性等。例如:在给定信号激励下,电路是如何响应的?并计算出电流、电压和功率;电路中的元件是如何相互作用而影响电路特性的?

1.2 电路的基本物理量

为了定量说明一个物理系统的工作状态或特性,需要定义属于本系统的物理量。电流和电压是电路的两个基本物理量,电功率、电能以及电荷、磁通(或磁通链)也是重要的物理量。

1.2.1 电流及其参考方向

在电场力的作用下,带电粒子(自由电子、离子)的有序移动形成电流,电流的大小用电流强度这一物理量衡量。所以电流既表示一种物理现象,又是一个物理量。通过导体某截面的电荷量 dq 与所需时间 dt 之比定义为电流的量值,用 i 表示,即

$$i \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

电流方向,习惯上取为正电荷移动的方向^①。国际单位制(SI)中,电流的单位为A(安培,简称安),电荷的单位为C(库仑,简称库)。表1-1列出了SI单位中常用词头。电流常用的单位还有kA(千安),mA(毫安), μ A(微安)等。

① 这种习惯上的约定是由富兰克林(Benjamin Franklin, 1706~1790)提出的,他是一位美国的科学家和发明家。

表 1-1

SI 常用词头

倍率	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
名称	tera	giga	mega	kilo	hecto	deca	deci	centi	milli	micro	nano	pico
	太	吉	兆	千	百	十	分	厘	毫	微	纳	皮
符号	T	G	M	k	h	da	d	c	m	μ	n	P

在给定电路中,某元件或支路中的电流只可能有两个方向。但是在电路分析中,电流的方向可能是未知的,或者是随时间而变化的。图 1-2 所示为某电路的一部分,电流的实际方向可能是由 A 到 B 如图 1-2 (a) 所示,或是由 B 到 A,如图 1-2 (b) 所示。这时,可以任选一个方向作为电流 i 的参考方向,如图 1-2 中导线上箭头所指的方向(由 A 到 B)就是参考方向。引入参考方向之后,电流就成为一个代数量,若参考方向与实际方向相同,则 $i > 0$,如图 1-2 (a) 所示;若相反,则 $i < 0$,如图 1-2 (b) 所示。电流的参考方向可以用箭头表示,也可以用双下标表示,如图 1-2 (a) 中,电流 i 的参考方向还可以表示为 i_{AB} ,两者为同一个参考方向。

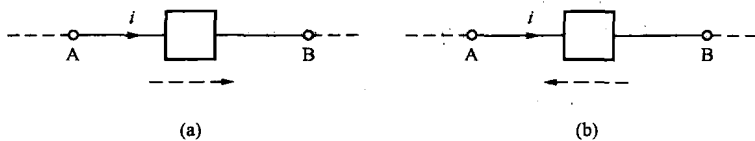


图 1-2 电流的参考方向

(a) 参考方向与实际方向一致; (b) 参考方向与实际方向相反

1.2.2 电压及其参考方向

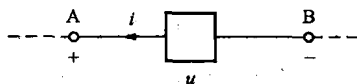
电压这一物理量是用来衡量电场力移动电荷做功的能力。电压的量值定义为,电场力把单位正电荷从电路中的 A 点移动到 B 点所做的功,用 u_{AB} 表示,即

$$u_{AB} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dW}{dq} \quad (1-2)$$

并规定若正电荷由 A 移动到 B 时其电能减少,则电压的方向为从 A 到 B。SI 单位制中,电压的单位为 V (伏特,简称伏)。与电流相似,电路中两点之间的电压也可以指定参考方向,若用正极性 (+) 表示高电位,用负极性 (-) 表示低电位,则从 + 指向 - 的方向就是电压的参考方向。图 1-3 所示为电压的参考方向,其中, A 点标正极性, B 点标负极性,则电压的参考方向为由 A 指向 B。若 A 点电位确实高于 B 点,则参考方向与实际方向相符,此时 $u > 0$;若 A 点电位低于 B 点电位,则有 $u < 0$ 。电压 u 的参考方向还可以用双下标表示为 u_{AB} 。

图 1-3 中,设 $i = -2\text{A}$, $u = 5\text{V}$,这表明元件中的电流为 2A,实际方向为自 A 点到 B 点,端子 A、B 之间的电压为 5V,且 A 点电位高于 B 点电位。

若在电路中指定一个参考点的电位为零。A、B 两点相对于参考点的电位分用 V_A 和 V_B 表示,则电压 u_{AB} 与电位的



$$u_{AB} = V_A - V_B$$

(1-3)

图 1-3 电压的参考方向

即 A、B 两点之间的电压等于这两点电位之差，所以电压和电位差的意义相同。

对于同一个元件，电压和电流的参考方向可以独立地任意假定，如果电压和电流的参考方向取为一致，即电流的参考方向是从电压的正极性端指向负极性端，则称为关联参考方向。图 1-4 (a) 和图 1-4 (b) 所示为关联参考方向；图 1-4 (c) 所示为非关联参考方向。

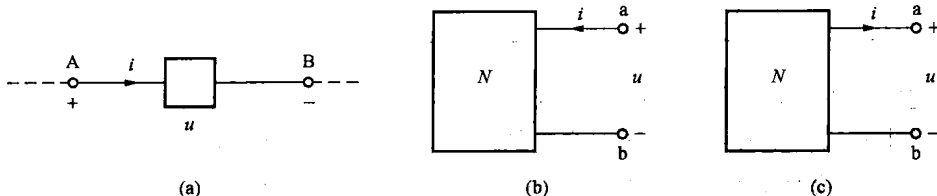


图 1-4 关联参考方向与非关联参考方向

(a)、(b) 关联参考方向；(c) 非关联参考方向

1.2.3 电功率和能量

电路中除了电流和电压这两个基本物理量之外，电功率和能量也是重要的物理量。而且电功率也是某些电气设备或器件的额定值参数。

电功率是能量（电能）发出或吸收的速率，简称功率，用 p 表示。如果在 dt 时间内元件发出或吸收的能量为 dW ，考虑到 $\frac{dW}{dq} = u$ ， $\frac{dq}{dt} = i$ ，则有

$$p = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = ui \quad (1-4)$$

在 $t_1 \sim t_2$ 时间内，元件的能量为

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{t_1}^{t_2} u(\xi) i(\xi) d\xi$$

功率的单位为 W（瓦特，简称瓦），能量的单位为 J（焦耳，简称焦）。实用中还采用 kWh（千瓦·时）作为能量的单位，它等于功率为 1kW 的用电设备在 1h（3600s）内消耗的电能量，俗称 1 度电。

功率是一个复合变量，可以表示为两个基本物理量 i 和 u 的乘积。由于 u 和 i 是代数量，所以功率 p 也是代数量。在指定的参考方向下，通过功率的正负可以判别一个元件或一部分电路是发出功率还是吸收功率。由电压定义可知，电场力把正电荷 dq 从 A 点经元件移动到 B 点所做的功为 $dW = udq$ ，若 A 点电位高于 B 点，则电压为正，电场力做正功，电荷移动过程中电位降低所损失的能量 dW 被元件所吸收。这表明，当元件的电流、电压取关联参考方向时，若用式 (1-4) 求得的功率 p 大于零，则表明元件是吸收功率的，即在关联参考方向下，乘积“ ui ”表示元件吸收的功率。当求得的 p 为正值时，该元件实为吸收功率；当求得的 p 为负值时，元件吸收负功率，实为发出功率。在非联参考方向下，乘积“ ui ”表示元件发出功率。

图 1-5 中，A、B 两点间电压为 10V，A 点电位高于 B 点。电流的实际方向从 A 指向 B，其值为 2A。对于图 1-5 (a)， $i = 2A$ ， $u = 10V$ ， i 和 u 为关联参考方向， $p = 20W$ ，为正值，此元件吸收功率为 20W；图 1-5 (b) 中， $i = -2A$ ， $u = 10V$ ， i 和 u 为非关联参考方向，“ ui ”表示元件发出的功率， $p = -20W$ ，为负值，即元件发出功率为 -20W，实际上吸

收功率还是 20W。功率的发出或吸收是客观的，不会因为参考方向的指向不同而改变。

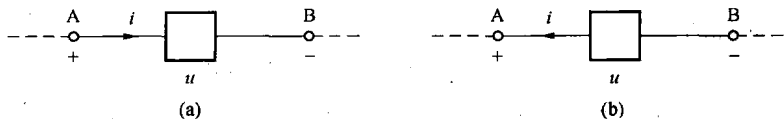


图 1-5 功率发出或吸收的判别
(a) $p > 0$ 吸收功率; (b) $p > 0$ 发出功率

1.3 电阻元件、电容元件和电感元件

电路理论中，元件是构成电路的最小单元。根据元件对外连接端子的数目，元件可分为二端元件、三端元件、多端元件等。二端元件也称单口元件，元件的两个端子应满足的条件是：从元件一个端子流入的电流一定等于从另一端子流出的电流，且两个端子之间的电压为单值量。这个条件称为集总参数元件假设，满足此条件的元件称集总元件，由集总元件构成的电路称集总电路。本书除第 13 章以外只讨论集总电路。

前已提及，理想电路元件是一个数学模型，有其精确的定义，并反映一种确定的电磁性质。对集总元件来说，这种电磁性质是通过元件两个端子的物理量之间的代数关系来描述，这关系称为元件特性，又称元件约束，它是一个元件区别于另一个元件的本质。

电路元件按元件特性是否为线性关系可分为线性元件和非线性元件。电路元件还可以分为时变元件和时不变元件、无源元件和有源元件。本书仅讨论时不变元件，本节介绍电阻、电容、电感元件，它们均为无源元件。

1.3.1 电阻元件

电阻元件是对电阻器、电炉、白炽灯等器件进行抽象而得到的理想模型。电阻元件是一个二端理想元件，描述元件特性的电压 u 和电流 i 之间满足代数关系。对于线性电阻元件，当电压和电流取关联参考方向时，这关系可表示为

$$u = Ri \quad (1-5)$$

或

$$i = Gu \quad (1-6)$$

式 (1-5) 和式 (1-6) 就是电阻元件的元件特性，也称伏安特性。当电压和电流的参考方向取非关联参考方向时，有

$$u = -Ri \quad \text{或} \quad i = -Gu$$

线性电阻的伏安特性是一条过原点的直线，如图 1-6 (a) 所示，这是一个正比例函数关系，式 (1-5) 即人们熟知的欧姆定律。电阻元件的符号如图 1-6 (b) 所示，其量值为

$$R = \frac{u}{i}$$

R 是一个正实数，单位为 Ω (欧姆，简称

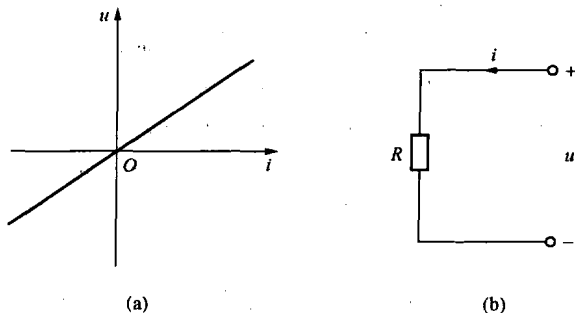


图 1-6 电阻元件及其伏安特性
(a) 伏安特性; (b) 电阻元件符号

欧), R 既表示一个电阻元件, 也表示电阻元件的参数。 $G = \frac{1}{R}$ 称为电阻元件的电导, 单位为 S (西门子, 简称西)。

式 (1-5) 和式 (1-6) 反映了电阻元件能对电路中的两个基本物理量 i 和 u 建立一种约束关系。电路分析主要是确定电路元件两端的电压和流经元件的电流。因此, 无论元件特性或量值的定义涉及哪两个物理量, 元件的电压电流关系 (VCR)^① 总是要预先确定的, VCR 是从电路分析角度确定一个元件, 故称为元件约束。电阻元件的 VCR 就是式 (1-5)。

电阻元件的功率可按 $p = ui$ 计算, 当 i 和 u 取关联参考方向时, 有

$$p = ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R} = Gu^2 \quad (1-7)$$

功率恒为非负值, 表明电阻是一个耗能元件, 也是一个无源元件。在 t_1 到 t_2 时间内, 电阻吸收的电能为

$$W = \int_{t_1}^{t_2} Ri^2(\xi) d\xi$$

电阻将吸收的电能转换为热能消耗掉。

电阻元件可以用 $R = \infty$ 和 $R = 0$ 两个极限值分别表示电路的“开路”和“短路”, 如图 1-7 (a)、(b) 所示。“开路”的伏安特性在 $u-i$ 平面上与电压轴重合, 如图 1-7 (c) 所示, 这表明电阻两端电压为有限值时, 其电流总为零值; “短路”的伏安特性在 $u-i$ 平面上与电流轴重合, 如图 1-7 (d) 所示, 这表明电阻中的电流为有限值时, 其两端的电压总为零值。

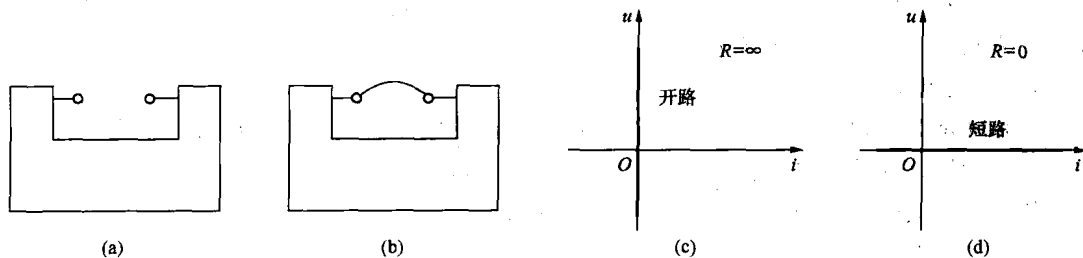


图 1-7 开路和短路

(a) 开路; (b) 短路; (c) 开路伏安特性; (d) 短路伏安特性

1.3.2 电容元件

电容器是工程技术中最为常用的器件之一, 从构成原理上说, 它是由两个导电极板中间充以绝缘介质所组成。当极板上加电压后, 会分别聚集等量异号的电荷, 并在介质中建立电场。电容器具有聚集电荷而储存电场能量的基本性能。电容元件就是对电容器进行抽象而得到的理想模型。电容元件是一个二端理想元件, 元件的电压 u 和电荷 q 之间满足代数关系。对于线性电容元件, 当电压的参考极性与电荷的极性一致时, 这关系可表示为

$$q = Cu \quad (1-8)$$

式 (1-8) 就是电容元件的元件特性, 也称库伏特性, 如图 1-8 (a) 所示。在 $q-u$ 坐标系

① VCR——Voltage Current Relation.

中这特性是一条通过原点的直线，式(1-8)中， C 是一个正实数，其量值为

$$C = \frac{q}{u}$$

此值定义为电容元件的电容，单位是F（法拉，简称法）。电容元件的图形符号如图1-8(b)所示。

当电容两端的电压 u 变化时，极板上的电量 q 相应地成正比变化，于是在电容中产生电流 i 。当 u 和 i 取关联参考方向时，电容元件的电压电流关系（VCR）为

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu)}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad (1-9)$$

式(1-9)表明：

(1) 当电容的电压 $u > 0$ 且随时间增大时，电容的电流 $i > 0$ ，即电流与电压的方向一致（充电）；当电压 $u > 0$ 且随时间减少时，电容的电流 $i < 0$ ，即电流与电压的方向相反（放电）。

(2) 在任一时刻，电容的电流并不取决于该时刻的电压，而是与该时刻电压的变化率成正比。电容上的电压变化越快，电流越大，若电压不随时间变化，则电流为零。所以电容对直流相当于开路，也称电容具有“隔直”作用。

电压和电流之间具有微分（或积分）关系的元件称为动态元件，所以，电容元件是一个动态元件。

由式(1-9)反求电压可得

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 i(\xi) d\xi + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi \\ &= u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (1-10)$$

式中， $u(0)$ 为时间起点 $t=0$ 时刻的电压（称初始电压）。

式(1-10)表明： t 时刻的电容电压并不取决于同一时刻的电流，而是与 $u(0)$ 及0到 t 的所有电流值有关。所以，电容电压具有“记忆”电流的作用，是一种记忆元件。与电容元件相比，电阻元件因其电压仅与同一瞬时的电流值有关，是一种即时的、无记忆的元件。

前已提及，当电容元件的电压增大时，为充电状态，电容吸收能量；当电压降低时，为放电状态，电容释放能量。所以，电容元件是一种储能元件。同时，它不会释放出多于它存储的能量，因此也是一种无源元件。当电压和电流取关联参考方向时，电容元件吸收的功率为

$$p = ui = Cu \frac{du}{dt}$$

在 t_1 到 t_2 期间，电容元件吸收的能量（增量）为

$$\begin{aligned} W_C &= \int_{t_1}^{t_2} Cu(\xi) \frac{du(\xi)}{d\xi} d\xi = C \int_{t_1}^{t_2} u(\xi) du(\xi) \\ &= \frac{1}{2} C [u^2(t_2) - u^2(t_1)] \end{aligned}$$

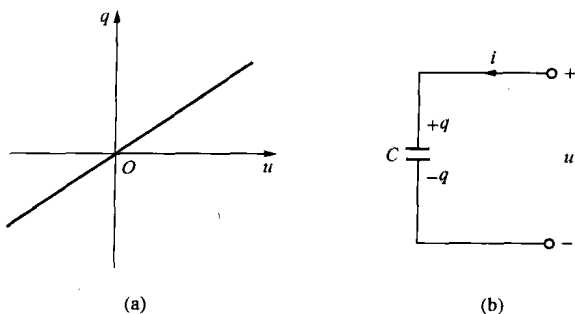


图1-8 电容元件及其库伏特性

(a) 电容元件库伏特性；(b) 电容元件的图形符号

上式表明, 电容元件存储或释放的能量只与电压的初值 $u(t_1)$ 和终值 $u(t_2)$ 有关, 与电压的建立过程无关。当 $|u(t_2)| > |u(t_1)|$ 时, $W_C > 0$, 电容吸收能量; 当 $|u(t_2)| < |u(t_1)|$ 时, $W_C < 0$, 电容吸收释放能量。若设 $t_1 = 0$ 及 $u(0) = 0$, 则电容元件任何时刻储存的能量等于它吸收的能量, 即

$$W_C(t) = \frac{1}{2} C u^2(t) \quad (1-11)$$

实际的电容器一般都是有损耗的, 可以用电阻元件和电容元件的并联组合作为其模型。

【例 1-1】 图 1-9 (a) 所示为一个 RC 支路, 已知 $R=2\Omega$, $C=0.2F$, u_C 的波形如图 1-9 (b) 所示。求:

- (1) 电流 i 并画出波形;
- (2) $t=1$ 、2、4s 时的 u_{AB} 及电容的电场能量。

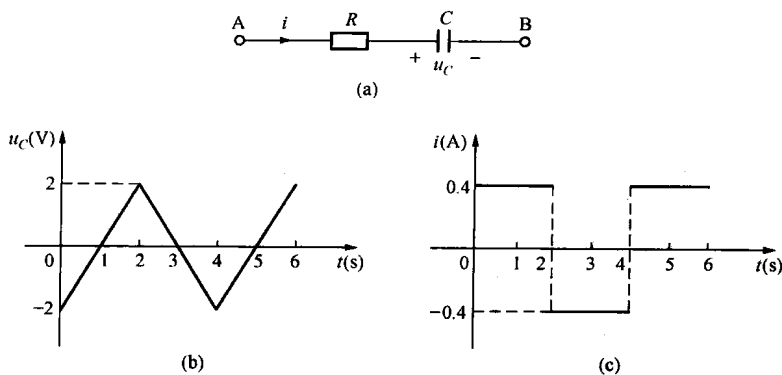


图 1-9 [例 1-1] 图

(a) RC 支路; (b) u_C 的波形; (c) i 的波形

解 (1) 由图 1-9 (b) 可见, u_C 在三个时间区间 $(0, 2)$ $(2, 4)$ $(4, 6)$ 的变化率 $\frac{du}{dt}$ 是常数, 分别为 $2V/s$ 、 $-2V/s$ 和 $2V/s$ 。所以, 电流的表达式为

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \begin{cases} 0.4 & (0 \leq t < 2) \\ -0.4 & (2 \leq t < 4) \\ 0.4 & (4 \leq t < 6) \end{cases}$$

电流 i 波形如图 1-9 (c) 所示。

(2) RC 支路电压可表示为

$$u_{AB} = Ri + u_C$$

由 u_C 和 i 的波形图 1-9 (b)、(c) 可得

$$\begin{aligned} t=1s \text{ 时} \quad u_{AB} &= 2 \times 0.4 + 0 = 0.8(V) & W_C &= \frac{1}{2} \times 0.2 \times 0 = 0 \\ t=2s \text{ 时} \quad u_{AB} &= 2 \times (-0.4) + 2 = 1.2(V) & W_C &= \frac{1}{2} \times 0.2 \times 2^2 = 0.4(J) \\ t=4s \text{ 时} \quad u_{AB} &= 2 \times (0.4) + (-2) = -1.2(V) & W_C &= \frac{1}{2} \times 0.2 \times (-2)^2 = 0.4(J) \end{aligned}$$

1.3.3 电感元件

电感器是电力、电信、自动控制和仪表电路中常用器件之一。它是用导线绕制成线圈形

式,以增强其内部的磁场,所以也称电感线圈。线圈可以空心绕制,也可以在铁心上绕制,前者称为空心线圈,后者称为铁心线圈。当线圈通以电流后,在每一匝上均产生磁通 Φ , N 匝线圈交链成磁通链 ψ ,在线圈中形成磁场,如图1-10(a)所示。电感线圈具有产生磁通链和储存磁场能量的基本性能,电感元件就是对实际线圈进行抽象而得到的理想模型。电感元件是一个二端理想元件,元件的磁通链 ψ 和电流 i 之间满足线性关系。对于线性电感元件,当磁通链与电流的参考方向满足右手螺旋关系时,这个代数关系可表示为

$$\psi = Li \quad (1-12)$$

式(1-12)就是电感元件的元件特性,也称韦安特性,如图1-10(b)所示。在 $\psi-i$ 坐标系中该特性是一条通过原点的直线,式(1-12)中的 L 是一个正实数,其量值为

$$L = \frac{\psi}{i}$$

此值定义为电感元件的电感,单位是H(亨利,简称亨)。电感元件的图形符号如图1-10(c)所示。

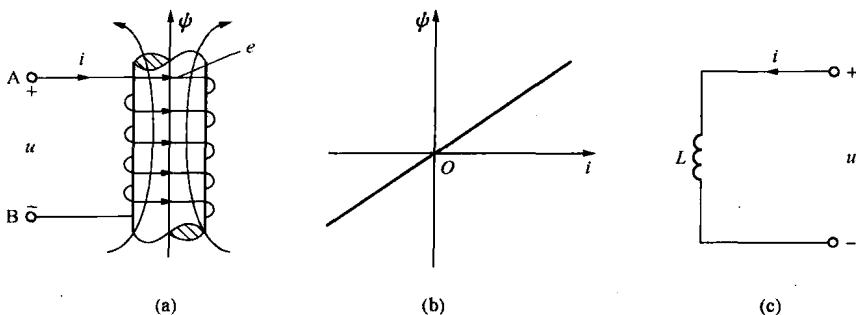


图1-10 电感元件及其韦安特性

(a) 电感线圈; (b) 电感元件的韦安特性; (c) 电感元件的图形符号

当电感元件的磁通链 ψ 随时间变化时,在元件两端产生感应电动势。如果感应电动势 e 的参考方向与 ψ 成右手螺旋关系(即 e 与 i 取成一致方向——从端子A沿导线绕到端子B的方向与 ψ 成右手螺旋关系),如图1-10(a)所示,根据法拉第电磁感应定律及楞次定律^①,有

$$e = -\frac{d\psi}{dt}$$

其中“—”号是楞次定律的体现。当电感电压 u 与感应电动势 e 的参考方向一致时(即 u 与 i 为关联参考方向,与 ψ 成右手螺旋关系),有 $u = -e$ 。由此得到电感元件的电压电流关系(VCR)为

$$u = -e = \frac{d\psi}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (1-13)$$

式(1-13)表明:

(1) 当电感电流 $i > 0$ 且随时间增大时,电感电压 $u > 0$,即电压与电流的方向相同;当电流 $i > 0$ 且随时间减小时,电压 $u < 0$,即电压与电流的方向相反。

① 楞次定律指出:因磁通变化产生的感应电动势,其实际方向总是使其产生的感应电流试图阻碍原来磁通的变化。