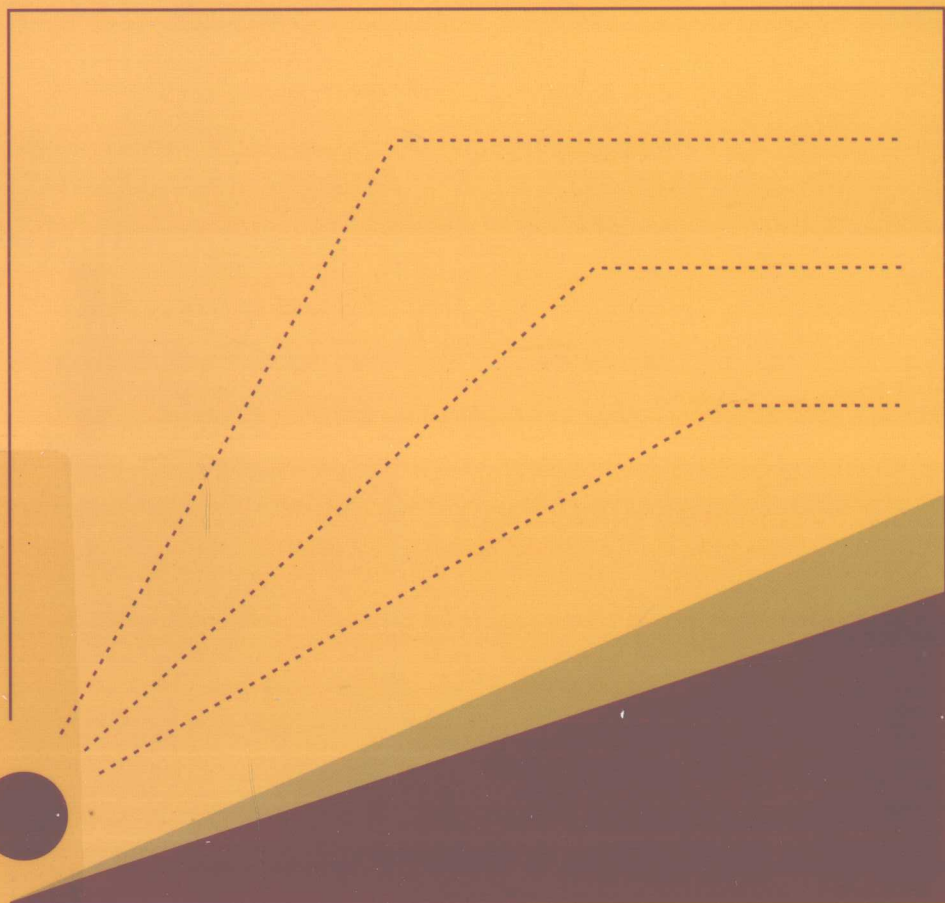


张承宗 著

复合材料板壳力学解析理论



国防工业出版社

National Defense Industry Press

复合材料板壳力学解析理论

张承宗 著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目 (CIP) 数据

复合材料板壳力学解析理论 / 张承宗著. —北京:
国防工业出版社, 2009. 12

ISBN 978-7-118-06552-7

I. ①复... II. ①张... III. ①复合材料-板-材料力学
②复合材料-壳体-材料力学 IV. ①TB330.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 172796 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 880 × 1230 1/32 印张 14 字数 362 千字

2009 年 12 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 45.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010)68428422

发行邮购: (010)68414474

发行传真: (010)68411535

发行业务: (010)68472764

序 言

现代飞机是高度综合的现代科学技术的体现。100 多年来,飞机作为科学技术在航空领域的重要成果,随着科学技术的进步取得了飞速发展,而飞机发展不断提出的新要求也同时对科学技术的发展起到了推动作用。飞机的发展一直与结构材料的设计密切相关。20 世纪 30 年代铝合金的问世,取代了帆布和木材,曾给飞机设计带来一场革命,也促进了航空结构力学的发展。20 世纪 60 年代,先进复合材料的崛起,也同样引起了设计领域的重大技术进步。先进复合材料,具有比刚度和比强度高、可设计性强的优点,将其应用于飞机结构,提高了飞机的性能,减轻结构的固有重量,提高其可靠性、维修性、生存力和寿命。目前国外军机的机翼、尾翼等部件基本上都采用了先进复合材料,美国的 F-22 和欧洲的 EF-2000 等新机的复合材料用量都超过了 20%。刚刚试飞的波音 787 客机主承力件先进复合材料用量更是达到了 50%。我国也在 20 世纪 60 年代开始了复合材料及其应用的研究。当前,先进复合材料在飞机上应用的部位和用量的多少已成为衡量飞机结构先进性的重要标志之一。

作为复合材料在航空工程应用的技术支撑之一,复合材料结构力学受到广泛的重视。相对金属材料,复合材料具有各向异性、耦合效应、沿厚度方向剪切效应等诸多问题,这使得复合材料结构计算和设计变得相对困难一些,传统的解析分析金属结构的理论方法不能适用于复合材料结构。这使得有关复合材料结构的基础性、但又很必要的工作,很长时间没能开展起来。作者通过研究,建立了创新的复级数求解体系,以此针对复合材料结构诸多问题进行了研究分析和计算,给出了复合材料结构新的解析分析方法,解决了以往许多不能处理的

复合材料结构力学问题;对于金属结构尚未解决的一些重要问题,也给出创新的解析方法和解析解。同时还进行了数值计算,得到了许多有价值的结果。本书阐述的新解析理论意义不仅是在于新的结构力学处理方法方面,还在于建立了一种新的数学物理处理手段,数学领域的进步将会许多自然科学领域产生辐射和推动。本书出版是一件十分有意义的工作。自然科学、航空科学技术的发展,需要开展更多的创新,特别是象这样的原始性创新。作者对复合材料结构进行了长期的研究,在结构分析领域有很深的造诣,且多年致力于空军航空装备的研究、管理,积累了丰富的实践经验。希望本书的出版和应用,能有利于推动结构力学及相关领域创新发展,能有利于装备科学技术的进步。

空军装备部副部长

张伟

二〇〇九年十二月

前 言

力学的发展与数学物理方法的发展是并行的过程,弹性力学更是如此。从力学的问题处理程序角度来看,只要将力学模型上升到数学模型并最终归结于偏微分方程(组),并确定适当的边界条件、初始条件,余下的工作就是对偏微分方程的求解及对所得结果进行分析并用于指导实际设计。但常见的情况是,基本方程已建立起来,但求解非常困难。就弹性力学来说,其基本方程体系早在 19 世纪就已臻完善,然而其求解花费了一个多世纪,还远未完善。

弹性板壳理论是弹性力学应用理论的重要分支,弹性板壳理论虽然使方程得以简化,但即使对各向同性板壳,解析求解仍有很大困难。复合材料的应用,给弹性力学带来了新课题,也带来了新挑战。复合材料结构的各向异性、耦合效应、横向剪切效应等新力学特点反映到控制方程,不仅使控制方程个数增多(多为偏微分方程组),而且其中出现了位移函数关于空间坐标的奇次交叉偏导数,这使原先在各向同性板壳理论中发展的纳维叶法、列维法失效,常规分离变量法也无法应用。这样可解析求解的复合材料板壳结构非常有限。所幸,计算机技术及以有限元为代表的数值法飞速发展使复合材料结构有了强大的计算分析手段,这在很大程度上掩盖了复合材料板壳理论在解析研究领域严重滞后的缺陷。但不论是检验数值法,还是从力学机理角度研究结构新力学特点,解析解的发展都是不可缺少的。

20 世纪 90 年代初,作者在国防科技大学攻读硕士学位时,在导师杨光松教授指导下进行各向异性薄板力学解析分析工作,杨光松教授提出了各向异性薄矩形板横向弯曲的新级数解析解,作者进行了计算实现。工作以后,作者继续对复合材料结构的力学问题开展了解析研

究。通过多年的科研实践,感觉将实际物理力学问题从数学角度拓展到复数空间进行求解,可以解决当前数学物理力学领域许多悬而未决的解析求解问题。基于这种思想,作者将这种思想实践作为博士论文的主要工作,建立了一种新的复合材料板壳结构力学解析求解体系,发表了一系列论文,并以此获得博士学位。1999年博士毕业后至今的十年内,作者开始从事航空领域的有关研制管理工作,期间也注意到已经有一些学者开始运用这种新复级数法和解析求解思想进行了一些专题研究,取得一些成果,2009年有时间重新审视新复级数求解方法,感到这种新复级数法的应用还很有前景。在国防工业出版社的大力协助下,作者把原来的研究成果和近期部分工作整理成本书。

反映在本书的工作成果可总结如下:

1. 数学物理方法方面

通过对复合材料板壳结构的求解,建立了线性偏微分方程(组)矩形域、柱形域边值问题的一般解析方法——新复级数方法。新复级数方法求解思路简洁,不依赖具体问题具有一般性,但随问题复杂程度不同,具体实施难易程度亦有很大差别。复杂的问题,如考虑剪切变形理论的任意铺设斜形板理论,仅对特征根方程的推导还需借助于MCAD等计算软件。

2. 复合材料板壳结构力学理论方面

首次建立了复合材料板壳结构解析求解系统,首次给出了基于经典理论及一阶剪切理论的对称角铺设,基于经典理论的任意铺设矩形板、斜形板、扁壳、圆柱壳结构一般解析解和基于一阶剪切理论的任意铺设圆柱壳结构一般解析解,经实际数值验证所得一般解析解收敛稳定,可以用来计算分析复合材料结构力学问题。所建立的由通解、补充解、特解组合而得的一般解析解结构清晰。本书一般解析解按照双向求解而后综合组合而得,这样一般解析解不仅可具有对结构空间坐标系不变性,而且实际计算时易于编程。仔细分析可发现,列维解是在本书求解各向同性、正交异性问题所得通解的特殊形式,纳维叶解可归于本书一般解中的特解部

分,只不过这一特解在特定情况就是问题的解析解而已,而在求解各向同性、正交异性问题时新复级数法和分离变量法是一致的,这样在各向同性板壳中的列维解体系、纳维叶解体系、分离变量法体系最后都可归于本书提出的新复级数一般解析解体系。本书新复级数一般解析解体系具有更一般的意义。

应用本书一般解析解体系,针对平板、圆柱壳结构分别采用经典理论及一阶剪切理论进行比较计算证实,当复合材料板壳跨厚比较小时,经典理论解与剪切理论解相差较大,应用剪切理论计算分析中厚复合材料板壳是必要的,特别是对于工程应用较广的先进复合材料更应如此。进一步研究证实当板壳跨厚比(a/h)较大(如 $a/h > 25$)时,经典理论解与剪切理论解相差不大,而且跨厚比很大(如 $a/h > 200$)时,剪切理论解解析计算可能遇到方程病态问题,此时按经典理论计算复合材料板壳更合适。

3. 复合材料结构力学特性研究方面

在大量数值计算的基础上,初步研究复合材料板壳结构特有的横向剪切效应、拉剪耦合效应、拉弯耦合效应、拉剪耦合效应对复合材料板壳结构的影响,结果表明,结构跨厚比不很大时,横向剪切效应对结构影响很大。在具体计算中发现 $a/h = 10$ 的先进复合材料 CCCC 层合板挠度 FSDT 解能是 CLT 解的数倍,而对 $a/h = 10$ 的各向同性薄板结构却可按 CLT 计算,在对 $R/h = 5$ 的两端简支固定圆柱壳挠度 FSDT 解也是 CLT 解的数倍,而且内力 CLT 值比 FSDT 值小得多,这表明对于先进复合材料,其基体薄弱带来的横向剪切效应对中厚板壳结构有严重的影响,CLT 会给偏于危险的结果,应该用考虑横向剪切的 FSDT 分析中厚结构。

数值计算结果表明复合材料各种耦合效应对结构变形内力、内力矩有不同程度的影响。横向承载的对称角铺设层合板只存在弯扭耦合效应,弯扭耦合增大了板结构的变形、内力矩。任意铺设层合板同时存在的弯扭耦合、拉剪耦合、拉弯耦合,对层合板影响程度依次增大。而对横向承载的圆柱壳,拉剪耦合、拉弯耦合、弯扭耦合影响程度

是依次降低,这与层合板不同。一般情况下对于横向承载的板壳,各种耦合效应降低了板壳刚性,对板壳承载能力也有复杂影响。从本书研究可看出,目前工程界采用对称铺层设计方式是有基础的,任意铺设层合结构的采用需要深入研究其力学特性。比较而言,对于复杂承载的层合结构,一般铺设设计方式更有发展前途。

铺设角、铺设方式、铺设层数等铺设参数对复合材料板壳也有不同程度的影响。综合考虑结构总体要求选择一定的铺设方式后,铺设角对复合材料板壳有重大影响,相对而言,铺设层数影响要弱于铺设角,而且铺设层数对圆柱壳影响较层合板还要弱。对不同材料制成的板壳,强各向异性的材料制成的板壳受铺设参数影响更显著,而先进复合材料大多是强各向异性材料,而且其结构横向剪切刚度要明显低于纤维方向结构刚度,这样一来对结构分析计算更要仔细,要求也就更高了。

本书工作主要限于线性力学范畴。在实际工程中,很多情况下动力学、振动、稳定和非线性问题不可避免,运用这种新复级数方法还可以大有作为。此外,这种新复级数方法还可以作为一种标准数学物理方法,用于处理热传导等场问题。

感谢杨光松教授对作者的指导和帮助,也感谢作者工作、学习过的有关单位领导、同事和朋友们的帮助和支持。

由于作者水平有限,谬误之处在所难免,敬请读者指正。

作者
2009年3月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 复合材料结构的力学特点	1
1.3 复合材料板壳理论及研究方法	3
1.4 复合材料板壳结构解析研究情况	5
1.5 本书的主要工作	8
第 2 章 数学力学预备知识	11
2.1 弹性力学基础	11
2.1.1 应力应变分析	11
2.1.2 应力—应变本构关系	13
2.1.3 边界条件	14
2.1.4 弹性力学方程定解问题	15
2.1.5 对弹性力学边界问题的简化	15
2.1.6 对板壳结构物理模型的简化	15
2.2 数理方程基础	20
2.2.1 偏微分方程的基本概念	20
2.2.2 傅里叶级数方法	21
第 3 章 对称角铺设薄层合矩形板力学解析	24
3.1 弯曲问题理论分析	24
3.2 弯曲数值部分	30
3.3 对称角铺设薄层合矩形板屈曲解析	38
3.4 对称角铺设薄层合经典矩形板振动问题解析	54
3.5 对称角铺设薄层合经典矩形板纵横弯曲问题解析	60

3.6	Winkle-Pasternak 地基上各向异性经典矩形板 弯曲问题分析	73
3.7	经典各向同性矩形板解析分析	79
第4章	各向异性斜形板力学解析	94
4.1	斜板弯曲理论分析	94
4.2	斜板弯曲一般解数值计算分析	99
4.3	对称角铺设薄层合经典斜形板振动解析分析	107
4.4	经典各向同性斜形板解析分析	113
第5章	圆柱型各向异性经典圆形板弯曲问题一般解析解 ..	127
5.1	解析求解	127
5.1.1	坐标变量变换	128
5.1.2	求解过程	129
5.2	圆板弯曲算例讨论	132
第6章	考虑一阶剪切变形的对称角铺设复合材料矩形板 静力问题解析	136
6.1	弯曲问题的位移型方程	136
6.2	弯曲一般解析解的建立	139
6.3	弯曲解析解数值验证部分	146
6.4	数值分析	149
6.5	基于一阶剪切变形理论的对称角铺设复合材料 矩形板屈曲和振动问题解析	156
第7章	基于一阶剪切变形的对称角铺设复合材料斜形板 静力解析	169
7.1	对称角铺设斜形板理论分析	169
7.2	对称角铺设斜形板弯曲解析解的数值研究	177
7.3	弯曲数值结果及讨论	178
7.4	基于一阶剪切变形理论的对称角铺设复合材料 斜形板振动问题解析	181
第8章	各向异性矩形板平面应力问题一般解析解	190

8.1	平面应力问题的位移型方程	190
8.2	一般解析解的建立	191
8.3	数值验证部分	195
第9章	任意铺设复合材料矩形薄扁壳静力响应一般	
	解析解	198
9.1	扁壳弯曲问题的位移型方程	198
9.2	扁壳弯曲一般解析解的建立	202
9.3	扁壳解析解数值验证部分	210
第10章	任意铺设复合材料矩形薄板静力响应解析	213
10.1	任意铺设复合材料矩形板弯曲问题的位移型 方程	214
10.2	任意铺设矩形板弯曲一般解析解的建立	216
10.3	任意铺设矩形板弯曲解析解数值验证部分	223
10.4	任意铺设矩形板结构力学响应数值分析	227
10.5	基于经典理论的一般铺设复合材料矩形板屈曲和 振动问题解析	238
第11章	考虑剪切变形的任意铺设复合材料矩形板	
	静力响应解析研究	250
11.1	考虑剪切变形的斜形板弯曲问题位移型方程	251
11.2	考虑剪切变形的斜形板弯曲一般解析解的建立	255
11.3	考虑剪切变形的斜形板弯曲解析解数值验证及 结构计算结果总体分析	268
11.4	基于一阶剪切理论的一般铺设复合材料矩形板 屈曲和振动问题解析	272
第12章	任意铺设复合材料薄圆柱壳静力响应解析	288
12.1	任意铺设复合材料薄圆柱壳弯曲问题的位移型 方程	288
12.2	任意铺设复合材料薄圆柱壳静力问题一般解析 解的建立	291

12.3	任意铺设复合材料薄圆柱壳弯曲问题数值分析	294
12.4	经典任意铺设复合材料薄圆柱壳屈曲和 振动问题解析	310
第13章	考虑剪切变形的任意铺设复合材料圆柱壳线性力学 响应问题一般解析解	317
13.1	线性力学响应问题的位移型方程	317
13.2	圆柱壳线性力学问题一般解析解的建立	321
13.3	解析解数值验证及结构力学特性总体分析	328
13.4	圆柱壳力学结构数值研究部分	334
13.5	基于一阶剪切理论的任意铺设复合材料圆柱壳 屈曲和振动问题解析	349
第14章	任意铺设复合材料斜形薄板静力响应解析	356
14.1	斜坐标系下的弯曲控制方程	356
14.2	任意铺设复合材料斜形薄板静力弯曲一般 解析解的建立	359
14.3	弯曲一般解析解的数值计算	366
14.4	基于经典理论的一般铺设复合材料斜形板 振动问题解析	370
第15章	基于一阶剪切理论的任意铺设复合材料斜形板静力 响应解析	378
15.1	力学控制方程	378
15.2	斜板弯曲问题求解过程	383
15.3	解析解的数值计算结果分析	396
15.4	基于一阶剪切理论的一般铺设复合材料 斜形板振动问题解析	399
第16章	各向异性稳态热传导解析	411
16.1	矩形域各向异性热传导控制方程	411
16.2	矩形域问题解析解求解过程	411
16.3	矩形域问题解析解数值分析部分	414

16.4	各向异性斜形域稳态温度场解析	417
16.5	各向异性圆形域稳态温度场解析	419
附录	新复级数解推导过程	421
参考文献	425

第1章 绪论

1.1 引言

复合材料是由两种或两种以上的单一材料由物理或化学方法,经人工复合而成的一种多相材料。复合材料及其结构产品与金属材料相比,可大幅度地降低能量消耗和材料的消耗。复合材料在力学性能方面给材料及结构设计人员提供了自由度,而且在声、光、电等方面提供了可调性。由于复合材料的诸多优点,其在航空、航天、舰船等领域获得广泛的应用。作为一种新型材料,复合材料的应用研究为许多领域提供了研究课题。对于力学方面,复合材料作为一种各向异性材料,成为力学界研究的重点之一,20世纪50年代兴起的复合材料力学被认为是现代力学发展的重要标志之一。在工程中,以碳纤维/环氧为代表的纤维增强复合材料,多制成多层板壳结构,复合材料板壳研究有着现实的理论及工程应用价值。

1.2 复合材料结构的力学特点

与金属结构相比,复合材料及其结构具有独特的物理特点。

(1) 各向异性。复合材料在弹性常数、热膨胀系数和材料强度等方面具有明显的各向异性性质。通过铺层设计制成的复合材料叠层结构,可能呈现各种形式和各种程度的各向异性,各向异性这一特性使复合材料及其结构的力学结构复杂化,这给复合材料结构设计计算带来许多困难。另一方面,各向异性可以作为优点在设计中加以利

用。因为结构的形式、加载方式、边界条件和使用要求的不同,结构在不同方向对强度和刚度的要求也往往不同,故采用合理的铺层可在不同的方向分别满足设计要求,使结构设计得更为合理,能明显减轻质量和更好地发挥结构的效能。

(2) 不均匀性和不连续性。复合材料的单向层片是由纤维和基体组成的,在微观构造上是不均匀的。叠层复合材料除了层片之内存在着这种不均匀外,由于铺层材料和铺层方向的不同,沿厚度方向又增加了一重不均匀性,既所谓的呈层性。通常复合材料叠层结构一般存在拉剪耦合,拉弯耦合与弯扭耦合效应以及脱层问题,这给复合材料分析带来极大困难。在复合材料中也不同程度地存在纤维断裂、基体开裂、界面结合不善、脱层和空隙等现象,随着应力水平的提高和环境影响,使结构局部发生位移、应力和应变的不连续,因而使连续介质力学的原理和方法不能完全适用,这极大地影响复合材料强度分析。复合材料的不均匀性和不连续性是目前复合材料性能分散的主要原因之一,这在一定程度上限制了复合材料的使用。

(3) 层间剪切模量较低,层间剪切和拉伸强度甚低。复合材料层间剪切模量一般只有沿纤维方向模量的数十分之一。在解决复合材料结构力学问题时,很多情况下,需要考虑沿厚度方向剪切变形的影响,它使计算变得很复杂。由于层间剪切强度和层间拉伸强度只有纤维方向拉压强度的数十分之一,脱层破坏发生的可能性增大,给复合材料计算分析带来新的困难。

(4) 拉压模量和拉压强度不等。复合材料不同程度地存在拉压模量不相同的现象,而且是非线性的,这使得分析计算变得更为复杂和困难。由于复合材料在受载后其受拉区和受压区一时难于准确判断,需要多次假定和反复试算才能判断,增大了工作量。所幸,对于常见纤维复合材料,模量差别问题并不突出,采用拉压模量相同的简化假定,误差并不大。但由于拉压强度不等,强度低的部分会先产生开裂、脱层和破坏,随之带来一系列问题。

(5) 几何非线性 and 物理非线性。复合材料常制成薄壁轻结构,而

且由于其强度大,在载荷作用下允许较大变形,产生非线性(大挠度)问题。由于复合材料的强度刚度和其他性能在提高,结构将设计得更薄,几何非线性问题将变得更重要。

复合材料在整体应变或局部变形较大时,剪切模量和和横向拉压模量这些由基体性能控制的模量会出现明显的物理非线性。以聚合物为基体的复合材料,有时还要考虑粘弹性,在常温下长期受载需要考虑蠕变问题,对于金属基复合材料,还存在弹塑性变形。值得注意的是,湿热现象使物理非线性更为明显。相对航空、航天工程来说,对应用于船舶工程中的复合材料结构湿效应分析显得更为重要。

在实际工程中,复合材料设计、研究往往要遇到各向异性、耦合效应、沿厚度方向剪切效应、拉压性能不等及几何物理非线性等诸多问题,而且这些问题常常又以综合化形式出现,使研究更为复杂。为减小研究难度,目前研究工作大多独立涉及某一方面内容。这样对研究模型的简化处理是有工程应用背景的。在实际结构中,不同情况下的复合材料结构确实只主要呈现某一或某些特定的物理力学特性。当然不仅是具体工艺制作的结果,同时也是人为设计影响所至。在大多数实际设计过程中,为使设计分析成为可能,往往人为设置参数使其处于便于设计分析的状态。显然选用的模型越复杂,结果与实际状态越符合,这样结果是建立在对实际结构力学问题充分认识的基础上,是以加大研究难度为前提的。目前各国针对复合材料结构解析研究大都选择正交异性、特殊铺层(如反对称铺层等)和横向剪切模型进行。为更全面揭示复合材料结构力学特性,本书针对复合材料的各向异性、层合铺设带来的耦合效应、沿厚度方向剪切效应进行综合研究。

1.3 复合材料板壳理论及研究方法

经过数十年的发展,至今已提出了多种复合材料板壳理论:经典板壳理论,一阶剪切变形理论,高阶剪切理论(含简化理论),分层理论(含简化理论),三维弹性理论。