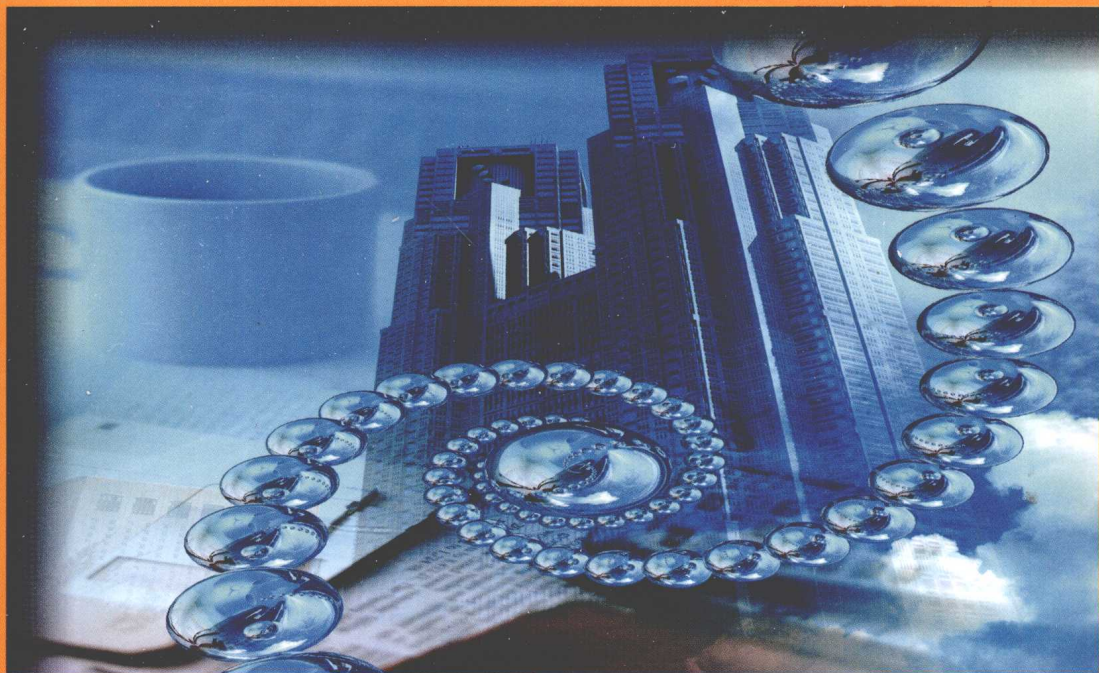


教育部推荐教材 ● 21世纪高职高专系列规划教材



经济数学

主 编 王纪东 王冬琳
副主编 刘晓明 李 岩

21SHIJI GAOZHI GAOZHUAN XILIE GUIHUA JIAOCAI

JINGJI SHUXUE



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

教育部推荐教材

21世纪高职高专系列规划教材

经济数学

主 编 王纪东 王冬琳
副主编 刘晓明 李 岩
编 者 王冬琳 王纪东 刘晓明
李 岩 夏新生 张爱香
王 妍 凌 方



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济数学/王纪东,王冬琳主编. —北京:北京师范大学出版社,
2008.6

(21 世纪高职高专系列规划教材)

(教育部推荐教材)

ISBN 978-7-303-09223-9

I. 经… II. 王… III. 经济数学-高等学校:技术学校-教
材 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 053444 号

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com.cn
北京新街口外大街 19 号
邮政编码: 100875

印 刷: 唐山市润丰印务有限公司
经 销: 全国新华书店
开 本: 170 mm × 230 mm
印 张: 11.25
字 数: 182 千字
版 次: 2008 年 8 月第 1 版
印 次: 2008 年 8 月第 1 次印刷
定 价: 19.00 元

责任编辑: 周光明 装帧设计: 李葆芬
责任校对: 李 菡 责任印制: 马鸿麟

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

北京读者服务部电话: 010-58808104

外埠邮购电话: 010-58808083

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-58800825

出版说明

随着我国经济建设的发展,社会对技术型应用人才的需求日趋紧迫,这也促进了我国职业教育的迅猛发展,我国职业教育已经进入了平稳、持续、有序的发展阶段。为了适应社会对技术型应用人才的需求和职业教育的发展,教育部对职业教育进行了卓有成效的改革,职业教育与成人教育司、高等教育司分别颁布了调整后的中等职业教育、高等职业教育专业设置目录,为职业院校专业设置提供了依据。教育部连同其他五部委共同确定数控技术应用、计算机应用与软件技术、汽车运用与维修、护理为紧缺人才培养专业,选择了上千家高职、中职学校和企业作为示范培养单位,拨出专款进行扶持,力争培养一批具有较高实践能力的紧缺人才。

职业教育的快速发展,也为职业教材的出版发行迎来了新的春天和新的挑战。教材出版发行为职业教育的发展服务,必须体现新的理念、新的要求,进行必要的改革。为此,在教育部高等教育司、职业教育与成人教育司、北京师范大学等的大力支持下,北京师范大学出版社在全国范围内筹建了“全国职业教育教材改革与出版领导小组”,集全国各地上百位专家、教授于一体,对中等高等职业院校的文化基础课、专业基础课、专业课教材的改革与出版工作进行深入的研究与指导。2004年8月,“全国职业教育教材改革与出版领导小组”召开了“全国有特色高职教材改革研讨会”,来自全国20多个省、市、区的近百位高职院校的院校长、系主任、教研室主任和一线骨干教师参加了此次会议。围绕如何编写出版好适应新形势发展的高等职业教育教材,与会代表进行了热烈的研讨,为新一轮教材的出版献计献策。这次会议共组织高职教材50余种,包括文化基础课、电工电子、数控、计算机教材。2005年~2006年期间,“全国职业教育教材改革与出版领导小组”先后在昆明、

哈尔滨、天津召开高职高专教材研讨会，对当前高职高专教材的改革与发展、高职院校教学、师资培养等进行了深入的探讨，同时推出了一批公共素质教育、商贸、财会、旅游类高职教材。这些教材的特点如下。

1. 紧紧围绕教育改革，适应新的教学要求。过渡时期具有新的教学要求，这批教材是在教育部的指导下，针对过渡时期教学的特点，以3年制为基础，兼顾2年制，以“实用、够用”为度，淡化理论，注重实践，消减过时、用不上的知识，内容体系更趋合理。

2. 教材配套齐全。将逐步完善各类专业课、专业基础课、文化基础课教材，所出版的教材都配有电子教案，部分教材配有电子课件和实验、习题指导。

3. 教材编写力求语言通俗简练，讲解深入浅出，使学生在理解的基础上学习，不囫圇吞枣，死记硬背。

4. 教材配有大量的例题、习题、实训，通过例题讲解、习题练习、实验实训，加强学生对理论的理解以及动手能力的培养。

5. 反映行业新的发展，教材编写注重吸收新知识、新技术、新工艺。

北京师范大学出版社是教育部职业教育教材出版基地之一，有着近20年的职业教育教材出版历史，具有丰富的编辑出版经验。这批高职教材的编写得到了教育部相关部门的大力支持，部分教材通过教育部审核，被列入职业教育与成人教育司高职推荐教材，并有25种教材列为“十一五”国家级规划教材。我们还将开发电子信息类的通信、机电、电气、计算机、工商管理等专业教材，希望广大师生积极选用。

教材建设是一项任重道远的工作，需要教师、专家、学校、出版社、教育行政部门的共同努力才能逐步获得发展。我们衷心希望更多的学校、更多的专家加入到我们的教材改革出版工作中来，北京师范大学出版社职业教育与教师教育分社全体人员也将备加努力，为职业教育的改革与发展服务。

全国职业教育教材改革与出版领导小组
北京师范大学出版社

参加教材编写的单位名单

(排名不分先后)

沈阳工程学院	温州大学
山东劳动职业技术学院	四川工商职业技术学院
济宁职业技术学院	常州轻工职业技术学院
辽宁省交通高等专科学校	河北工业职业技术学院
浙江机电职业技术学院	陕西纺织服装职业技术学院
杭州职业技术学院	唐山学院
西安科技大学电子信息学院	江西现代职业技术学院
西安科技大学通信学院	江西生物科技职业学院
西安科技大学机械学院	黄冈高级技工学校
天津渤海职业技术学院	深圳高级技工学校
天津渤海集团公司教育中心	徐州技师学院
连云港职业技术学院	天津理工大学中环信息学院
景德镇高等专科学校	天津机械职工技术学院
徐州工业职业技术学院	西安工程大学
广州科技贸易职业学院	青岛船舶学院
江西信息应用职业技术学院	河北中信联信息技术有限公司
浙江商业职业技术学院	张家港职教中心
内蒙古电子信息职业技术学院	太原理工大学轻纺学院
济源职业技术学院	浙江交通职业技术学院
河南科技学院	保定职业技术学院
苏州经贸职业技术学院	绵阳职业技术学院
苏州技师学院	北岳职业技术学院
苏州工业园区职业技术学院	天津职业大学
苏州江南赛特数控设备有限公司	石家庄信息工程职业学院
苏州机械技工学校	襄樊职业技术学院
浙江工商职业技术学院	九江职业技术学院

青岛远洋船员学院
无锡科技职业学院
广东白云职业技术学院
三峡大学职业技术学院
西安欧亚学院实验中心
天津机电职业技术学院
中华女子学院山东分院
漯河职业技术学院
济南市高级技工学校
沈阳职业技术学院
江西新余高等专科学校
赣南师范学院
江西交通职业技术学院
河北农业大学城建学院
华北电力大学
北京工业职业技术学院
湖北职业技术学院
河北化工医药职业技术学院
天津电子信息职业技术学院
广东松山职业技术学院
北京师范大学
山西大学工程学院
平顶山工学院
黄石理工学院
广东岭南职业技术学院
青岛港湾职业技术学院
郑州铁路职业技术学院
北京电子科技职业学院
北京农业职业技术学院
宁波职业技术学院
宁波工程学院
北京化工大学成教学院

天津交通职业技术学院
济南电子机械工程学院
山东职业技术学院
济南职业技术学院
山东省经济管理干部学院
鲁东大学
山东财政学院
山东省农业管理干部学院
浙江工贸职业技术学院
天津中德职业技术学院
天津现代职业技术学院
天津青年职业技术学院
无锡南洋学院
北京城市学院
北京经济技术职业学院
北京联合大学
北京信息职业技术学院
北京财贸职业学院
华北科技学院
青岛科技大学技术专修学院
山东大王职业学院
大红鹰职业技术学院
广东华立学院
广西工贸职业技术学院
贵州商业高等专科学院
桂林旅游职业技术学院
河北司法警官职业学院
黑龙江省教科院
湖北财经高等专科学校
华东师范大学职成教所
淮南职业技术学院
淮阴工学院

黄河水利职业技术学院
南京工业职业技术学院
南京铁道职业技术学院
黔南民族职业技术学院
青岛职业技术学院
陕西财经职业技术学院
陕西职业技术学院
深圳信息职业技术学院
深圳职业技术学院
石家庄职业技术学院
四川建筑职业技术学院
四川职业技术学院
太原旅游职业技术学院
泰山职业技术学院
温州职业技术学院
无锡商业职业技术学院
武汉商业服务学院
杨凌职业技术学院
浙江工贸职业技术学院
郑州旅游职业技术学院
淄博职业技术学院
云南机电职业技术学院
山东省贸易职工大学
聊城职业技术学院
山东司法警官职业学院
河南质量工程职业学院
山东科技大学职业技术学院
云南林业职业技术学院
云南国防工业职业技术学院
云南文化艺术职业学院
云南农业职业技术学院
云南能源职业技术学院

云南交通职业技术学院
云南司法警官职业学院
云南热带作物职业技术学院
西双版纳职业技术学院
玉溪农业职业技术学院
云南科技信息职业学院
昆明艺术职业学院
云南经济管理职业学院
云南爱因森软件职业学院
云南农业大学
云南师范大学
昆明大学
陕西安康师范学院
云南水利水电学校
昆明工业职业技术学院
云南财税学院
云南大学高职学院
山西综合职业技术学院
温州科技职业技术学院
昆明广播电视大学
天津职教中心
天津工程职业技术学院
天狮职业技术学院
天津师范大学
天津管理干部学院
天津滨海职业技术学院
天津铁道职业技术学院
天津音乐学院
天津石油职业技术学院
渤海石油职业技术学院
天津冶金职业技术学院
天津城市职业学院

常州机电职业技术学院

天津公安警官职业技术学院

武警昆明指挥学院

天津工业大学

天津开发区职业技术学院

黑龙江大兴安岭职业学院

黑龙江农业经济职业技术学院

黑龙江农业工程职业技术学院

黑龙江农业职业技术学院

黑龙江生物科技职业技术学院

黑龙江旅游职业技术学院

中国民航飞行学院

四川信息职业技术学院

四川航天职业技术学院

四川成都纺织高等专科学校

四川科技职业学院

四川乐山职业技术学院

四川泸州职业技术学院

四川成都农业科技职业技术学院

四川宜宾职业技术学院

江西省委党校

齐齐哈尔职业学院

深圳安泰信电子有限公司

维坊教育学院

德州科技职业技术学院

天一学院

成都烹饪高等专科学校

四川教育学院汽车应用技术学院

河南质量工程职业技术学院

前言

一、什么是数学建模与实验。

传统数学的学习和研究都是遵循“定义→定理→证明→推论”这样一条公理体系。公理化体系的建立充分展示了数学高度的抽象性和严谨的逻辑性。但是数学的抽象来源于对具体数学现象的归纳和总结，学习数学不仅要学习它的理论体系，而且要学习数学的思考方法。数学建模与实验正是采用归纳的方法和实验的手段来学习和理解高等数学的。可以使學生深入理解数学的基本概念和基本理论，熟悉常用的数学软件，培养学生运用所学知识建立数学模型，使用计算机解决实际问题的能力。

二、本教材借鉴数学建模在提高学生综合能力和素质方面的成功经验，以培养应用型人才为目的，将数学基本知识、数学建模与数学实验有机结合，有以下特点：

1. 教学定位明确，适当。高职高专经济应用数学教学已由过去传统的理论教学发展到现在的弱化数学理论，注重实际应用的教学模式，本教材将计算机应用和数学教学有机地结合起来，通过数学软件进行计算，增强学生对数学的认识和兴趣，促进数学教学的良性循环。

2. 突出建模思想和方法融入教材。教材中选编了丰富的建模案例以培养学生解决实际问题的能力。以 MATLAB 为软件平台，设计了适合高职高专的实验，培养学生借助现代技术手段解决实际问题的能力。

3. 加入大练习，作为期末考核一部分。每章后有一个大作业，可以三个同学一组，协作完成。培养学生的团队合作精神。

三、参加本教材编写的有北京电子科技职业学院的王冬琳、王纪东、刘晓明、李岩、张爱香、夏新生，北京师范大学的王妍，北京农业职业学院的凌方。全书由王冬琳与王纪东确定编写风格和完成最后的统稿工作。

四、由于作者水平有限，错误之处在所难免，敬请读者及专家同行不吝斧正以便我们不断地完善本教材，为我国高等职业教育事业作出贡献。

编者
2008年6月

目录

Contents

第1章 函数的极限与连续 ··· (1)	
1.1 函数的极限 ····· (1)	
1.1.1 函数的概念 ····· (1)	
1.1.2 函数的极限 ····· (5)	
1.1.3 无穷小与无穷大 ····· (7)	
1.2 极限的运算 ····· (9)	
1.2.1 极限的运算法则 ····· (9)	
1.2.2 两个重要极限 ··· (10)	
1.3 函数的连续性 ····· (11)	
1.4 数学实验: MATLAB 软件 简介及极限运算 ····· (12)	
1.5 数学建模案例 ····· (17)	
1.5.1 数学模型的概念 ····· (17)	
1.5.2 数学建模过程 ··· (17)	
第2章 导数与微分 ····· (19)	
2.1 导数的概念 ····· (19)	
2.1.1 变化率 ····· (19)	
2.1.2 导数的定义 ····· (20)	
2.1.3 基本初等函数的导数 公式 ····· (21)	
2.1.4 导数的几何意义 ····· (22)	
2.2 导数的运算 ····· (24)	
2.2.1 导数的和、差、积、 商的求导法则 ··· (24)	
2.2.2 复合函数的求导法则 ····· (26)	
2.2.3 高阶导数 ····· (28)	
2.3 微分 ····· (30)	
2.3.1 微分的定义 ····· (30)	
2.3.2 微分的几何意义 ····· (31)	
2.3.3 微分在近似计算上的 应用 ····· (32)	
2.3.4 微分形式不变性 ····· (33)	
2.4 函数的单调性与函数的 极值 ····· (34)	
2.4.1 函数单调性的判定 ····· (34)	
2.4.2 函数极值及函数极值 的判定 ····· (37)	
2.5 函数的最大值与最小值 ····· (40)	
2.6 导数的应用举例 ····· (42)	
2.6.1 导数在物理上的应用 ····· (42)	
2.6.2 最大值、最小值问题 的应用 ····· (43)	
2.6.3 导数在经济上的应 用(边际函数) ··· (45)	
2.7 数学实验: MATLAB 中 导数的求法 ····· (46)	

2.8 数学建模案例	(50)
第3章 积分	(59)
3.1 不定积分概念	(59)
3.1.1 原函数	(59)
3.1.2 不定积分	(59)
3.1.3 不定积分的几何意义	(60)
3.1.4 不定积分的性质	(60)
3.2 基本积分公式	(61)
3.3 换元积分法	(63)
3.3.1 第一换元积分法	(63)
3.3.2 第二换元积分法	(66)
3.4 分部积分法	(68)
3.5 定积分的概念与性质	(71)
3.5.1 定积分的概念 ...	(71)
3.5.2 定积分的基本性质	(72)
3.6 定积分的计算	(73)
3.6.1 牛顿—莱布尼茨公式	(73)
3.6.2 定积分换元法 ...	(74)
3.6.3 定积分分部积分法	(75)
3.7 定积分应用	(76)
3.7.1 平面图形的面积	(76)
3.7.2 经济问题举例 ...	(78)
3.8 数学实验: MATLAB 中 积分的求法	(79)
第4章 线性代数	(84)

4.1 行列式(determinant)初步	(84)
4.1.1 二阶行列式概念	(84)
4.1.2 三阶行列式的概念	(85)
4.1.3 n 阶行列式的概念	(86)
4.1.4 克莱姆(Cramer)法则	(89)
4.2 矩阵的概念	(90)
4.3 矩阵的运算	(92)
4.3.1 矩阵的加法	(93)
4.3.2 数与矩阵的乘法	(93)
4.3.3 矩阵的乘法	(94)
4.3.4 矩阵的转置	(97)
4.4 矩阵的初等变换、矩阵的秩	(98)
4.4.1 阶梯形矩阵	(98)
4.4.2 矩阵的秩	(99)
4.5 逆矩阵	(100)
4.5.1 逆矩阵的定义	(100)
4.5.2 逆矩阵的性质	(101)
4.5.3 求逆矩阵的方法	(101)
4.6 解线性方程组	(103)
4.6.1 线性方程组	(103)
4.6.2 高斯(Gauss)消元法解 线性方程组	(104)
4.7 数学实验: MATLAB 在线性 代数中的应用	(108)

4.8 建模实例: 线性代数	(110)	6.1.1 随机事件、概率的 定义	(132)
第5章 线性规划	(113)	6.1.2 概率的加法、乘法 公式	(135)
5.1 线性规划的数学模型及其 标准形式	(113)	6.2 随机变量及其分布	(139)
5.1.1 线性规划数学模型	(113)	6.2.1 随机变量的概率	(139)
5.1.2 线性规划的标准形式	(117)	6.2.2 几种常见的随机变量 的分布	(140)
5.2 线性规划的单纯型解法	(119)	6.3 期望与方差	(143)
5.2.1 单纯型方法的理论 基础	(119)	6.3.1 数学期望(平均数)	(143)
5.2.2 换基迭代求最优解的 过程	(121)	6.3.2 方差	(144)
5.2.3 用单纯型法解线性 规划问题	(122)	6.4 数理统计初步	(145)
5.3 用 LINGO 软件求解线性 规划问题	(124)	6.4.1 常用统计量	(146)
5.4 数学实验: MATLAB 在优化 问题中的应用	(126)	6.4.2 参数估计	(147)
5.5 建模实例: 优化问题	(128)	6.5 一元线性回归模型	(149)
第6章 概率论与数理统计初步	(132)	6.6 数学实验	(152)
6.1 概率的定义与公式	(132)	6.7 数学建模案例	(156)
		附录一 小型计算器统计计算方法 介绍	(160)
		附录二 标准正态分布上侧临界 值表	(162)
		参考文献	(164)

第 1 章 函数的极限与连续

函数是高等数学中最重要的基本概念之一，也是高等数学的主要研究对象。极限是在研究变量在某一过程中的变化趋势时引出的，它也是高等数学的重要基本概念，高等数学中的连续、导数、积分等概念，都是用极限表述的。本章讨论函数极限与连续的基本概念、基本性质和基本运算，并介绍它们的一些实际应用。

1.1 函数的极限

1.1.1 函数的概念

1. 函数的概念

例 1 自由落体的运动规律为

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

式中： h 为下降距离； t 为时间； g 为重力加速度。

这个公式提出了在物体自由降落的过程中，距离 h 和时间 t 之间的依赖关系。

例 2 正方形的面积 S 与周长 L 的关系可表示为

$$S = \left(\frac{L}{4}\right)^2$$

正方形的周长 L 给定了，面积 S 也定了， L 可以制约 S 。

从以上两个例子可以看出：

(1) 在以上这些变量中，有些量叫自变量。如时间 t ，周长 L ，它们有一定的取值范围。

(2) 对自变量的变化范围内的每一个确定值，通过依赖关系，总能得到一个确定的因变量值。

把这种特征抽象出来，便得到函数的概念。

定义 1.1 设 D 是非空实数集，如果对于 D 中的每一个 x ，按照某个对应法则 f ，都有确定的实数 y 与之对应，则称 y 是定义在 D 上的 x 的函数，记做 $y = f(x)$ 。

其中， D 为该函数的定义域； x 为自变量； y 为因变量； $w = \{y \mid y =$

$f(x), x \in D$ 为函数的值域.

2. 函数的表示法

在中学课程里, 我们已经知道函数的表示法主要有 3 种, 即解析法(或称公式法)、列表法和图像法.

有些函数在其定义域的不同部分用不同的公式表达, 这类函数通常称为分段函数.

例如:

(1) 符号函数如图 1-1 所示.

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

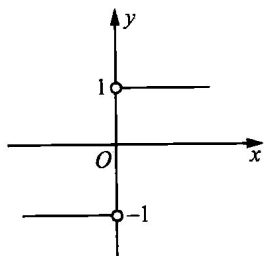


图 1-1

(2) 绝对值函数如图 1-2 所示.

$$y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

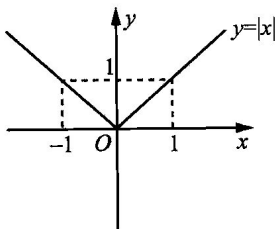


图 1-2

3. 函数的几种特性

设函数 $y = f(x)$ 在区间 I 上有定义.

(1) 有界性

例如: $\sin x, \cos x$ 是有界的, 它上不超过 1, 下不超过 -1 ; x^2 有下界而无上界, $\tan x$ 没有上界也没有下界.

(2) 单调性

例如: $y = \sin x$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上是单调增加函数, $y = \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调减少函数.

(3) 奇偶性

设对任意 $x \in I$, 有 $-x \in I$, 若有 $f(-x) = f(x)$, 则称函数 $f(x)$ 是偶函数; 若有 $f(-x) = -f(x)$, 则称函数 $f(x)$ 是奇函数.

例如: $f(x) = x \cdot \frac{a^x - 1}{a^x + 1}$ 是偶函数, $f(x) = x^2 \sin x$ 是奇函数, 而 $f(x) = \sin x - \cos x + 1$ 是非奇非偶函数.

(4) 周期性

若函数 $f(x)$ 满足 $f(x+T) = f(x)$ ($T \neq 0$), 则称 $f(x)$ 为周期函数.

周期函数的周期 T 通常是指它的最小正周期.

如 $y = \sin x$, $y = \cos x$ 都是以 2π 为周期的周期函数, 而 $y = \tan x$ 的周期是 π .

4. 基本初等函数

(1) 幂函数 $y = x^\mu$, μ 是常数.

(2) 指数函数 $y = a^x$ (a 是常数且 $a > 0$, $a \neq 1$), $x \in (0, +\infty)$.

(3) 对数函数 $y = \log_a x$ (a 是常数且 $a > 0$, $a \neq 1$), $x \in (0, +\infty)$.

(4) 三角函数:

正弦函数 $y = \sin x$, $x \in (-\infty, +\infty)$, $y \in [-1, 1]$.

余弦函数 $y = \cos x$, $x \in (-\infty, +\infty)$, $y \in [-1, 1]$.

正切函数 $y = \tan x$, $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$, $y \in (-\infty, +\infty)$.

余切函数 $y = \cot x$, $x \neq k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$, $y \in (-\infty, +\infty)$.

(5) 反三角函数:

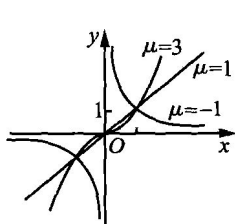
反正弦函数 $y = \arcsin x$, $x \in [-1, 1]$, $y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

反余弦函数 $y = \arccos x$, $x \in [-1, 1]$, $y \in [0, \pi]$.

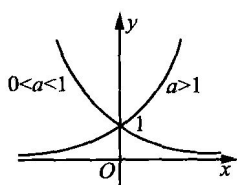
反正切函数 $y = \arctan x$, $x \in (-\infty, +\infty)$, $y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

反余切函数 $y = \operatorname{arccot} x$, $x \in (-\infty, +\infty)$, $y \in (0, \pi)$.

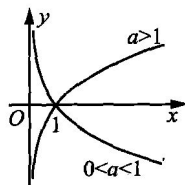
5 种基本初等函数的图形如图 1-3 所示.



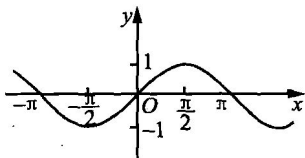
(a) $y = x^\mu$ (μ 是常数)



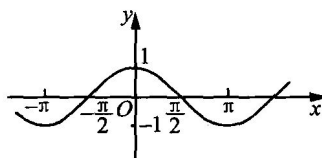
(b) $y = a^x$
(a 是常数且 $a > 0$, $a \neq 1$)



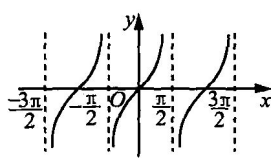
(c) $y = \log_a x$
(a 是常数且 $a > 0$, $a \neq 1$)



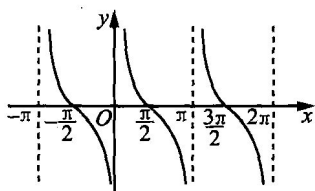
(d) $y = \sin x$



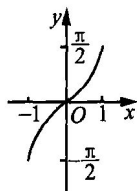
(e) $y = \cos x$



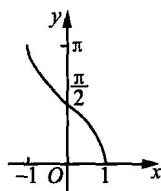
(f) $y = \tan x$



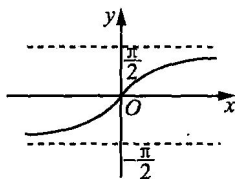
(g) $y = \cot x$



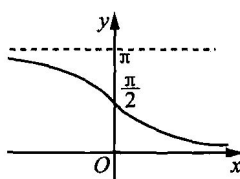
(h) $y = \arcsin x$



(i) $y = \arccos x$



(j) $y = \arctan x$



(k) $y = \text{arccot } x$

图 1-3

5. 复合函数

定义 1.2 设 y 是 u 的函数, $y = f(u)$, 而 u 是 x 的函数, $u = \varphi(x)$, 且 $\varphi(x)$ 的值全部或部分落在 $f(u)$ 的定义域内, 则 y 通过 u 的联系也是 x 的函数, 称此函数是由 $y = f(u)$ 及 $u = \varphi(x)$ 复合而成的复合函数, 记做

$$y = f(u) = f[\varphi(x)]$$

式中: x 为自变量; u 为中间变量.

由此定义, 当里层函数的值域不同于外层函数的定义域时, 只要两者有公