



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

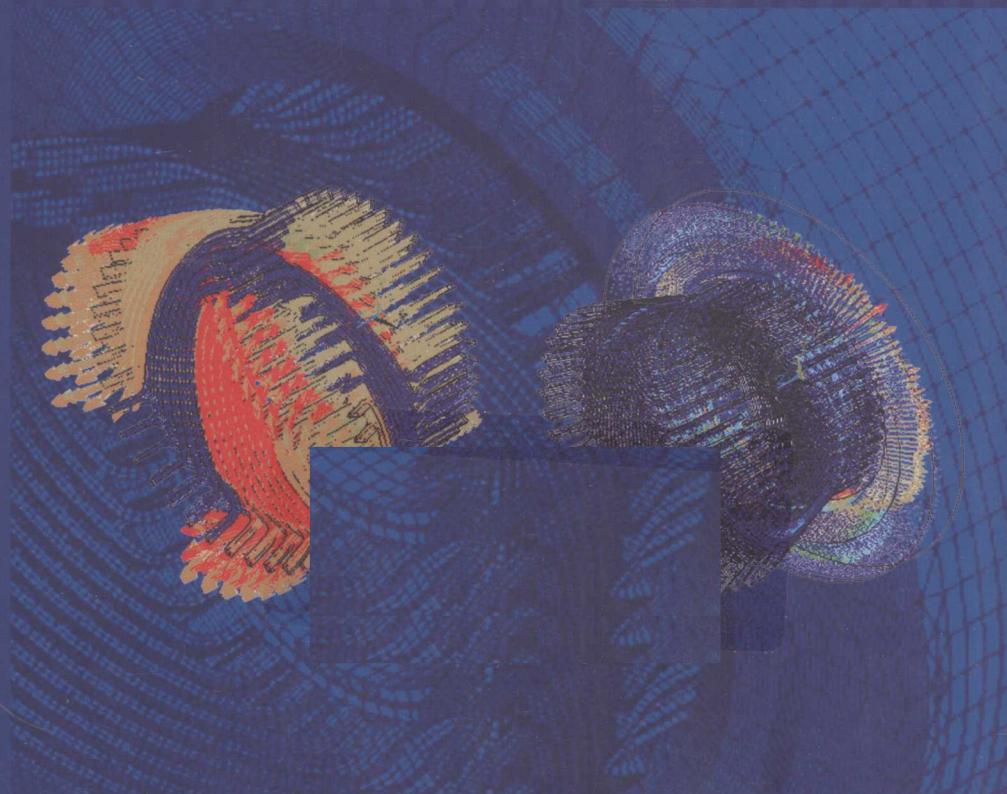


面向21世纪课程教材
Textbook Series for 21st Century

工程电磁场数值计算

倪光正 杨仕友 邱捷 等编著

第2版



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



普通高等教育“十一五”国家级规划教材
面向21世纪课程教材

工程电磁场数值计算

第2版

倪光正 杨仕友 邱捷 等编著



机械工业出版社

本书系统地论述了应用于电磁场正问题与逆问题数值计算中常用的各种计算方法。结合工程分析应用的需要,阐明了各种计算方法的基本原理及其实施要点,并提供了为构造离散数学模型所必需的数理基础知识,以及实用的计算程序和上机实践的基础知识。

全书内容分4篇,共11章:第1部分为电磁场数值分析的数理基础,概括了电磁场的特征及其数学描述,离散方程组的解法;第2部分则在第1部分的基础上结合工程分析的需求,具体介绍了常用于各种电磁场正问题的数值计算方法(数值积分法、有限差分法、有限元法、模拟电荷法、矩量法和边界元法);第3部分系面向电磁场逆问题数值分析的需要,具体介绍了实用于工程问题优化设计分析的随机类全局优化算法;第4部分则是基于全书上机算题的实践需要,概述了本书运用的FORTRAN 77 算法语言与C语言的内核,以及上机实践的基础知识。

本书既可在高等工科院校电气信息类专业大学生、研究生学习电磁场理论后,立足于工程电磁场计算机辅助分析能力培养的目的,提供深一层次的教学或参考学习用书,也可供从事电磁场应用研究的教师、科研人员或电磁场工程方面的工程师和技术人员参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

工程电磁场数值计算/倪光正等编著. —2版. —北京:机械工业出版社,2010.1

普通高等教育“十一五”国家级规划教材. 面向21世纪课程教材

ISBN 978-7-111-29431-3

I. 工… II. 倪… III. 电磁场—数值计算—高等学校—教材 IV. 0441.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第243312号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:王保家 责任编辑:王保家 谷玉春

责任校对:申春香 封面设计:张静

责任印制:乔宇

北京铭成印刷有限公司印刷

2010年4月第2版第1次印刷

184mm×260mm·22.75印张·565千字

标准书号:ISBN 978-7-111-29431-3

定价:39.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010)88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010)68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010)88379649

读者服务部:(010)68993821

封面无防伪标均为盗版

第 1 版前言

近代工程科学以计算机技术的飞速发展为基础，已进入一个理论分析研究与工程应用实际相结合的全新时期。计算机辅助分析(CAA)、设计(CAD)和制造(CAM)^①为各类工程技术的最优化应用与新发展注入了强大的生命力。顺应这一现实的发展态势，在电磁场应用研究领域，基于电磁场理论，在融汇数值计算方法和计算机软件技术新成果的基础上，衍生形成了电磁场数值计算这一新的学科分支。

科学发展史表明，自 1865 年麦克斯韦奠定经典电磁理论以来，电磁场工程技术不仅在以电磁能量和信息的传输、转换过程为核心的强电与弱电领域中，充分展示其重要作用，而且发展至今，在旁及军事、经济、生态、医疗、天文、地质等众多领域中，与多种应用技术相结合，生成了许多新技术。显然，近代科学技术发展日益呈现出各学科间的相互交叉、渗透，工程技术日趋综合、集成化的特点，进一步推动了电磁场工程技术在正、逆问题定量分析上的新需求，并促成了电磁场数值计算领域极为广泛、活跃的发展及应用态势。因此，科学技术客观上的发展需要，计算机技术所提供的物质基础，为电磁场数值计算这门新学科分支制备了迅捷发展的充要条件。这就使电磁场理论得以与现代数学、计算机科学更紧密地结合，在定量分析需求的高度上，迎合了当今工程科学技术发展的总趋势。

本书著者自 1979 年开始在电磁场理论教学中引入“数值计算方法”的教学内容，延续至今的教学实践表明，基于深化和加强电磁场工程分析的能力，学生对此学习内容浓厚的学习兴趣，教学效果显著。因而，在教育与科技相辅相成的发展中，在教学改革不断深化的进程中，20 世纪 90 年代初，由原国家教委高等学校工科电磁场理论课程教学领导小组规划，为适应电磁场课程后续教学的需要，继续加强本科学生分析和解决工程电磁场问题的能力，并使学生不间断地接受计算机辅助分析能力的培养，以满足较高层次本科大学生的培养要求，经过论证，确定了编写“电磁场数值计算”教材的立项。1996 年，本书著者按照电工类“电磁场”和电子通信类“电磁场与电磁波”课程的基本要求，以电磁场工程的 CAA 和 CAD 技术的基础知识传授为目的，汇集了著者在 20 余年教学、科研过程中积累的实际材料、讲稿等，提炼成书，由高等教育出版社出版了《电磁场数值计算》一书。该书作为高等学校教材，立意于理论联系实际，倾力帮助读者迅速有效地掌握定量分析各类工程电磁场问题所需算法及其实施过程，引起了高校和工程界同行的广泛反响，激励著者继续顺应工程电磁场应用研究的发展需求，在保持《电磁场数值计算》一书原有特色与风格的基础上，再续新篇。正是在这样的背景下，经全国高等学校电工及自动化类专业教学指导委员会审议，并报教育部高等教育司批准，本书——《工程电磁场数值计算》被列为“面向 21 世纪课程教材”，由机械工业出版社出版，以飨读者。

① CAA——Computer Aided Analysis 的简称；CAD——Computer Aided Design 的简称；CAM——Computer Aided Manufacture 的简称。

承接《电磁场数值计算》一书，本书撰写的第3篇致力拓展了关于电磁场逆问题数值分析的基本内容，从而同步于电磁场学科前沿的进展，寄望应用电磁技术的优化设计与分析成为电气工程学科与技术发展的新推动力。本书第4篇关于上机实践基础知识的展述，力求进一步适应各层次读者在编程、上机实践等方面的需求。同样，在第1、2篇内容的撰写中，著者进行了再次提炼，并充实了时域有限差分法、伽辽金有限元法、等参数有限元法和优化模拟电荷法等有关章节。此外，本书在为读者提供相应的实用计算程序的立意上，除聚焦于以FORTRAN 77算法语言编制的主体程序外，还拓展编制了有关的C语言程序，以及MATLAB程序，以应读者举一反三，延拓计算机编程应用能力的需求。这样，本书既可作为电磁场课程的后续课程教材，易于为电类专业大学生和研究生学习应用，也适合从事于工程电磁场应用研究的教师、科技工作者和工程技术人员使用。

参加本书编写的有倪光正、杨仕友、钱秀英、邱捷、钱金根、程卫英、熊素铭、张鸣柳、倪培宏九位同志，由倪光正主编。编写中得到了浙江大学、西安交通大学两校电工电子基础教学中心同仁们的热情关心和支持；高等教育出版社楼史进编审，机械工业出版社林松、韩雪清编审自始至终关注、支持著者前后二书的撰写，提出了很多宝贵的意见和建议；夏海霞、周扬、金志颖、王育槐、罗平、刘乐等硕(博)士生协助著者整理、打印书稿，并调试部分应用程序，谨在此一并致以衷心的感谢。

限于著者的能力与水平，书中不够完善乃至缺点错误之处，敬请使用本书的师生和广大读者批评指正。

著者

2004年1月于浙江大学

第2版前言

本书自2004年出版以来,已连续多次印刷以应教学、科研和工程应用之需,这充分表明在电磁场应用研究领域,电磁场数值计算这一新学科分支的发展正方兴未艾,前景令人瞩目。因而,随着我国高等教育事业持续发展的历史进程,遵循与时俱进地深化学科建设成果的指导思想,本书(第2版)的修订进入议事日程。经评审,本书——《工程电磁场数值计算第2版》继续被列入普通高等教育“十一五”国家级教材规划。

当前,在经济全球化、工程技术的国际合作与交流日趋频繁的背景下,不断完善我国高等工程教育质量,提升我国高等工程教育的国际竞争力,是我国高等教育事业持续发展的重要目标任务之一。“电磁场数值计算”课程作为“电磁场”课程群中的重要组成部分,面向国际化工程教育的定位,著者群体30余年来教学实践和科学研究的经历,均已表明这一课程的设置及其令人欣慰的理论与实践并重的教学效果,是培养电气信息类本科生、研究生们分析和解决工程电磁场问题能力的重要选择,且服务于高素质创新型科技人才培养目标的直接需求。

鉴于此,本书(第2版)在保持第1版原有特色与风格的基础上,继续以“电磁场数值计算”课程面向工程教育的定位,并聚焦于电气信息类学生知识、能力和素质培养上日益发展的需求,提炼全书内容。其中,延拓了涡流场中有限元法的应用;充实了关于优化算法最新成果的阐述;致力于优化算法实践的导引入门;并在进而完善FORTRAN 77算法语言的主体程序编制能力的立意上,结合MATLAB软件延拓了数值解可视化后处理结果的典型应用等。总之,修订后,全书内容更显丰富和充实,行文更为流畅。

参加本书(第2版)编写的有倪光正、杨仕友、邱捷、熊素铭、倪培宏等同志,由倪光正任主编。本书(第2版)编写承钱秀英教授的关心和支持,提出了很多宝贵的意见和建议,谨表示衷心的感谢,还要感谢机械工业出版社对本书(第2版)出版的全力支持。研究生肖红立参与编写和调试有关计算程序,谨致谢意。

限于著者的能力和水平,书中不够完善乃至缺点和错误之处,敬请使用本书的师生和广大读者批评指正。

著者

2009年7月于浙江大学

目 录

第 2 版前言

第 1 版前言

第 1 篇 工程电磁场数值分析的 数理基础

第 1 章 电磁场的特性及其数学模型

- 1.1 数学模型
- 1.2 电磁场正问题数值分析的任务
和内容
- 1.3 电磁场逆问题数值分析的任务
和内容
- 1.4 电磁场的基本规律——麦克斯
韦方程组
- 1.5 场矢量的微分方程
- 1.6 位函数的微分方程
- 1.7 定解条件
- 1.8 电介质极化场的分析
- 1.9 媒质磁化场的分析
- 1.10 电磁能量、电磁参数和电磁力
- 1.11 物理场的相似性
- 附录 1.1 关于矢量泊松方程
- 参考文献

第 2 章 离散方程组的计算机解法

- 2.1 概述
- 2.2 高斯消去法
- 2.3 列主元消去法
- 2.4 改进的平方根法
- 2.5 松弛因子作自适应估计的
SOR 迭代法
- 2.6 共轭梯度加速迭代法
- 2.7 广义代数特征值问题的求解
- 附录 2.1 高斯消去法求解线性代数方程
组程序
- 附录 2.2 高斯消去法求解对称正定性

- 代数方程组程序
- 附录 2.3 列主元消去法求解线性代数方
程组程序
- 附录 2.4 改进的平方根法求解对称正定
线性代数方程组程序
- 附录 2.5 松弛因子作自适应估计的 SOR
迭代法求解大型稀疏线性代数
方程组程序
- 附录 2.6 共轭梯度雅可比加速迭代法
求解大型稀疏线性代数方程
组程序
- 参考文献

第 2 篇 电磁场正问题的数值 分析

第 3 章 数值积分法

- 3.1 概述
- 3.2 梯形与辛普生求积公式
- 3.3 高斯求积公式
- 3.4 椭圆积分的数值计算
- 3.5 基于场量积分式的数值积分法
- 3.6 基于场源离散化的数值积分法
- 3.7 典型算例
- 附录 3.1 变步长辛普生积分法程序
- 附录 3.2 二重积分的变步长辛普生积
分法程序
- 附录 3.3 一维高斯积分法程序
- 应用算题
- 参考文献

第 4 章 有限差分法

- 4.1 概述
- 4.2 差分与差商
- 4.3 差分格式的构造

4.4	差分方程组的求解	101	应用算题	238
4.5	场强与电、磁积分量的计算	102	参考文献	238
4.6	典型算例	103	第7章 矩量法	239
4.7	等值点的寻求与描绘	112	7.1 概述	239
4.8	时域有限差分法	115	7.2 矩量法的数学基础——加权 余量法	239
	应用算题	121	7.3 点匹配法与典型算例	245
	参考文献	123	7.4 伽辽金有限元法	250
第5章 有限元法		124	应用算题	252
5.1	概述	124	参考文献	253
5.2	变分原理	125	第8章 边界元法	254
5.3	有限元法的基本原理	131	8.1 概述	254
5.4	有限元的前、后处理的基础 技术	140	8.2 基础知识	255
5.5	平行平面和轴对称静态电、磁场的 有限元方程	148	8.3 边界积分方程	257
5.6	非线性场中的有限元法	155	8.4 边界元方程及方法实施	259
5.7	时谐电磁场中的有限元法	162	8.5 典型算例	265
5.8	等参数有限元法	171	附录 8.1 线性单元边界元法的通用 计算程序	268
附录 5.1	一阶有限元法的通用计算 程序	175	应用算题	275
附录 5.2	规则平面域的自动剖分 程序	185	参考文献	276
附录 5.3	圆形域的自动剖分程序	189	第3篇 电磁场逆问题的数值 分析	277
附录 5.4	有限单元编号按媒质特性 重行排序的程序	192	第9章 电磁场逆问题	277
附录 5.5	磁化曲线数值逼近的程序	193	9.1 概述	277
附录 5.6	绘制等值线的 MATLAB 程序(1)	194	9.2 优化算法	278
附录 5.7	涡流场有限元计算程序	202	9.3 参数计算与模型接口问题	279
附录 5.8	绘制等值线的 MATLAB 程序(2)	213	9.4 其他相关问题	279
应用算题		214	9.5 计算实例	280
参考文献		217	参考文献	281
第6章 模拟电荷法		219	第10章 随机类全局优化算法	283
6.1	概述	219	10.1 概述	283
6.2	模拟电荷法的基本原理与应用	220	10.2 模拟退火算法	283
6.3	模拟电荷的类型及其电位、场强 系数的计算式	225	10.3 禁忌算法	284
6.4	典型算例	228	10.4 基因(遗传)算法	286
6.5	优化模拟电荷法	237	10.5 粒子群算法	288
			10.6 表面响应模型	289
			10.7 矢量优化算法	291
			10.8 计算实例	296

附录 10.1 基本禁忌搜索算法程序	299	积分法程序	321
参考文献	304	附录 11.3 应用有限差分法求解长直 接地金属槽中电场的计算 程序	325
第 4 篇 数值计算的实践基础	305	附录 11.4 电磁散射场(FDTD)的计算 程序	329
第 11 章 上机指南	305	附录 11.5 一阶有限元法的通用计算 程序	334
11.1 上机环境	305	参考文献	345
11.2 FORTRAN 77 语言的应用	305	附录	346
11.3 标准 C 语言概述. 典型 C 语言源 程序汇编	313	附录 A 坐标系统	346
11.4 MATLAB 软件的应用	315	附录 B 矢量分析公式	346
11.5 上机算题的指导	317	应用算题解答与提示	349
附录 11.1 列主元消去法求解线性代 数方程组程序	318		
附录 11.2 二重积分的变步长辛普生			

第 1 篇 工程电磁场数值分析的数理基础

第 1 章 电磁场的特性及其数学模型

本章基于宏观电磁理论描述表征电磁场特性的数学方程和关系式，形成建立工程电磁场数学模型和实施数值计算方法的数学物理基础。为适应工程问题分析计算的需要，阐述中特别强调在数学和物理意义上静态、准静态和动态电磁场之间的场特性的区别，并讨论了媒质不连续性和不均匀性的特征描述。为进一步扩展本书分析内容的深广度，本章还概括地提出了物理场的相似性。

1.1 数学模型

回溯自然科学发展的历史，早在伽利略时期，即已认为理解宇宙的原理是数理。其后，牛顿(I. Newton, 1642—1727)将力学法则用单纯的数学关系式来表达，结合由他创始的微积分方法，通过数学分析地球上的潮汐降落、摆的周期和天体中行星运动等自然现象，创立了牛顿力学。此后，在包含物理学在内的自然科学领域内，致力于应用数学来阐明自然界各种现象，成为科学史的发展趋势。也就是说，人们应用单纯的数学关系式来描述自然法则，求其解答，并在与实验和观测结果相比较的基础上，去理解和应用自然现象。

近代，随着电子计算机技术的迅速发展，数学的应用在继续深入延拓到各工程、物理学科领域的同时，也进一步扩展到经济、生态、人口和社会等非物理学科领域。实践表明，许多以工程经验判断、定性分析为依据的工程设计，现正逐步发展为相关的计算机辅助工程(CAE)和计算机辅助设计(CAD)等定量的工程优化设计；同样，许多以定性方法为基础的学科正在转向量化发展的道路，众多边缘学科应运而生。这就使数学在发展生产、经济管理，以及各自然与工程科学学科中的重要性日益为人们所理解和接受，促成了近代应用数学及其相关学科相辅相成的新发展。

当应用数学方法解决上述各类物理或非物理问题时，首先必须建立数学模型，然后在此数学模型的基础上进行实际问题的理论分析和科学研究。显然，建立的数学模型必须精确地逼近实际问题，否则，在理论分析中即使采用最巧妙的数学处理，其结果也未必有用。因此，建立一个完善的数学模型乃是解决各类实际问题的关键。

所谓数学模型，指的是对客观事物的一种抽象的模拟，它遵循事物固有的规律性，通过数学语言(数学符号、数学表达式、图形等)描绘出客观事物的本质属性及其与周围事物的内在联系。应当指出，通常与客观事物完全吻合的数学表述并不多见，因此实际的数学模型往往是在对实际问题进行理想化假设后所给出的数学描述。此外，数学模型的确立，还必须要求

它的分析计算结果能为实验、测试所证实, 或者它能被推广说明许多事实, 乃至可以预测为人们所公认的结果。例如, 牛顿创立的万有引力定律就经受了哈雷彗星的研究、海王星的发现等大量事实的考验。同样, 麦克斯韦(J. C. Maxwell, 1831—1879)在1865年提出电磁场基本方程组, 并预言了电磁波的存在。至今, 一百多年来电磁学科领域科技发展的进程证明麦克斯韦方程组是宏观电磁现象与电磁过程普遍适用的数学模型, 奠定了经典电磁理论的基础。

既然数学模型是客观事物的一种数学描述, 因而对于同一事物, 基于不同的出发点, 就可以有不同类型的数学模型描述。根据构造数学模型的数学方法分类, 模型可以分为微分方程模型、积分方程模型、优化模型和控制论模型等。根据问题中变量的特征分类, 模型又可分为确定性模型和随机性模型。根据问题的变化情况又可分为连续型模型与离散型模型。此外, 还有线性模型与非线性模型, 静态模型与动态模型等分类方法。应当指出, 数学模型分类并不具有特殊的意义, 但概念的引入将便于理解, 有助于综合使用各种数学工具, 从各个不同侧面去揭示某一实际问题的本质属性。

如上所述, 宏观电磁理论最高度概括的数学模型就是麦克斯韦方程组。结合实际问题中千变万化的定解条件(边界条件与初始条件), 在引用相应的数学方法后, 常用的各类电磁场问题的数学模型可以归结为微分方程模型、积分方程模型和属于优化模型的变分方程模型三大类。

1.2 电磁场正问题数值分析的任务和内容

鉴于工程电磁场问题的复杂性, 即各类电磁装置在其结构设计、几何形状和材料电磁特性上的复杂性, 致使应用于电磁场分析计算的各种解析计算方法, 如分离变量法、保角变换法、镜像法和格林函数法等, 已难以适应工程电磁场问题分析求解的需要。因而, 40余年来, 随着计算机技术的飞速发展, 属于近似计算方法范畴的各种电磁场数值计算方法得到了长足的进展, 并最终已可满足科技和工程方面对于数学模型精确分析的实际需要。

归属电磁场分析研究领域的各类电磁装置中的电磁场问题, 其共同的基本点在于给定场的计算区域、各区域材料(媒质)组成和特性, 以及激励源的特性, 求其场域中场量随时间、空间分布的规律(场分布), 即构成为电磁场的正问题。因而, 对应于电磁场正问题的电磁场数值分析的任务是根据电磁场的基本特性, 即基于麦克斯韦方程组, 首先, 建立逼近实际工程电磁场正问题的连续型的数学模型; 然后, 采用相应的数值计算方法, 经离散化处理, 把连续型数学模型转化为等价的离散型数学模型——由离散数值构成的联立代数方程组(离散方程组), 应用有效的代数方程组解法, 计算出待求离散数学模型的离散解(即场量的数值解); 最后, 在所得该电磁场正问题的场量(含位函数)离散解的基础上再经各种后处理过程, 就可以求出所需的场域中任意点处的场强, 任意区域的能量、损耗分布, 以及力、力矩响应和各类电磁参数与性能指标等, 以达到对给定的工程电磁场正问题进行理论分析、工程判断乃至优化设计等目的。

综合电磁场正问题数值分析处理的全过程, 其流程图如图1-1所示。由图可见, 以各种数值计算方法为其核心, 执行电磁场正问题数值分析不仅必须具备一定的数学、物理基础和有关电磁场的专门知识, 而且建模过程在很大程度上还必须有赖于工程知识和经验的积累, 使之有可能采用恰当的理想化假设, 准确地给定问题的定解条件(初始条件和边界条件)。此外, 对

应于计算流程的前处理(如场域剖分、数据文件构成等)、数据处理和后处理(如场强、电磁参数、能量和力的计算,以及可视化的等位线、场线与彩色云图的描绘等),分析者在计算机编程和应用方面的能力,以及包括计算机软件支持条件等,均是实现数值计算的重要因素。

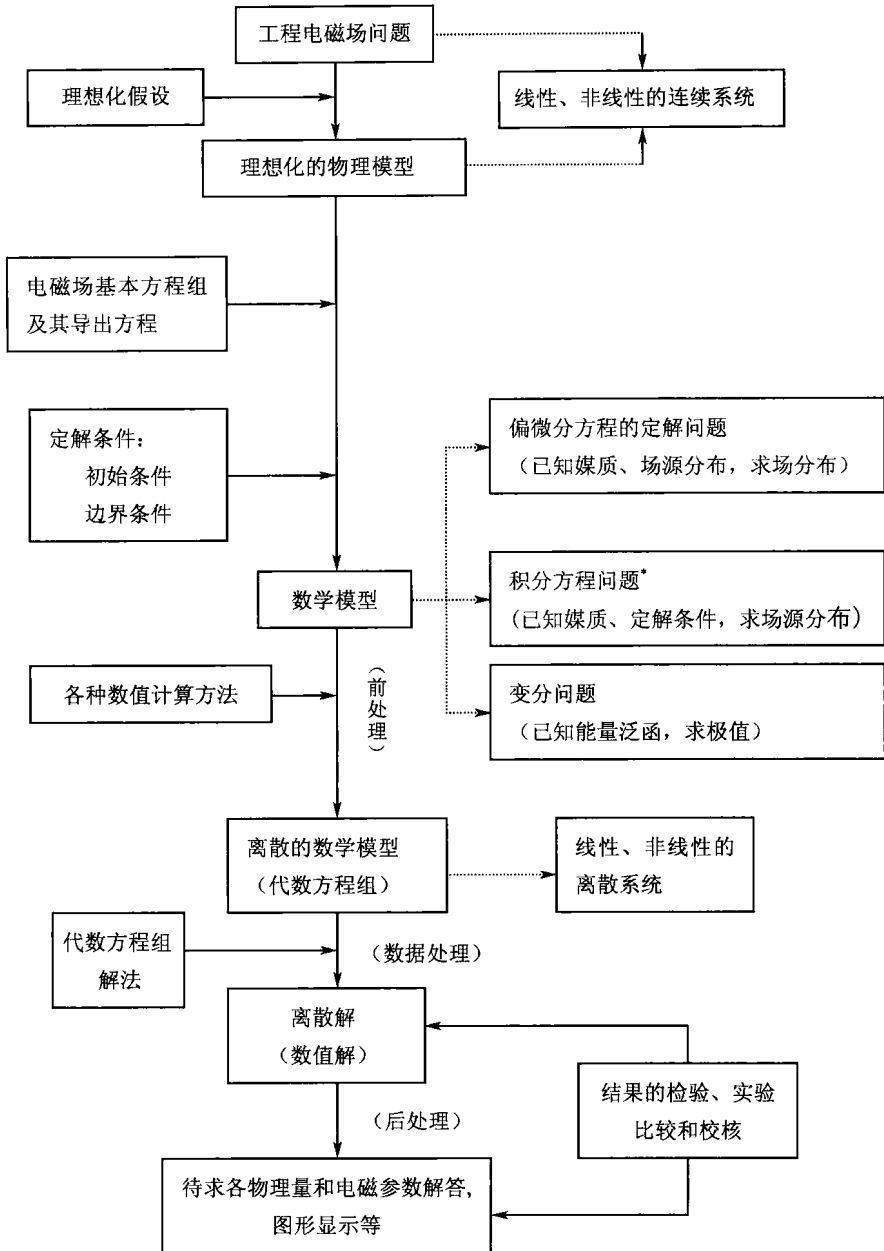


图 1-1 电磁场正问题数值分析流程图

注: 电磁场积分方程型的数学模型本质上归属电磁场逆问题的范畴, 此处引入仅限于与相关数值计算方法对应描述的需要。

前已指出, 高速、大容量计算机的问世, 为高精度、高效率的数值计算奠定了基础。经过 40 余年的发展, 电磁场正问题的数值分析已经取得大量应用研究和工程分析、设计的成果, 各种电磁场 CAD 商品化软件(如 ANSYS、Ansoft、Vector Field 等)也已进入相关的研究部

门、生产企业，产生日益明显的经济效益。与此同时，电磁场数值计算的理论和方法日趋完善，业已成为电工理论学科中的一门新兴的应用学科分支。

就电磁场正问题数值分析的核心内容——各种实用的数值计算方法而论，它们是将原连续型数学模型转化为等价的离散型数学模型的基础。取决于不同的数学内涵，目前在电磁场数值分析中常用的数值计算方法有：应用于微分方程型数学模型的有限差分法、有限元法和蒙特卡洛法；应用于积分方程型数学模型的模拟电荷法、矩量法和边界元法，以及基于直接积分运算关系式的数值积分法等。此外，各类数值计算方法的相互组合，如微分和积分组合型数学模型的单标量磁位法、双标量磁位法等，进一步拓展了数值计算方法在工程实践中的应用。本书将分章阐述其中常用的主要方法及其工程应用。

1.3 电磁场逆问题数值分析的任务和内容

当前，工程科学技术的发展已经在各类电磁装置的综合问题上，即电磁场逆问题的数值分析研究领域，提出了日益迫切的需求。与电磁场正问题相对应，电磁场逆问题就是根据电磁装置设定的场量值及其有关特性的要求，求解该装置的结构、尺寸、媒质性能参数和激励参数。也就是说，需要通过该装置的优化设计来实现电磁场逆问题分析计算的目标。目前，对于电磁场逆问题的求解，都是将其分解为一系列的正问题，然后采用一定的优化算法通过迭代解算寻求其最优解，以达到最终优化设计的目的。由于在每一步迭代计算中，均需进行若干次电磁场正问题的数值计算和其他一些辅助计算，因此，相对于正问题而言，逆问题的分析计算不仅显得更为复杂和困难，而且其求解、计算量大，占用计算机内存和 CPU 时间多。也正因如此，惟有随着计算机技术的发展，以及电磁场数值计算理论和方法的不断丰富和完善，才使电磁场逆问题从 20 世纪 80 年代中期以来成为电磁场应用研究的热点，并日益展现其令人瞩目的工程实用前景。

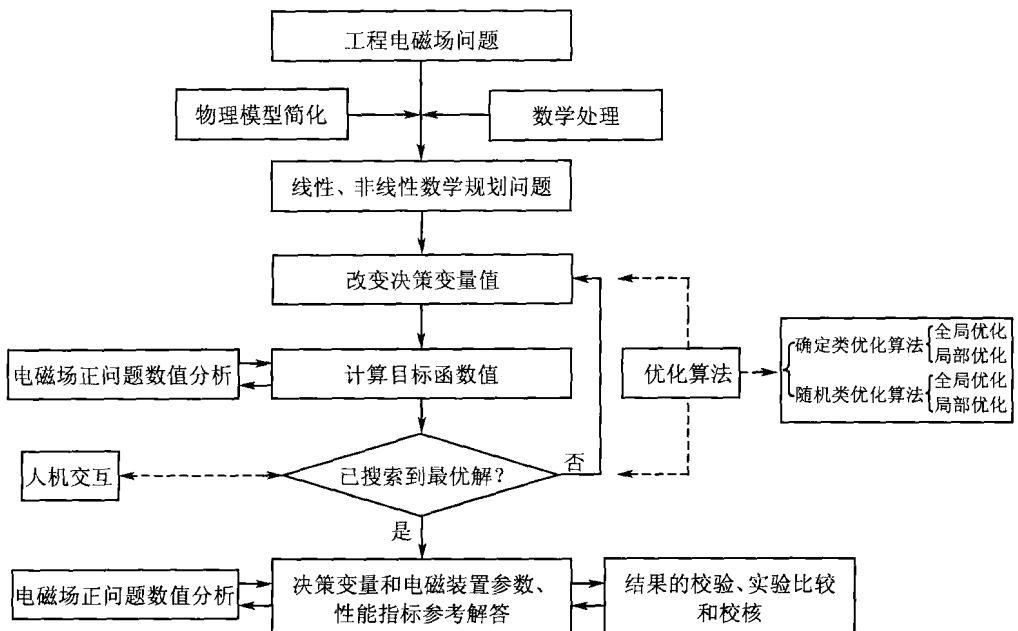


图 1-2 电磁场逆问题数值分析流程图

综合电磁场逆问题数值分析处理的全过程,其流程图如图 1-2 所示。鉴于工程优化设计的实际需要,如后面第 3 篇所述,本书以工程电磁场问题的全局优化为逆问题数值分析的论点,因此,对应于图 1-2 中所列各种全局优化算法,将聚焦于模拟退火算法、基因算法、进化算法、禁忌算法和粒子群算法等随机类优化算法的阐述及其工程应用。

1.4 电磁场的基本规律——麦克斯韦方程组

宏观电磁现象的基本规律可以非常简洁地用一个方程组,即麦克斯韦方程组来表示。这一电磁场基本方程组的基本变量为 4 个场矢量(简称场量):电场强度 \mathbf{E} (V/m)、磁感应强度 \mathbf{B} (T)、电位移矢量 \mathbf{D} (C/m²)和磁场强度 \mathbf{H} (A/m),以及两个源量:电流密度 \mathbf{J} (A/m²)和电荷密度 ρ (C/m³)。在静止媒质中其微分形式可以表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \end{array} \right. \quad (1-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1-4)$$

为表征在电磁场作用下媒质的宏观电磁特性,尚应给出以下 3 个媒质的构成关系式:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (1-5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1-6)$$

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} \quad (1-7)$$

应当注意,式(1-5)~式(1-7)中分别引入的媒质宏观特征参数——介电常数 ε 、磁导率 μ 和电导率 γ ,只有在线性且各向同性媒质的情况下,才是简单的常数。工程上广泛应用的铁磁材料,其 \mathbf{B} — \mathbf{H} 关系呈现为含有磁滞效应和损耗的复杂的非线性规律,此时, $\mu = \mu(H)$ 为依赖于场量变化的某个函数表达式。此外, ε 和 μ 还可以描述各向异性材料,这时由于材料中通量密度方向与场强方向的不一致,它们应分别记作张量。在 SI 单位制中,对应于自由空间的介电常数 $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m,磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m,满足在真空中光速 $c = (\mu_0 \varepsilon_0)^{-1/2} = 2.998 \times 10^8$ m/s 的基本关系。麦克斯韦方程组描述了场源(电荷、电流)激发电磁场的一般规律,而从全面分析电磁场问题的需要出发,还常引用另一基本方程,即电荷守恒定律

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1-8)$$

这一表征时变电荷 ρ 与全电流密度 \mathbf{J} 之间关系的电流连续性方程可由麦克斯韦方程组直接导出。此外,从另一侧面描述电磁场对电荷与电流(运动电荷)的作用,其规律归结为洛仑兹力公式

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (1-9)$$

1.4.1 动态电磁场

对应于动态情况下的时变电磁场,其基本方程即为一般形式的麦克斯韦方程组[式

(1-1) ~ 式(1-4)]。此时, 式中的场量(\mathbf{E} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{D} 、 \mathbf{H})和源量(\mathbf{J} 、 ρ)均为空间坐标(位矢 $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$)和时间坐标(t)的函数。例如, 归属 1.4.3 节所论的各类准静态场; 天线辐射和接收场; 速调管和磁控管这类电子装置中的场等均属动态电磁场。

应指出, 麦克斯韦方程组的 4 个方程并不都是独立的, 如对式(1-1)取散度, 并代入电流连续性方程[式(1-8)], 即可导得式(1-4); 同理, 如对式(1-2)取散度, 即可导得式(1-3)。因此, 只有两个旋度方程[式(1-1)和式(1-2)]是独立方程。鉴于每一个旋度方程对应于 3 个标量方程, 所以麦克斯韦方程组给出了 6 个独立的标量方程。这样, 在给定场源与相应的定解条件下, 求解时变电磁场时, 面对待求场矢量(\mathbf{E} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{D} 、 \mathbf{H})共 12 个独立的待求分量, 麦克斯韦方程组必须与媒质的构成关系式[式(1-5) ~ 式(1-7)]相结合, 才能完成数学模型的构造。

1.4.2 时谐电磁场

在电气工程、无线电工程和电子工程装置中, 常涉及随时间按正弦规律变化的电磁场(若是线性媒质中按非正弦周期变化的电磁场, 则可以通过分解为基波和各次谐波正弦激励的叠加, 予以分析处理)。例如, 电磁信息传输中的波导场, 交流电机、电器中的电磁场等。这时, 在线性媒质、正弦激励且稳态条件下, 一般形式的麦克斯韦方程组可归结为不显含时间的复相量表示形式。这就是说, 任何一个电、磁场量都可用一复相量表示。例如, 电场强度可用一个与时间无关的复相量表示成 $\dot{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{j\varphi_E(\mathbf{r})}$, 它所对应的实际时变电场则可取 $\sqrt{2}\dot{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) e^{j\omega t}$ 的实部而得(ω 为正弦激励的角频率), 即所论场点 $p(\mathbf{r})$ 处电场的实时描述为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_p(\mathbf{r}, t) &= \text{Re}[\sqrt{2}\dot{\mathbf{E}}_p(\mathbf{r}) e^{j\omega t}] = \text{Re}[\sqrt{2}\mathbf{E}_p(\mathbf{r}) e^{j(\omega t + \varphi_E)}] \\ &= \sqrt{2}\mathbf{E}_p(\mathbf{r}) \cos[\omega t + \varphi_E(\mathbf{r})] \\ &= \sqrt{2}E_{px}(\mathbf{r}) \cos[\omega t + \varphi_E(\mathbf{r})] \mathbf{e}_x \\ &\quad + \sqrt{2}E_{py}(\mathbf{r}) \cos[\omega t + \varphi_E(\mathbf{r})] \mathbf{e}_y \\ &\quad + \sqrt{2}E_{pz}(\mathbf{r}) \cos[\omega t + \varphi_E(\mathbf{r})] \mathbf{e}_z \end{aligned}$$

这样, 正弦稳态情况下的时变电磁场(简称为时谐电磁场), 由麦克斯韦方程组可推得其对应的相量形式为

$$\begin{cases} \nabla \times \dot{\mathbf{H}} = \dot{\mathbf{J}} + j\omega \dot{\mathbf{D}} & (1-10) \\ \nabla \times \dot{\mathbf{E}} = -j\omega \dot{\mathbf{B}} & (1-11) \\ \nabla \cdot \dot{\mathbf{B}} = 0 & (1-12) \\ \nabla \cdot \dot{\mathbf{D}} = \dot{\rho} & (1-13) \end{cases}$$

式中, 以相量形式表征的各场量和源量均仅为空间坐标的函数, 其模为相应正弦量的有效值。

一般称式(1-1) ~ 式(1-4)为麦克斯韦方程组的时域形式, 而称式(1-10) ~ 式(1-13)为麦克斯韦方程组的频域形式。显然, 采用复数表示时谐电磁场后, 不再含有场量对时间 t 的偏导数, 从而使其分析与直接在时域形式下的分析相比, 得以明显简化。

应指出, 在时谐电磁场条件下, 对有损媒质, 进而引入复介电常数 $\tilde{\epsilon} = \epsilon' - j\epsilon''$ (虚部 ϵ'' 表征了有损电介质中的电极化损耗)、复磁导率 $\tilde{\mu} = \mu' - j\mu''$ (虚部 μ'' 表征了有损磁介质中的磁

化损耗)和等效复介电常数 $\tilde{\epsilon}_e = \epsilon' - j\left(\epsilon'' + \frac{\gamma}{\omega}\right)$ (虚部表征有损电介质中同时存在的电极化损耗和欧姆损耗),以描述其相应的宏观电磁特征参数。

1.4.3 准静态场

在分析研究导电媒质中的时变电磁场时,若场域中各处位移电流密度远小于传导电流密度,则可忽略位移电流效应。此时,该时变电磁场即称为准静态情况下的电磁场(磁准静态场),其基本方程除麦克斯韦第一方程[式(1-1)]可近似表述为

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1-14)$$

之外,其余方程[式(1-2)、式(1-3)和式(1-4)]保持有效,而且基于式(1-14),因任一矢量旋度的散度恒等于零,故在准静态下电荷守恒定律归结为

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (1-15)$$

显然,若该磁准静态场处于正弦激励、稳态工况下,则如上述,式(1-14)将进而可由相量表示为

$$\nabla \times \dot{\mathbf{H}} = \dot{\mathbf{J}} \quad (1-16)$$

而与其他相量形式的方程[式(1-11)、式(1-12)和式(1-13)]共同组成时谐的磁准静态场基本方程组。同样,电荷守恒定律表示成

$$\nabla \cdot \dot{\mathbf{J}} = 0 \quad (1-17)$$

值得指出,此时,就导电媒质而言,应满足所谓良导体条件,即该媒质的电导率 $\gamma \gg \omega\epsilon$ 。按这一条件可见,相应的磁准静态场的激励源频率将可扩展至 X 射线的频率段。电气技术中的涡流问题就是这类磁准静态场的典型应用实例,它广泛地伴随在电机、变压器、感应加热装置、磁悬浮系统、电磁测量仪表、磁记录头和螺线管传动机构等工程问题之中。

与磁准静态场相对应,还存在另一种可忽略电磁感应效应而导出的准静态情况下的时变电磁场(电准静态场)。这类场的基本方程除麦克斯韦第二方程[式(1-2)]可近似表述为

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (1-18)$$

之外,其余方程[式(1-1)、式(1-3)和式(1-4)]保持有效。电力传输系统和装置中的高压电场,各种电子器件、设备和天线近区的电场等,均属这类电准静态场的工程应用实例。

应该指出,无论是忽略电磁感应效应的电准静态,还是忽略位移电流效应的磁准静态,它们都满足所谓准静态条件: $L \ll \lambda$ [或 $(L/c) \ll T$]。也就是说,电磁波以速度 c 传播通过所论电磁系统的最大线度尺寸 L ,其所需时间应远小于该电磁波变动一个周期所对应的时间 T 。显然,准静态下的源量和场量都是时间和空间的函数,但电磁波传播的推迟作用可以忽略不计,这表明给定某一瞬间的源,即决定了同一瞬间的场分布,而该场分布与稍早瞬间的源状态并无关联。同样,这也表明,对于给定瞬间准静态场的分析计算,完全等同于相应的静态场问题。

1.4.4 静态场

对应于电量不随时间而变化的静止电荷所产生的静电场,或由恒定电流所产生的恒定磁场,其相应的静态电场或静态磁场的基本方程组,显然由麦克斯韦方程组可以分别归结为

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = 0 & (1-19) \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho & (1-20) \end{cases}$$

和

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} & (1-21) \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 & (1-22) \end{cases}$$

式中, 场量和源量均为不随时间而变化的空间坐标的函数。这时, 客观的静态电磁场的物理现象将呈现为单一的电场或磁场效应。

1.4.5 电磁场基本方程组的积分形式

在以上讨论的基础上, 分别运用场论中的斯托克斯定理和高斯散度定理, 就能导出各种状态下电磁场基本方程组的积分表达形式。以动态电磁场为例, 与麦克斯韦方程组的微分形式[式(1-1)~式(1-4)]相对应的积分表达式为

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i = \int_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} + \frac{\partial}{\partial t} \int_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-23)$$

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-24)$$

$$\oint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1-25)$$

$$\oint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_v \rho dV \quad (1-26)$$

1.5 场矢量的微分方程

鉴于工程电磁场问题分析的需要, 若直接基于麦克斯韦方程组求解, 则因在数学上该多重耦合、多变量的微分方程组较难着手处理, 因此, 人们乐于面对在解耦情况下分别由单个场矢量所给定的微分方程。为此, 基于麦克斯韦方程组导出由场矢量 \mathbf{H} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{E} 、 \mathbf{D} 或 \mathbf{J} 所满足的偏微分方程。现首先推导关于场矢量 \mathbf{H} 的导出方程。对于线性、均匀且各向同性媒质, 设场域中无自由电荷分布, 则由式(1-1)取旋度运算, 并以 $\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E}$ 和 $\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ 代入, 使得

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \mathbf{H} &= \nabla \times (\gamma \mathbf{E}) + \nabla \times \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon \mathbf{E}) \\ &= -\mu \gamma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (1-27)$$

由于

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} = -\nabla^2 \mathbf{H}$$

代入式(1-27), 即得

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu \gamma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1-28)$$

同理可证

$$\left(\nabla^2 - \mu \gamma \frac{\partial}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{E} \\ \mathbf{D} \end{Bmatrix} = 0 \quad (1-29)$$

式(1-28)、式(1-29)便是分别由一个场矢量(\mathbf{H} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{E} 或 \mathbf{D})所描述的一般化齐次波动方