

● 按教育部新大纲新教材同步编写

龙门 新教案

在线课堂

学生专用版

丛书主编 周益新
本册主编 陈 勇

初二几何



龍門書局

www.Longmen.com.cn



龙门教案

新教

初二几何

主 编 陈 勇
撰 稿 蔡义阳 占春生 白学揆 黄彩云
李剑光 管学军 程 娟 王晚惠
余 涛 张 艳 孙玲峰 江娇宝
王继红 江

在线课堂

龙 门 书 局

北 京

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志,凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话:(010)64034160 13501151303(打假办)

邮购电话:(010)64000246

图书在版编目(CIP)数据

龙门新教案.在线课堂.初二几何/周益新主编;陈勇编.—北京:龙门书局,2004.5

ISBN 7-80160-903-4

I. 龙… II. ①周… ②陈… III. 几何课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 033641 号

责任编辑:田 旭 樊庆菊

封面设计:耕者设计工作室

龙 门 书 局 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.longmen.com.cn>

北京市东华印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

2003 年 6 月第 一 版 开本:880×1230 大 16 开

2004 年 4 月修 订 版 印张:11 1/4

2004 年 8 月第三次印刷 字数:289 000

印数:60 001—70 000

定 价: 12.50 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)



学会学习,轻松考高分

► 你会学习吗?

在学习中,你是否存在以下问题:

☞ 你上课会不会经常走神? 老师讲课有些内容你没有听懂怎么办?

如果你上课经常走神,或者没有听懂老师的讲解,而你又不喜欢问老师问题,那你学习的过程中就会有很多不懂的问题,一个个不懂的问题积攒在一起,形成一片片知识空白,长此以往,你的成绩能提高吗?

因此,你需要一个能够像播放 VCD 一样将老师讲解再现的“纸上课堂”。

☞ 你在家学习,有问题不会怎么办?

老师不在身边,家长帮不上你的忙,问题不会,无处可问,成绩怎样,可想而知。

所以,你需要一个随时可以提问、不受约束的“便携式纸上教练”。

☞ 你有一套自己的学习方法吗?

教材你理解透彻了吗? 你是不是比较喜欢做有难度的题目,而对那些看似简单的问题不屑一顾呢? 这是大多数学生的通病——不会走,怎么能够跑呢? 即便可以,也肯定会摔跤。

记住,在你开始大量做题之前,别忘了先问一下自己:教材我理解透了吗?

以上只是你在学习中遇到的问题中很小的一部分,但这些都会导致你的成绩老是徘徊不前。我们策划这套书的初衷,就是为了解决大家在学习中的这些问题——你可以在较短的时间内学得更多,记得更牢,练得更精。

► 如何利用本丛书迅速提高学习成绩?

本套丛书是专门为那些渴望成为优等生的同学设计的,它可以用于预习、上课、课后作业时。栏目设计新颖别致,有自己独特的功能,你在使用时一定要特别注意以下几个栏目:

教材全解

你必须完全掌握教材的重要知识点,这是你解决一切问题的基础,也是前提。千万不要教材知识点还没搞明白就去追难题!

这一部分就像老师上课一样,帮你透彻理解教材知识点,在此基础上匹配典型例题,加深你对该知识点的理解,老师还为你总结了解题规律、方法技巧、易错点、误区等,然后通过一两个同类变式的练习,检测你是否全面理解与掌握了该知识点。

问题研讨

综合延伸

创新探究

此部分根据重点内容的不同、针对你遇到的问题不同,分为三种情况:

① 你经常容易出错的概念、误区、易错点用“问题研讨”,通过几位同学的讨论让你知道哪里容易出错、为什么会出这样的错,从而避免你在做题的过程中重蹈他们的覆辙。

只要你是聪明人,一定能品味出其中的味道的。

② 对经常会出现综合应用、拓展延伸的重点内容,我们为你设计了“综合延伸”栏目,这部分的例题都有相

当的综合性和一定的难度。

你一定要特别关注“延伸总结”栏目,因为它将知识点向何处延伸、发散点等内容总结得十分详尽。吃透此栏目,“举一反三”没问题!

③最近的中高考考试大纲都明确提出“着重考察学生运用知识分析和解决实际问题的能力”,在高考试题中,研究性学习的内容不仅是考试热点,而且比重在不断增加。

为了从一开始就培养你的创新能力和研究性学习的能力,本书特别设计了“创新探究”这一栏目。你可一定要特别注意哦!

要点记忆

在你身边,肯定有很多同学特别喜欢做题,以为做题是取得好成绩的“法宝”。其实不然!我们老祖宗有句古话“磨刀不误砍柴工”,如果你的刀快,那么砍起柴来肯定既快又多又省劲。“要点记忆”这一栏目就是你的磨刀石,它将你最需要掌握的问题全部归纳在一起,尤其是在期中、期末复习时,只要你完全记在心中,相信你一定会取得满意的成绩!

总而言之,本套丛书是龙门书局两年多来的研究成果,也是黄冈重点中学学科带头人的呕心沥血之作,它既是一本可以随时播放的“纸上课堂”,又是一位可随时交流的“纸上教师”,其中“宝藏多多”,善于发掘者一定会“满载而归”。

“世上无难事,只怕有心人。”渴望成为优等生的你,一定要做生活的有心人,那么,开始行动起来吧!

《龙门新教案·在线课堂》

丛书策划组

2004年5月于北京



主编寄语

这种方法最有效

多少年来,许多教育学家一直在探索:老师怎样教,学生怎样学,才最有效果?经过长期探索、实验、比较,结论是——紧扣教材,边讲边练,师生双方交流合作探究,达到融会贯通。通过典型例题的讲解,使学生全面掌握知识要点和解题方法、技巧、规律。通过举一反三的训练和实践、探究、应用活动,加强学生发散性思维的培养。

《龙门新教案·在线课堂》丛书正是这种科学训练方法的结晶。本丛书与同类书相比,其突出的特点是:

一、课堂教学的真实性

丛书将开发学生潜能的“同步学案”融化在“同步教案”之中,像VCD一样再现黄冈重点中学一代名师每一节课的精彩讲解,师生双向交流、合作探究的思路贯穿教师授课的全部过程

二、教材讲解的细致性

丛书的语文、英语学科对教材逐字逐词、逐句逐段讲解,细致入微;数学、物理、化学学科对教材重点内容采用“一点、一讲、一例、一练”的方法,即每一个重要知识点对应一段解析、一道典型例题,然后总结这类题目的解题规律、方法技巧、警示误区,并进行变式训练,训练题新颖灵活,步步升级。

三、教育理念的超前性

丛书每一节课的创设意境、导入新课,关注学生的学习兴趣和 life 经验,师生互动情感交流,体现了以学生为主体的意识。每一课时还根据教材内容,设置对易错点和易混淆点进行思维诊断的“问题研讨”、对知识进行拓展迁移的“综合延伸”、课外开展研究性学习活动的“创新探究”栏目,体现了倡导学生“主动参与、乐于探究、勤于动手、张扬个性、开发潜能”的现代教育理念。

四、教学风格的务实性

丛书按教育部规定的课时进行教学,课外探究、课题案例应有尽有,真正实现了同步配套课堂教学。既符合课堂师生双向交流发现、探究知识的规律,又留足空隙让学生记录课堂笔记。课堂作业适度适量、灵活、新颖;答案另附,并有详细点拨,便于测评,适合全国各地重点中学和普通中学学生课堂和课外集体使用或个人自学使用。

新世纪、新教材、新课堂、新的考试模式,对每一个学生都是一种新的感悟、新的考验。读完这本书,你会对新课程理念有更深的体会,从而在全新教育理念营造的新课堂内焕发新的活力。

丛书主编 周益新

2004年5月



编委会

总策划：龙门书局

主 编：周益新

执行编委：田 旭

编 委：龚霞玲 刘 祥 卞清胜 李显晟

阮祥富 周春来 黄孝银 金立淑

胡良君 李文溢 刘兆航 徐奉林

创意策划：田 旭 周益新



目录

龙门新教案

初二几何

第三章

三角形

第一节 关于三角形的一些概念	(1)
第二节 三角形三条边的关系	(4)
第三节 三角形的内角和	(7)
第四节 全等三角形	(10)
第五节 三角形全等的判定	(13)
第一讲	(13)
第二讲	(17)
第三讲	(20)
第六节 直角三角形全等的判定	(23)
第七节 角的平分线	(27)
第八节 基本作图	(30)
第九节 作图题举例	(33)
第十节 等腰三角形的性质	(36)
第一讲	(36)
第二讲	(40)
第十一节 等腰三角形的判定	(43)
第一讲	(43)
第二讲	(46)
第十二节 线段的垂直平分线	(49)
第十三节 轴对称和轴对称图形	(52)
第一讲	(52)
第二讲	(55)
第十四节 勾股定理	(58)
第一讲	(58)
第二讲	(61)
第十五节 勾股定理的逆定理	(64)
第十六节 创新能力综合测试	(67)

第四章

四边形

第一节 四边形	(69)
第二节 多边形的内角和	(72)
第三节 平行四边形及其性质	(75)
第四节 平行四边形的判定	(78)
第五节 矩形、菱形	(81)
第一讲	(81)
第二讲	(84)
第三讲	(87)

第四讲	(90)
第六节 正方形	(93)
第一讲	(93)
第二讲	(96)
第七节 中心对称和中心对称图形	(99)
第八节 梯形	(102)
第一讲	(102)
第二讲	(105)
第九节 平行线等分线段定理	(108)
第十节 三角形、梯形的中位线	(111)
第一讲	(111)
第二讲	(114)
第十一节 创新能力综合测试	(117)

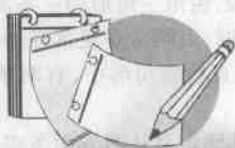
第五章

相 似 形

第一节 比例线段	(120)
第一讲	(120)
第二讲	(123)
第二节 平行线分线段成比例定理	(126)
第一讲	(126)
第二讲	(129)
第三节 相似三角形	(132)
第四节 三角形相似的判定	(135)
第一讲	(135)
第二讲	(138)
第三讲	(141)
第五节 相似三角形的性质	(144)
第六节 创新能力综合测试	(147)

附赠：参考答案提示与点拨

(147)	参考答案提示与点拨
(148)	参考答案提示与点拨
(149)	参考答案提示与点拨
(150)	参考答案提示与点拨
(151)	参考答案提示与点拨
(152)	参考答案提示与点拨
(153)	参考答案提示与点拨
(154)	参考答案提示与点拨
(155)	参考答案提示与点拨
(156)	参考答案提示与点拨
(157)	参考答案提示与点拨
(158)	参考答案提示与点拨
(159)	参考答案提示与点拨
(160)	参考答案提示与点拨
(161)	参考答案提示与点拨
(162)	参考答案提示与点拨
(163)	参考答案提示与点拨
(164)	参考答案提示与点拨
(165)	参考答案提示与点拨
(166)	参考答案提示与点拨
(167)	参考答案提示与点拨
(168)	参考答案提示与点拨
(169)	参考答案提示与点拨
(170)	参考答案提示与点拨
(171)	参考答案提示与点拨
(172)	参考答案提示与点拨
(173)	参考答案提示与点拨
(174)	参考答案提示与点拨
(175)	参考答案提示与点拨
(176)	参考答案提示与点拨
(177)	参考答案提示与点拨
(178)	参考答案提示与点拨
(179)	参考答案提示与点拨
(180)	参考答案提示与点拨
(181)	参考答案提示与点拨
(182)	参考答案提示与点拨
(183)	参考答案提示与点拨
(184)	参考答案提示与点拨
(185)	参考答案提示与点拨
(186)	参考答案提示与点拨
(187)	参考答案提示与点拨
(188)	参考答案提示与点拨
(189)	参考答案提示与点拨
(190)	参考答案提示与点拨
(191)	参考答案提示与点拨
(192)	参考答案提示与点拨
(193)	参考答案提示与点拨
(194)	参考答案提示与点拨
(195)	参考答案提示与点拨
(196)	参考答案提示与点拨
(197)	参考答案提示与点拨
(198)	参考答案提示与点拨
(199)	参考答案提示与点拨
(200)	参考答案提示与点拨



第三章 三角形



第一节 关于三角形的一些概念

在小学里我们已经认识了三角形,在日常生活和生产中,很多物体的形状都是三角形的,例如,房屋的人字梁,在栅栏门上斜着钉一条木板,构成一些三角形,大桥钢架,输电线支架,起重机支架都采用三角形结构,为什么要采用三角形结构呢?每个三角形的形状相同吗?怎样计算和作图?要解决这些问题,我们就要研究三角形的有关性质。



教材全解

重点1 三角形的基本概念

如图3-1-1,由不在同一直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形.组成三角形的线段叫做三角形的边,相邻两边的公共端点叫做三角形的顶点,相邻两边所组成的角叫做三角形的内角,简称三角形的角。

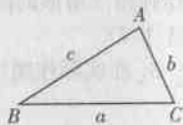


图 3-1-1

在线课堂

(1)三角形的定义有三个要点:①不在同一直线上,②三条线段,③首尾顺次相接.此三点缺一不可,这里的定义比小学的定义要严格,特别是第三点。

(2)如图3-1-1中,线段 AB 、 BC 、 CA 是三角形的边,点 A 、 B 、 C 是三角形的顶点, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 是三角形的角。

(3)“三角形”可以用符号“ $\triangle$ ”表示,顶点是 A 、 B 、 C 的三角形,记作“ $\triangle ABC$ ”,读作“三角形 ABC ”。

(4) $\triangle ABC$ 的三边,有时也用 a 、 b 、 c 来表示,如图3-1-1,顶点 A 所对的边 BC 用 a 表示,顶点 B 所对的边 AC 用 b 表示,顶点 C 所对的边 AB 用 c 表示。

例1 如图3-1-2中有几个三角形?指出这些三角形,并分别说出它们的边和角。

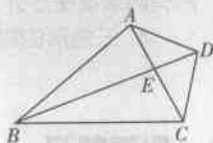


图 3-1-2



思路导引

由三角形的定义,结合图形,容易发现 $\triangle ABE$ 、 $\triangle BCE$ 、 $\triangle CDE$ 、 $\triangle AED$ 四个三角形,但还要注意多个部分组成的三角形。

解:在图中共有 $\triangle ABC$ 、 $\triangle BCD$ 、 $\triangle ACD$ 、 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ABE$ 、 $\triangle BCE$ 、 $\triangle CDE$ 、 $\triangle AED$ 8个三角形。

它们的边和角分别是:

(1) $\triangle ABC$:边: AB 、 BC 、 AC ;角: $\angle BAC$ 、 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 。

(2) $\triangle BCD$:边: BC 、 CD 、 BD ;角: $\angle BCD$ 、 $\angle BDC$ 、 $\angle CBD$ 。

(3) $\triangle ACD$:边: _____;角: _____。

(4) $\triangle ABD$:边: AB 、 AD 、 BD ;角: $\angle BAD$ 、 $\angle ABD$ 、 $\angle ADB$ 。

(5) $\triangle ABE$:边: _____;角: _____。

(6) $\triangle BCE$:边: _____;角: _____。

(7) $\triangle CDE$:边: CD 、 CE 、 DE ;角: $\angle CDE$ 、 $\angle CED$ 、 $\angle DCE$ 。

(8) $\triangle AED$:边: AE 、 AD 、 ED ;角: $\angle AED$ 、 $\angle ADE$ 、 $\angle DAE$ 。



方法总结

在复杂的图形中找出三角形,我们一定要认真仔细,为了防止漏掉,可以将它们按一部分,两部分,三部分或多部分组成三角形逐一找出,并避免重复。

随堂练习

1. 下列两图中各有几个三角形?分别说出它们的名称。

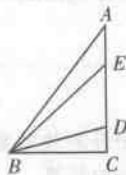


图 3-1-3

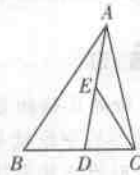


图 3-1-4

重点2 三角形的角平分线、中线和高三

三角形一个角的平分线与这个角的对边相交,这个角的顶点和交点之间的线段叫做三角形的角平分线。

在三角形中,连结一个顶点和它对边的中点的线段叫做三角形的中线。

从三角形一个顶点向它的对边画垂线,顶点和垂足间的线段叫做三角形的高线,简称三角形的高。



在线课堂

(1)在图3-1-5中,射线 AD 平分 $\angle BAC$,交对边 BC 于点 D ,线段 AD 就是 $\triangle ABC$ 的一条角平分线,可以表示为:

$$\angle BAD = \angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAC.$$

(2) E 是边 BC 的中点,线段 AE 是

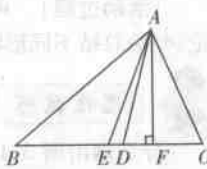


图 3-1-5

$\triangle ABC$ 的一条中线,有 $BE=EC=\frac{1}{2}BC$.

(3) AF 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高,有 $\angle AFB=90^\circ$.

(4) 任何三角形有三条角平分线,三条中线,三条高,它们都是线段.

【例2】下列命题中正确的个数是 ()

- (1) 顺次连结三点能够得到一个三角形.
- (2) 三角形的角平分线是射线
- (3) 直角三角形只有一条高
- (4) 三角形的中线是一边中点和一个顶点连结的线段.

A.1 B.2 C.3 D.0

思路导引

顺次连结三点能否构成一个三角形,是由这三个点的位置关系决定的,当三个点在同一直线上时,则不能构成三角形.故(1)不正确;根据定义,三角形的角平分线是线段,故(2)不正确;任意三角形都有三条高,故(3)不正确;三角形的中线是三角形的一个顶点与它对边中点间的线段,故(4)不正确.

答案:_____.



方法总结

解答此题要求透彻理解三角形的有关概念,对各选项仔细辨别.

随堂练习

2. 下列命题正确的是 ()

- A. 三角形的中线就是过顶点平分对边的直线
- B. 三角形的高就是顶点到对边的距离
- C. 三角形的角平分线就是三角形内角的平分线
- D. 三角形的三条中线必相交于一点

3. 如果一个三角形的三条高的交点恰是三角形的一个顶点,那么这个三角形是 ()

- A. 锐角三角形
- B. 钝角三角形
- C. 直角三角形
- D. 不能确定



创新探究

【探究课题】三角形的高的位置

【活动目的】通过作图,归纳总结三角形的高的位置与三角形形状的密切关系.

【活动过程】可以自己作出不同形状的三角形的高,讨论、归纳总结不同形状三角形的高的位置.



思维技巧

分别画出图 3-1-6 中锐角三角形、钝角三角形、直角三角形的高,然后观察其位置特点.

通过画图可以发现,锐角三角形的三条高都在三角形的内部;画钝角三角形的高时,有两个垂足落在边的延长线上,这两条高在三角形的外部;直角三角形中,有两条高恰好是它的两条边.

一个三角形的高的确定要从两方面考虑:一看三角形的顶点,二看三角形的对应边,而连接二者的桥梁是“垂直”.

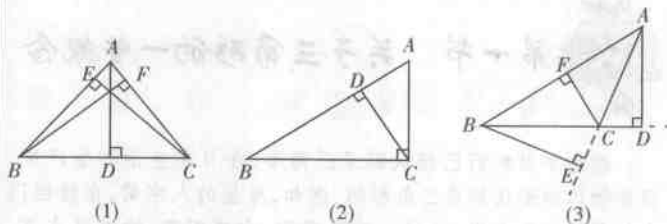


图 3-1-6

画图中还可以看出锐角三角形和直角三角形的三条高都相交于一点,其中锐角三角形的高的交点在三角形内,直角三角形的高的交点是直角顶点,那么钝角三角形呢?学生再动手,发现它们也相交于一点,交点在三角形外.



探究点拨

1. 要规范作图,仔细观察,总结规律.
2. 要注意直角三角形和钝角三角形的高的位置特点,特别在作钝角三角形的高时应是过顶点作对边所在直线的垂线(如图 3-1-7).
3. 在实际作图中防止以下错误.

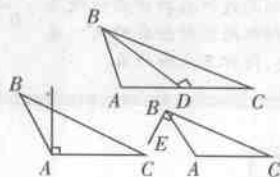


图 3-1-7

要点记忆

1. 三角形是常见的几何图形,是由不在同一直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形.三角形用符号“ $\triangle$ ”表示. (★)
2. 正确理解三角形的中线、角平分线、高的定义,它们都是一条线段,因而有长度. (★)
3. 不同三角形的高的位置也不相同,注意钝角三角形有两条高在形外.(重点) (★★)
4. 三角形的稳定性在生产生活中的应用.

心得笔记

【例1】(3) $AC, CD, AD; \angle ACD, \angle ADC, \angle CDA$

(5) $AB, BE, AE; \angle ABE, \angle AEB, \angle BAE$

(6) $BC, BE, CE; \angle BCE, \angle BEC, \angle CBE$

【例2】D



课后作业

班级_____ 姓名_____ 分数_____

[基础演练]

1. 看图填空:如图 3-1-8:

- (1) 图中有_____个三角形;
 (2) 若 BE 平分 $\angle ABC$, 则 $\angle$ _____ = $\angle$ _____ = $\frac{1}{2}$ _____;
 (3) 若 D 是 AB 的中点, 则_____ = _____ = $\frac{1}{2}$ _____.

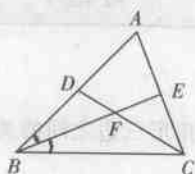


图 3-1-8

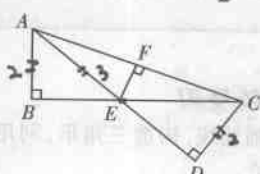


图 3-1-9

2. 如图 3-1-9:

- (1) 在 $\triangle ABC$ 中, BC 边上的高是_____;
 (2) 在 $\triangle AEC$ 中, AE 边上的高是_____;
 (3) 若 $AB = CD = 2\text{cm}$, $AE = 3\text{cm}$, 则 $S_{\triangle AEC} =$ _____.

3. 画图题

 如图 3-1-10, 在 $\triangle ABC$ 中, 画 $\angle B$ 的平分线, AB 边上的中线, AC 边上的高.

[综合测试]

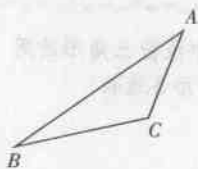
 4. 如图 3-1-11, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AC = 8$, $BC = 6$, $AD \perp BC$ 于 D , $AD = 5$, $BE \perp AC$ 于 E , 求 BE 的长.


图 3-1-10

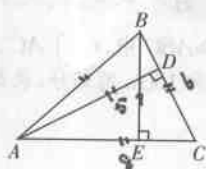


图 3-1-11

5. AD 是 $\triangle ABC$ 的高, 延长 BC 至 E , 使 $CE = BC$ (如图 3-1-12), $\triangle ABC$ 的面积为 S_1 , $\triangle ACE$ 的面积为 S_2 , 则 ()
 A. $S_1 > S_2$ B. $S_1 = S_2$
 C. $S_1 < S_2$ D. 不能确定

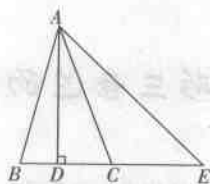


图 3-1-12

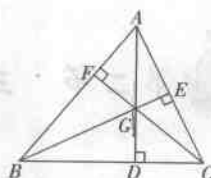


图 3-1-13

6. 已知 BM 是 $\triangle ABC$ 的中线, 若 $AB = 5\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$, 那么 $\triangle ABM$ 与 $\triangle BCM$ 的周长差是_____ cm .
 7. 如图 3-1-13, $\triangle ABC$ 的三条高 AD , BE , CF 交于三角形内一点 G . 写出图中所有含有一个直角的三角形.

8. 如图 3-1-14, AD 是 $\triangle ABC$ 的高线, AE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, AF 是 $\triangle ABC$ 中线, 写出图中相等的角和相等的线段.

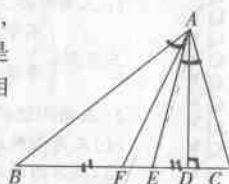


图 3-1-14

9. 输电线的支架、起重机的支架都采用三角形结构, 这是为什么?

[探究升级]

10. 如图 3-1-15, 是由若干盆花组成的图形, 如三角形的图案, 每条边(包括两个顶点)有 n ($n > 1$) 盆花, 每个花盆的总数为 S , 按此规律推断, 求 S 与 n 的关系式.

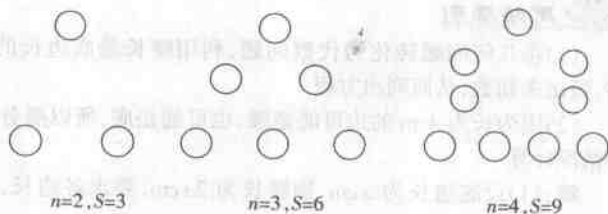


图 3-1-15

自我评价



第二节 三角形三条边的关系

以 3cm, 3cm, 1cm 长的线段为边能构成三角形吗? 如果能, 它是什么形状的三角形.

要解决以上问题, 我们就来学习和研究三角形三条边的关系.



教材全解

重点

1. 三角形按边的关系分类表:

三角形	不等边三角形	底边和腰不等的等腰三角形 等边三角形
	等腰三角形	

2. 三角形边的不等关系:

- (1) 三角形两边的和大于第三边;
- (2) 三角形两边之差小于第三边.

★★★



在线课堂

三角形三边的关系有如下应用:

- ① 已知等腰三角形的周长与一边长, 求各边长.
- ② 应用三角形三边的不等关系证明线段和的不等量问题.
- ③ 在证明不等量问题时应注意, 只能将同向不等式相加, 而不能做减法.

【例 1】 一个等腰三角形的周长为 18cm.

- (1) 已知腰长是底边长的 2 倍, 求各边长.
- (2) 已知其中一边长为 4cm, 求其他两边长.



思路导引

(1) 将几何问题转化为代数问题, 利用腰长是底边长的 2 倍, 设出未知数, 从而列出方程.

(2) 因为长为 4cm 的边可能是腰, 也可能是底, 所以要分两种情况计算.

解: (1) 设底边长为 x cm, 则腰长为 $2x$ cm, 要求各边长, 实质是解方程 $x + 2x + 2x = 18$.

(2) 若腰为 4cm, 则底边长 10cm, 这时两腰之和小于底边, 不能构成三角形; 若底边长为 4cm, 则腰长为 7cm.



解题方法

在求等腰三角形的周长或边长时, 常要分两种情况讨论, 结果可能是一解也可能是两解, 即以两腰之和大于底边为检验标准, 解题方法常用代数方法求解.

随堂练习

1. 有木条 4 根, 长度分别是 12cm, 8cm, 10cm, 4cm, 选其中三根组成三角形, 能组成三角形的个数是 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

随堂练习

2. 已知三角形有两边长分别为 3 和 7, 第三边长是关于 x 的方程 $\frac{x-a}{2} = x+1$ 的解, 求 a 的取值范围.

【例 2】 如图 3-2-1, 已知: E 为 $\triangle ABC$ 内任意一点, 求证: $BE + CE < AB + AC$.

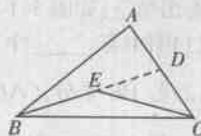


图 3-2-1



思路导引

添加辅助线, 构造三角形, 利用三角形三边之间的关系证明结论成立.

解: 延长 BE 交 AC 于 D .

在 $\triangle ABD$ 中, $AB + AD > BE + ED$ ①

在 $\triangle EDC$ 中, $ED + DC > EC$ ②

① + ② 得

$AB + AD + DC + ED > BE + ED + EC$

$\therefore AB + AC > BE + CE$

即 $BE + CE < AB + AC$.



方法总结

利用三角形三边的不等关系, 将同向不等式相加, 是证明线段和的不等量问题的常用方法.

随堂练习

3. 等腰 $\triangle ABC$ 中, 一腰 AC 上的中线把三角形的周长分为 12cm 和 15cm 两部分, 求此三角形各边长.

4. 已知: 如图 3-2-2, P 为 $\triangle ABC$ 内任意一点, 求证: $AB + AC + BC > AP + BP + CP > \frac{1}{2}(AB + BC + CA)$.

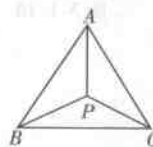


图 3-2-2

【例 3】 草原上有 4 口油井, 位于四边形 $ABCD$ 的四个顶点如图 3-2-3, 现在要建一个维修站 H ; 试问 H 建在何处, 才能使它到 4 口油井的距离 $HA + HB + HC + HD$ 为最小, 请说明理由.

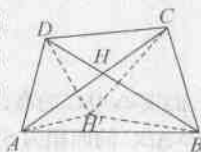


图 3-2-3



思路导引

设 H 为 AC 、 BD 的交点, 另一异于 H 的点 H' , 根据三角形的两边之和大于第三边比较 $HA + HB + HC + HD$ 与 $H'A + H'B + H'C + H'D$ 的大小.

解: 设 H 为 AC 、 BD 的交点, 另一异于 H 的点 H' .

在 $\triangle H'AC$ 中 $H'A + H'C > HA + HC$

在 $\triangle H'BD$ 中, $H'B + H'D > \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$

所以 $H'D + H'B + H'A + H'C > HD + HC + HA + HB$

即 $HD + HC + HB + HA$ 为最小.

所以维修站应建在 $\underline{\hspace{1cm}}$ 处.



方法总结

确定取最大或最小值的问题时, 常分析找到某一点的位置, 再任取异于这一点的另一点, 进行比较验证, 从而得出结论.



问题研讨

[例4] 问题: 已知一个三角形中两边的长分别为 a 、 b , 且 $a > b$, 你能求出这个三角形的周长 l 的取值范围吗?

下面是三位同学的结论, 请一一作出评价.

甲生:

设第三边长为 c , $\because a > b, \therefore b < c < a$

$\therefore$ 周长 l 的取值范围是 $3b < l < 3a$.

乙生:

设第三边长为 c , 则 $c < a + b$

$\therefore$ 周长 l 的取值范围是 $l < 2a + 2b$.

丙生:

设第三边长为 c , 则 $a - b < c < a + b$, 在此不等式各段上分别加上 $a + b$, 得 $2a < a + b + c < 2(a + b)$, 即周长 l 的取值范围是 $2a < l < 2(a + b)$.



诊断

随堂练习

5. 三角形的周长是偶数, 其中两边长分别为 2 和 7, 那么第三边长为 ()

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

随堂练习

6. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = 7$, $BC : AC = 4 : 3$, 求这个三角形的周长的取值范围.

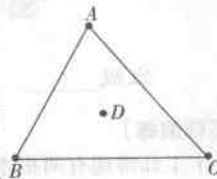


图 3-2-4

7. 如图 3-2-4, 有 A 、 B 、 C 、 D 四个村庄, 已知: $AB + BC + CA = 100\text{km}$, 试求: D 村庄分别到 A 、 B 、 C 三村庄的最短的和的取值范围.

要点记忆

1. 三角形按边分类的方法: 共分两类即不等腰三角形和等腰三角形, 其中等边三角形是等腰三角形的特例. (重点) (★★)

2. 三角形三边的关系, 两边之和大于第三边, 两边之差小于第三边, 它是构成一个三角形的三条线段长的必要条件, 应用广泛. (考点) (★★★)

心得笔记

[例2] $ED + DC$, EC

[例3] HB , HD , AC 和 BD 的交点 H

[问题研讨] 诊断: 涉及三角形三边大小关系的问题时, 一定要考虑两边之和大于第三边, 同时两边之差小于第三边. 甲生没有考虑到这两个关系, 故不正确. 乙同学只考虑到两边之和大于第三边, 而未考虑两边之和小于第三边, 故求得范围是片面的. 丙同学的思考方法是正确的, 先求出第三边的范围, 再求出周长 l 的取值范围, 思路非常清晰.



课后作业

班级_____ 姓名_____ 分数_____

1. 木工师傅现有两根木条,它们长分别为 50cm、70cm. 他要选择第三根木条,将它们钉成一个三角形木架,设第三根木条长为 x cm,则 x 的取值范围是_____.
2. 如果三角形的两边长分别是 2 和 4,且第三边是奇数,那么第三边长为_____,如果第三边长为偶数,则此三角形的周长为_____.
3. 已知五条线段长分别是 1cm、2cm、3cm、4cm、5cm,以其中三条为边长可以构成_____个不同的三角形.
4. 如果一个等腰三角形的两已知边长分别为 6cm 和 13cm,则此等腰三角形的周长为_____.
5. 等腰三角形一腰上的中线把周长分为 33cm 和 24cm 两部分,则它的腰长为_____ ()
A. 13cm B. 16cm C. 22cm D. 16cm 或 22cm
6. 已知 $\triangle ABC$ 的周长为 48cm,最大边与最小边之差为 14cm,另一边与最小边之和为 25cm,求三角形各边长.

7. $\triangle ABC$ 中, 三边长为 a, b, c 且 $a > b > c$, 若 $b = 8, c = 3$, 则 a 的取值范围是 ()
A. $3 < a < 8$ B. $5 < a < 11$
C. $8 < a < 11$ D. $6 < a < 10$

8. 若 $\triangle ABC$ 的三边长分别为整数, 周长为 11, 且有一边长为 4, 则这个三角形的最大边长为 ()
A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

9. 已知周长小于 15 的三角形三边的长都是质数, 且其中一边的长为 3, 这样的三角形有 ()
A. 4 个 B. 5 个 C. 6 个 D. 7 个

10. $\triangle ABC$ 的三边长分别为 a, b, c , 且 $b^2 - bc = a(b - c)$, 则这个三角形的形状是 ()
A. 三边不相等的三角形 B. 等边三角形
C. 等腰三角形或等边三角形 D. 直角三角形

11. 以 7 和 3 为两边长及另一边组成的边长都是整数的三角形一共有多少个?

12. 等腰三角形周长为 24cm , 一腰上的中线将周长分为 $5:3$ 两部分, 求三角形三边长.

13. 若不等边三角形各边长都是整数,且周长不大于 13,这样的三角形共有多少个?并求出所有三角形的各边长.

14. 如图 3-2-5, D 、 E 为 $\triangle ABC$ 内的两点, 求证: $AB + AC > BD + DE + EC$.

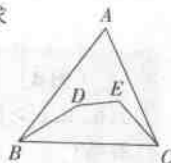


图 3-2-5

15. 不等边 $\triangle ABC$ 的两条高长度分别为4和12,若第三条高的长也是整数,试求它的长.

自我评价



第三节 三角形的内角和

一个工厂生产的零件形状如图3-3-1, 按规定 $\angle A$ 应等于 90° , $\angle B$ 、 $\angle C$ 应分别是 21° 和 32° , 检验工人量得 $\angle BDC = 148^\circ$, 如果你是一名质检员, 你能判定这个零件是否合格吗? 通过本节课的学习, 你就能快速而准确地作出判断了。

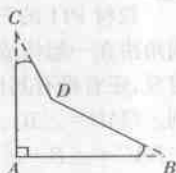


图 3-3-1



教材全解

重点1 三角形内角和定理

三角形三个内角的和等于 180° 。

★★★

在线课堂

(1) 定理的证明. 采用集中三角于一处, 凑成一个平角的方法来进行, 证明的关键是如何添加辅助线。

(2) 推论: 直角三角形中两个锐角互余。

[例1] 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = \angle ABC = 2\angle A$, BD 是 AC 边上的高(如图3-3-2), 求 $\angle DBC$ 的度数。

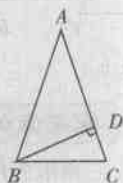


图 3-3-2

思路导引

要求 $\angle DBC$ 的度数, 根据 $\triangle BCD$ 是一个直角三角形 $\angle DBC = 90^\circ - \angle C$, 由已知条件知 $\angle C = \angle ABC = 2\angle A$, 可设 $\angle A = x$, 则 $\angle ABC = \angle C = 2x$, 运用三角形内角和定理, 即可求出 x 的值。

解: 设最小的角 $\angle A = x$, 则 $\angle C = \angle ABC = 2x$, 有 $x + 2x + 2x = 180^\circ$ 。

解方程得: $x = 36^\circ$ $\therefore \angle C = 72^\circ$

在 $\triangle BDC$ 中, $\because \angle BDC = 90^\circ \therefore \angle DBC = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$

解题方法

在几何中, 经常设某一个角为 x 度, 另外一些角也用 x 的代数式表示, 从而根据题意列出方程(组), 这就是几何中的代数解法, 在求解过程中经常运用。

随堂练习

1. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角平分线 BE 、 CF 交于 O , 则 $\angle BOC$ 的度数为 ()

A. $90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ B. $90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

C. $180^\circ - \angle A$ D. $180^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A - \angle B = 15^\circ$, $\angle C = 75^\circ$, 求 $\angle A$, $\angle B$ 的度数。

3. 已知: 如图3-3-3, $\angle A : \angle ABC : \angle ACB = 3 : 4 : 5$, BD 、 CE 分别是 AC 、 AB 上的高, BD 、 CE 相交于 H , 求 $\angle BHC$ 的度数。

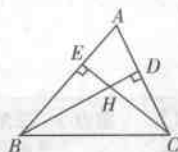


图 3-3-3

重点2 三角形按角分类

★

- (1) 锐角三角形: 三个角都是锐角的三角形叫锐角三角形。
- (2) 直角三角形: 有一个角是直角的三角形叫直角三角形, 用符号“ $\text{Rt}\triangle$ ”表示。
- (3) 钝角三角形: 有一个角是钝角的三角形叫钝角三角形。
- (4) 斜三角形: 锐角三角形和钝角三角形合称为斜三角形。
- (5) 等腰直角三角形: 两条直角边相等的三角形叫等腰直角三角形。
- (6) 三角形按角分类:

三角形	{	直角三角形	{	锐角三角形
		斜三角形		钝角三角形

在线课堂

(1) 三角形按角分类有两种: 一是三分法, 即锐角三角形、直角三角形、钝角三角形; 二是二分法, 即直角三角形、斜三角形。

(2) 等腰直角三角形是特殊的直角三角形, 它的两个锐角都等于 45° 。

(3) 要注意正确理解直角三角形和钝角三角形的定义: 有一个角是直角或钝角的三角形是直角三角形或钝角三角形。

[例2] 已知: 如图3-3-4, $\triangle ABC$ 中, AE 是角平分线, AD 是高, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 84^\circ$, 求 $\angle 1$ 的度数。

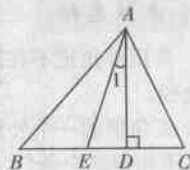


图 3-3-4



思路导引

由已知条件 $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 84^\circ$, 可先求出 $\angle BAC$ 的度数. 再由 AE 平分 $\angle BAC$ 求出 $\angle EAC$, 又 $AD \perp BC$ 于 D , 知 $\angle CAD = 90^\circ - \angle C$, 于是易求出 $\angle 1$ 的度数。

解: $\because AD$ 是高, $\therefore \angle ADC = 90^\circ$
 $\therefore \angle CAD = 90^\circ - 6^\circ = 84^\circ$
 则 $\angle 1 = \angle CAE - \angle CAD = 28^\circ - 6^\circ = 22^\circ$.

解题规律

求一个角的度数, 要结合题目的已知和未知综合分析, 要求什么, 必须先求什么, 环环相扣. 二是总结归纳: 三角形同一个角的平分线和对边高的夹角等于_____.

随堂练习

4. 已知: $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 9 : 14 : 25$, 此三角形是什么形状的三角形?

重点3 三角形外角的概念

三角形的一边与另一边的延长线组成的角叫三角形的外角.

重点4 三角形内角和定理的推论

推论1: 三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角之和.

推论2: 三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角.

[例3] 一个零件的形状如图 3-3-5, 按规定 $\angle A$ 应等于 90° , $\angle B$ 、 $\angle C$ 应分别是 21° 和 32° , 检验工人量得 $\angle BDC = 148^\circ$, 就判定这个零件不合格, 这是为什么?

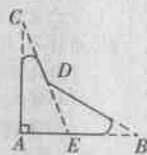


图 3-3-5

思路导引

从图中通过测得的三个角的度数, 为什么就可以断定这个零件不合格呢? 说明了 $\angle B$ 、 $\angle C$ 和 $\angle BDC$ 之间存在一种特定的关系, 为此延长 CD 交 AB 于 E , 则 $\angle CDB$ 为 $\triangle BDE$ 的一个外角, 有 $\angle CDB = \angle B + \angle BED$, 而 $\angle BED$ 又是 $\triangle AEC$ 的一个外角, 则 $\angle BED = \angle A + \angle C$, 故 $\angle BDC = \angle A + \angle B + \angle C = 90^\circ + 21^\circ + 32^\circ = 143^\circ$, 即如果零件合格则 $\angle BDC = 143^\circ$.

解: 延长 CD 交 AB 于 E , 易求得 $\angle CDB = \angle B + \angle BED = 90^\circ + 21^\circ + 32^\circ = 143^\circ$. 即符合规格时的零件 $\angle BDC = 143^\circ$, 而检验工人量得 $\angle BDC = 148^\circ$, 就可以断定这个零件不合格.

方法总结

1. 常用外角把不在同一三角形的几个角联系在一起, 寻求解题途径.
2. 三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和, 特别注意不相邻这个条件.



创新探究

[探究课题] 三角形内角和定理的证明

[活动目的] 通过不同的方法证明三角形内角和定理, 开拓思路, 了解辅助线在证题过程中的作用.

拓思路, 了解辅助线在证题过程中的作用.

[活动过程] 以构成 180° 的角为目标, 启发探究, 动手实验, 找出证明途径, 归纳总结.

思维技巧

教材 P11 的三角形内角和定理的证明, 是把三角形的三个内角拼在一起构成一个平角. 通过作一条平行线来实现, 由此启发, 还有没有其他的拼法呢? 如图 3-3-6, 过 A 作 $DE \parallel BC$, 则 $\angle DAB = \angle B$, $\angle EAC = \angle C$, 由平角定义 $\angle DAE = 180^\circ$, 故 $\angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$, 命题得证.

如图 3-3-7, 在 BC 上取一点 D , 过点 D 作 $DE \parallel BA$, $DF \parallel CA$, 由平角 $\angle BDC = 180^\circ$, 可得 $\angle B + \angle C + \angle A = 180^\circ$ (注意 $\angle A = \angle DEC = \angle EDF$).

如图 3-3-8, 过点 C 作 $CD \parallel AB$, 利用两直线平行, 同旁内角互补可证 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

如图 3-3-9, 是否可以证明呢? 在 $\triangle ABC$ 内任取一点 P , 连接 PA , PB , PC , 则 $\angle 1 + \angle 3 + \angle APB = 180^\circ$, $\angle 4 + \angle 5 + \angle BPC = 180^\circ$, $\angle 6 + \angle 2 + \angle APC = 180^\circ$, 而 $\angle APB + \angle BPC + \angle APC = 360^\circ$, 故 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$, $\therefore \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$, 事实上这种证明方法是错误的, 因为我们的目的是为了证明三角形内角和等于 180° 这个结论, 而在证明过程中却用了这个结论来证明这个结论, 犯了循环论证的错误.

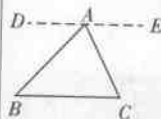


图 3-3-6

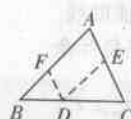


图 3-3-7

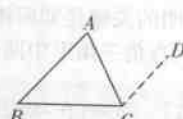


图 3-3-8



图 3-3-9

探究点拨

1. 三角形内角和定理证明的基本思想方法是将三个角拼在一起构成一个平角, 拼的方法很多, 通常用作平行线来实现这种拼合.
2. 在证明过程中往往直接证明非常困难, 常常要在分析题目的已知和结论的基础上添加辅助线, 目的是帮助证题, 往往有“山穷水复疑无路, 柳暗花明又一村”之功效.
3. 在证明过程中要避免出现循环论证的错误.

要点记忆

1. 三角形三个内角的和等于 180° , 三角形三个外角的和等于 360° , 任一外角等于和它不相邻的两个内角的和, 且任一外角大于和它不相邻的任一内角.
2. 三角形按角分类分为直角三角形和斜三角形.

心得笔记

[例1] 180°

[例2] $90^\circ, 84^\circ$, 另外两个角差的一半

[例3] $\angle B, \angle A, \angle C$, 不合格