

●科技增强国力 青年开创未来



中国科协首届青年学术年会
论文集
理科分册

CHINA ASSOCIATION
FOR
SCIENCE AND TECHNOLOGY
FIRST
ACADEMIC ANNUAL MEETING
OF
YOUTHS
PROCEEDINGS

理科分册

中国科协首届青年学术年会
执行委员会编

中国科学技术出版社

内 容 提 要

《中国科协首届青年学术年会论文集·理科分册》，精选了 103 篇优秀学术论文。内容涉及数学、化学、物理、天文、地质、生物、地理、气象、海洋、环境、资源、心理等众多学科，反映了当代青年科技工作者在基础理论研究领域的最新研究成果，具有较高的学术水平。本文集可供广大理工大学生、硕士生、博士生以及从事科学研究的青年科技工作者阅读。

(京) 新登字 175 号

中国科学技术协会首届青年学术年会

论文集

(理科分册)

中国科协首届青年学术年会

执行委员会 编

*

中国科学技术出版社出版 (北京海淀区白石桥路 32 号)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防科工委印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 44. 5 字数: 1056 千字

1992 年 4 月第一版 1992 年 4 月第一次印刷

印数: 1—1, 000 册 定价: 48. 00 元

ISBN 7-5046-0720-7/O · 12

前 言

当今世界，科学技术已成为决定生产力的首要因素，世界各国之间的竞争也更多地表现为包括科学技术在内的综合国力的竞争，特别是青年科技人才的竞争。我国青年科技工作者已成为科技战线上一支生力军，他们正肩负起 21 世纪科技发展和社会进步的重要历史使命。为了检阅我国青年科技工作者的科技成果，发现和培养青年科技英才，从而为 21 世纪中华民族屹立于世界科技之林造就跨世纪的科技栋梁，中国科协决定于 1992 年 4 月在北京召开中国科协首届青年学术年会。年会采取主会场和分会场相结合的形式，以分会场为主，设有理、工、农、医、交叉等 5 个学科分部。首届青年学术年会是一次多学科、综合性的青年学术盛会。届时，600 余名海内外优秀科技青年将荟萃京华，砥砺学问，切磋技艺，交流成果，探讨我国科技事业的发展道路。

自 1991 年 11 月份中国科协首届青年学术年会执行委员会发出征文通知后，海内外青年学者反响强烈。短短几个月内，年会 5 个学科分部共征集到学术论文 8 700 余篇，其中理科分部 1 300 多篇。这些论文的作者既有多次荣膺国内外重大科技成果奖、并在学术界崭露头角的科技新星，也有刚刚走出校门，步入科学殿堂的莘莘学子；既有在海外刻苦攻读、奋力拼搏的“洋”博士，也有长期扎根国内、埋头苦干的“土”学者。他们将多年来辛勤耕耘的学术成果奉献给这次盛会，以接受祖国和人民的检阅。

中国科协首届青年学术年会执行委员会理科分部本着“学术第一、质量第一”的原则，对征集到的论文精心组织了两轮评审。首

先，将论文进行分类，并分别送到 26 个全国性学会进行初审；有关学会组织了上百名专家从千余篇论文中遴选出 300 余篇较优秀的文章作为候选论文。然后，再由理科分部论文评审委员会专家张兰生、林群、沈信耀、麦振洪、黄涛、宋心琦、张泽莹、李永森、钱燕文、郭方、桂耀林、何希吾、赵南明、陈润生、姜恕等 15 位教授进行复审，从中精选出 103 篇优秀论文作为会议正式入选论文。其后，将这些论文送海洋出版社进行编辑工作，并由中国科学技术出版社进行了复、终审，以汇编成《中国科协首届青年学术年会论文集·理科分册》。

《中国科协首届青年学术年会论文集·理科分册》内容覆盖面非常广，主要涉及数学、物理、化学、生物、地质、环境、海洋、气象、资源、天文、地理、地震、生态、遗传等众多学科。论文的学术水平普遍较高，有的在基础理论研究方面已达到国内甚至国际领先水平，充分展示了我国科技事业后继有人，兴旺发达的喜人前景。

中国科协首届青年学术年会执行委员会理科分部在论文征集、评审、编辑和出版过程中，得到了中国数学、化学、物理、力学、生物物理、环境科学、海洋、地质、气象、植物、动物、光学、声学、天文、地理、地震、地球物理、昆虫、微生物、遗传、心理、生态、自然资源、优选法统筹法与经济数学、系统工程等全国性学会、研究会，以及中国海洋报社、海洋出版社和中国科学技术出版社的大力支持；在会议期间，也得到了国家海洋局、北京大学、国家黄金管理局、中国石油总公司、武警黄金部队指挥部等单位的鼎力相助，在此一并致谢！

中国科协首届青年学术年会执行委员会理科分部主任潘新春、副主任骆建华、委员朱进、楼伟、严纯华等同志具体组织领导了理科分部的论文征集、评审、编辑以及理科分会场学术交流等工作。全开建、李青青、周红等同志被聘作为理科分部工作人员参与了有关工作。

由于编者在水平、人力及时间上都有限，难免出现错误，希读者谅解，不当之处欢迎批评指正。另外因受篇幅所限，同时根据编辑的需要，对某些较长的文章以及文章后所引参考文献做了部分删节，特此说明，希论文作者谅解。

中国科协首届青年学术年会理科分部

1992年1月30日

目 录

数 学

关于 Thompson 猜想	陈贵云(1)
等谱 Lax 算子代数及其对可积系统的应用	马文秀(7)
由非周期回复点生成的混沌子移位	傅新楚(15)
具有混合边界条件的二阶完全非线性椭圆方程障碍 问题	保继光(21)
具有正转换花费的二人零和微分对策理论	雍炯敏(31)
关于 A. V. Arhangel'skii 的两个问题	林寿(38)
中截断和的强逼近	楼龙翔(43)
散布阵检验统计量的 P-值	崔恒建等(50)
乘积 Riemann 面上的 Bers-Orlicz 空间	马继钢等(59)
非线性半群几乎轨道的渐近性态	徐洪坤(66)
极小非交换双环和极小强有界非双环的结构	薛卫民(72)
具有非退化二次代数曲线解的 Kolmogorov 型三次 系统的极限环	张成(77)
有限元渐近展式的一种新证明方法及其在弹性力学 方程组中的应用	黄云清(84)
高维退化 Hopf 分支及其应用	韩茂安(92)
北方多事故大水岩溶煤矿床涌水量立体预测的优化 管理模型研究	武 强(100)
有偏估计的局部影响	任仕泉(106)
高维离散系统的 C^r 标准化	缪益华(113)

物 理

高等植物活体色素分子偏振光谱的磁场效应	李庚新等(120)
辫子群表示的三角型 Yang-Baxter 实现	王鲁豫(125)

Vlasov 方程的摄动方法与波-粒子相互作用, Landau

阻尼的非线性物理本质	秦宏等(132)
心脏作功的动力学描述——心脏最小功原理	丁光宏(140)
Fe(110)上的表面碳化物对 CO 的活化	邓俊琢等(146)
一般 $su(1,1)$ 相干态及其在自旋波理论中的应用	黄洪斌(152)
激光在瞬间产生的等离子体中的传播	马锦秀等(158)
人体脉象信息的声学检测与倒谱特征研究	王炳和等(163)
光学观测的后牛顿归算	韩春好等(170)
有限介质中康普顿软化方程及其数值解	陈军锋等(176)
激光共焦技术及在显微荧光光谱测量中的应用	刘小军等(180)
可压缩流绕振动翼型和襟翼流动的气动特性研究	李锋等(188)
检测第五种力的 302-m 高塔实验研究	杨新社等(196)
Mo-Cr-Ni 八次准晶相中的公度错及畴结构	姜节超等(200)
卫星力学模型分析与定轨方法比较和改进	周建华等(206)
反射电子显微学及其在半导体超晶格生长和器件 制备的应用	彭练矛等(214)
计及剪切和转动惯性效应正交异性复合材料叠层 扁壳的大挠度热弹性运动方程	赵亚溥(219)

化 学

反差促进剂在酰基苯肼感染显影中的作用	孙仁德(226)
专家系统技术在气相色谱柱系统推荐中的应用	许国旺等(232)
锂/氧化镍电池阴极反应的研究	彭正顺等(239)
吡啶并苯并蒽酮类化合物的合成和 EI 质谱研究	再帕尔·阿不力孜(244)
茶并呋喃类 DNA 嵌入剂的合成及光氧化反应	钱旭红(252)
统计热力学相对论对电解质溶液的应用	王仁远等(259)
^{99}Tc 通过 $\alpha, \epsilon\text{-N, N'}\text{-(L-半胱氨酰)}\text{-L-赖}$ 氨酸标记 IgG 的化学研究	李毕忠等(265)
对氯、对甲氧基苯乙酮缩氨基硫脲过渡金属配合物 及其抑菌活性的研究	赵喜荣等(273)

双羟甲基取代冠醚衍生物的合成及其性能研究	郭艳玲等(279)
对称七员四氮杂螺环化合物的合成研究	符全军(285)
血液相容性接枝共聚物聚苯乙烯-g-聚氧乙烯的 表面表征	邱永兴等(294)
类硅烯的结构与反应性的理论研究——Ⅲ类硅烯 H_2SiNaF 的构型及其异构化	冯圣玉等(300)
基因转移聚合的研究	杨子健等(305)
过渡金属 11-钨铜酸钾的合成与性质	吴庆银等(312)
含铜稀土异核配合物的合成、晶体结构、电子 结构与磁性质	高松等(318)
甲醇和合成气在 TiO_2 与 Pd/TiO_2 表面吸附的 XPS 研究	徐富春等(326)
煤粉热解的挥发分组分析出模型	陈彩霞等(333)

生 物

杆状病毒运载的天花粉蛋白基因在家蚕体内 的表达	陈章良等(340)
利用农杆菌将抗菌肽基因转入水稻	李瑶等(345)
过氧化物酶催化的酪氨酸和阿魏酸的氧化-过氧化 物酶调节生长的化学机理	郑小红等(350)
酸果藤中的新型甾体化合物	胡英杰等(357)
跨膜 Ca^{2+} 梯度变化对重组肌质网 Ca^{2+} -ATP 酶活 力及构象的影响	屠亚平等(362)
抗顶体反应人精子单克隆抗体的制备和鉴定	王云美等(369)
模拟超氧化物歧化酶——二十员大环双核铜(Ⅱ) 配合物的生物学性质研究	田亚平等(378)
电镜原位杂交技术的建立及其在研究 DNA 与核骨架 关系中的应用	焦仁杰等(385)
家蚕核内激素受体样蛋白质 BmFTZ-F1 的克隆与 解析	孙冠诚等(389)

马槟榔甜味蛋白 I 的氨基酸全顺序测定	刘小烛等(394)
马铃薯核小 RNAU6 的基因分离	胡运乾等(400)
中国对虾摄食敏感性研究	陈楠生等(403)
酶和蛋白质分子链的 Fractal 特征	李后强(409)
植物群落的格局分析	张金屯(414)
森林群落边缘效应之研究	彭少麟(420)
磷在羊草(<i>Leymus chinenses</i>)割草地植物-土壤亚生 态系统中积累、分布及转移规律的研究	傅林谦(426)
中国尖音库蚊复合组 (<i>Culex pipiens complex</i>) 生物 分类学研究	赵彤言等(432)

地 学

泥石流流量过程的预测方法	欧国强(438)
试论太古宙高级岩区金成矿的潜在意义	甘盛飞等(446)
陆地状况影响短期气候变化的理论分析和数值试验	刘永强(451)
硼酸盐矿物的平衡几何构型和谱学参数的分子轨道 理论研究	查福标等(457)
碰撞造山带的地壳热源分布研究——对我国东南地区 地壳热结构的分析	汪屹华等(465)
发展问题新计算理论及其一应用	钟青(473)
多种矿物物性参数在界河金矿找矿中的应用	齐金钟(480)
云南哀牢山北段蛇绿混杂岩建造中两类不同金矿特 征及成因探讨	田农等(488)
随机地震荷载作用下黄土的动力特性及其震害预测	王兰民(496)
大气环流低频变化主模的产生机制	王国民(501)
我国中、晚寒武世球接子类的生活深度	雒昆利(507)
油气藏规模概率分布动态数学模型的建立及其应用	金之钧(513)
固相岩石中元素受应力驱动而迁移的研究	邱小平(521)
中国西南部古特提斯演化与地幔对流	侯增谦(526)
一个与钨-钼大型矿床有成因关系的花岗斑岩垂直 剖面中碱性长石的研究	朱永峰(533)

大气中的有限振幅 Rossby 周期波和孤立波	何建中(542)
江汉平原全新世湖泽演变	肖平(551)
中国大别造山带地壳结构与演化	董树文(560)

综 合

中国未来人口的耕地与粮食问题及对策	封志明(567)
资源经济论纲	高振刚(572)
资源永续利用——人类持续发展模式及趋善化模型	赵景柱(579)
青少年儿童四肢协调反应特征发展特点的研究	李宁(584)
实行综合防治对策,减轻海水入侵灾害	李明川(593)
中国酸性沉降物致酸机理的研究	宋金明等(600)
热带西太平洋海-气热量交换特征研究	吴迪生(611)
海水中微量元素与悬浮颗粒间固液界面相互作用动 力学普遍模型理论	潘纲等(618)
晋陕蒙接壤地区环境演变与土壤侵蚀临界值估算 的研究	史培军等(628)
气相色谱新型火焰光度检测器及其在有机锡化合 物分离和测定中的应用研究	江桂斌(635)
试论我国小城镇环境综合整治	李维新等(642)
SBR 法治理高浓度可的松发酵废水的研究	陈郭健(647)
NMHC 的源特征、风险分析及控制对策	籍伟等(653)
中国几个不同硒水平地区煤烟污染空气中硒的 形态与水平	段建涛(660)
论我国产糖区滤泥资源的开发利用途径	卢泓(668)
环境-经济决策的有效方法——费用-有效性分析	刘志明等(676)
人与自然的关系及其对中国发展的影响	王毅(684)

关于 Thompson 猜想

陈 贵 云

(西南师范大学数学系 博士生)

摘要 设 G 是有限群, $N(G) = \{n | G \text{ 有共轭类 } C \text{ 使 } |C| = n\}$, 著名群论专家 J. G. Thompson 教授有如下猜想:

设 G 是有限群 $Z(G) = 1$, M 为非 Abel 单群, $N(G) = N(M)$, 则 $G \cong M$. (文献 [1])

本文就 M 为散在单群证明了猜想。

记号: $C_G^x = \{g^{-1}xg | \forall g \in G\}$, $x \in G$. $t(G)$ 表 G 的素图分量数. π_i^G , $1 \leq i \leq t(G)$ 表 G 的素图分量, 且设 $2 \in \pi_1^G$, 称 π_1^G 为 2 分量, 其余为非 2 分量. $T(G) = \{\pi_1^G, \pi_2^G, \dots, \pi_t^G\}$, $t = t(G)$. 有时简记 π_i^G 为 π_i , $1 \leq i \leq t(G)$.

1 预备结果

引理 1.1 设 G 为有限群, $Z(G) = 1$, p 为质数使 $p \nmid n, \forall n \in N(G)$ 成立, 则 $p \nmid |G|$.

证若 $p \mid |G|$, 设 $S_p \in \text{Syl}_p G$. 由 $p \nmid n$, 对 $\forall n \in N(G)$ 成立知: 对 $\forall x \in G, C_G(x)$ 含 G 之 p -Sylow 子群. 可设 $S_p \leq C_G(x)$ 则 $x \in C_G(S_p) = C_G(S_p)^{x_1}, \forall x \in G$. 故 $G \subseteq \bigcup_{x \in G} (C_G(S_p))^{x_1}$. $G = \bigcup_{x \in G} (C_G(S_p))^{x_1}$, 进而 $G = C_G(S_p)$, $S_p \leq Z(G) = 1$. 矛盾.

推论 1.1 若 G 为有限群, $Z(G) = 1$, M 为非 Abel 单群, $N(G) = N(M)$, 则 $\pi(G) = \pi(M)$.

引理 1.2 若 G 为有限群, $x, y \in G, xy = yx, (|x|, |y|) = 1$, 则 $C_G(xy) = C_G(x) \cap C_G(y)$. 特别地, 若 p 为质数, $p \mid (|C_G(x)|, |C_G^x|)$, $p \nmid |x|$, 则有 p 元 $y \in C_G(x), y \neq 1$. 使下列两条成立:

(1) $C_G(xy) < C_G(x)$ 或 $C_G(x) < C_G(y), p \nmid |C_G(y)| / |C_G(x)|$.

(2) $C_G(xy) < C_G(y), p \nmid |C_G(y)| / |C_G(xy)|$.

证 $\forall g \in C_G(xy)$ 有 $(xy)^g = xy$. 由 $xy = yx$ 知 $x^g y^g = y^g x^g$, 故 $(g^{-1}yg)^{|x|} = (g^{-1}y^g x^g)^{|x|} = (xy)^{|x|} = y^{|x|}$, 又 $(|x|, |y|) = 1$, 于是 $g^{-1}yg = y, g \in C_G(y)$. 同理 $g \in C_G(x)$. 故 $C_G(xy) \leq C_G(x) \cap C_G(y)$, 而显然有 $C_G(x) \cap C_G(y) \leq C_G(xy)$. 从而 $C_G(xy) = C_G(x) \cap C_G(y)$.

若 $p \nmid |x|, p \nmid (|C_G(x)|, |C_G^x|), \bar{S}_p \in \text{Syl}_p(C_G(x)), S_p \in \text{Syl}_p G$, 则 $|\bar{S}_p| < |S_p|$. 由 Sylow 定理 G 有 $p \mid |\bar{S}_p|$ 阶子群 P 使 $\bar{S}_p \Delta P$, 从而存在 $y \in Z(P) \cap \bar{S}_p, y \neq 1$. 于是 $P \leq C_G(y)$. 因为 $x \in C_G(y)$ 有 $C_G(y) \not\subseteq C_G(x), C_G(xy) < C_G(y)$. 另外 $C_G(x) < C_G(y)$ 或 $C_G(xy) = C_G(x) \cap C_G(y) < C_G(x)$ 成立. 因 $\bar{S}_p \Delta P, C_G(xy)$ 的 p -Sylow 子群阶 $\leq |\bar{S}_p|$ 有 $p \nmid |C_G(y)| / |C_G(xy)|$. 且当 $C_G(x) <$

$C_o(y)$ 时有 $p|C_o(y)|/|C_o(x)|$ 。

引理 1.3 一个有限群称为 p 孤立的, 若 G 仅含 p -元或 P' -元。 p 为质数, 若 $Z(G) = 1$, 则 G 为 p 孤立, $|G| = p^n$ 的充要条件是 $N(G) = \{1, p^{\alpha}m_1, \dots, p^{\alpha}mt, p^{\beta_1}n, \dots, p^{\beta_s}n, n\}$, 其中 $t \geq 1, s \geq 0, m_i$ 是 n 的真因子 $i = 1, 2, \dots, t; 1 \leq \beta_j < \alpha, j = 1, 2, \dots, s; (p, n) = 1$ 。

证 必要性显然。

充分性: 由 $Z(G) = 1$ 知, 对 $\forall 1 \neq x \in G$ 有 $|C_o^x| > 1$ 。

对 $1 \neq x \in Z(S_p), S_p \in Syl_p G$ 有 $S_p \leq C_o(x), p \nmid |C_o^x|, |C_o^x| = n$ 。如果 $C_o(x)$ 不是 p 群, 则存在 $q \in \pi(C_o(x)), q \neq p$ 。若 $q \nmid n$, 则因 $m_i | n, 1 \leq i \leq t$ 有 $q \nmid a, \forall a \in N(G)$ 成立。由引理 1.1 知 $q \nmid |G|$, 矛盾。因此 $q | n$ 。于是 $C_o(x), q$ 适合引理 1.2 的条件, 故存在 q 元 $y \neq 1, y \in C_o(x)$ 使 $C_o(xy) < C_o(x), C_o(xy) < C_o(y), q|C_o(y)|/|C_o(xy)|$ 或 $C_o(x) < C_o(y), q|C_o(y)|/|C_o(x)|$ 。如果前者成立, 则 $|C_o^y| = |C_o^x| \cdot \frac{|C_o(x)|}{|C_o(xy)|} = n \cdot \frac{|C_o(x)|}{|C_o(xy)|}, |C_o^y| = |C_o^x| \cdot \frac{|C_o(y)|}{|C_o(xy)|}$ 。于是从 $N(G)$ 的定义知 $n || |C_o^y|$ 。但 $q | n, q \nmid \frac{|C_o(y)|}{|C_o(xy)|}$ 。因此 $n \nmid |C_o^x|$ 。又由 $N(G)$ 的定义有 $p^{\alpha} || |C_o^x|$, 故 $p^{\alpha} || |C_o^y|$ 。由 $(p, n) = 1$ 知 $p^{\alpha} n || |C_o^y|$, 矛盾。如果后者成立, 则由 $n = |C_o^x| = |C_o^x| \cdot \frac{|C_o(y)|}{|C_o(x)|}$ 知 $|C_o^x| | n, |C_o^x| < n$, 与 $N(G)$ 之定义矛盾。故 $C_o(x)$ 是 p 群 $|G| = p^k, k \geq \alpha$ 。

若 $k > \alpha$, 取 $1 \neq x \in G, p \nmid |x|$, 则 $n \nmid |C_o^x|$, 设 $|C_o^x| = p^{\alpha}m_i$, 那么 $|C_o(x)| = p^{k-\alpha}v, v = \frac{n}{m_i}$ 。故 $p | (|C_o(x)|, |C_o^x|)$, 由引理 1.2, 存在 p 元 $y \in C_o(x), y \neq 1$ 使 $C_o(xy) < C_o(y), p|C_o(y)|/|C_o(xy)|$ 。于是 $|C_o^y| = |C_o^x| \cdot \frac{|C_o(y)|}{|C_o(xy)|}, p || |C_o^y|$, 且 $|C_o^y|$ 中 p 的指数大于 $|C_o^x|$ 中 p 的指数。那么 $p^{\alpha} + |C_o^x|$ 。由 $N(G)$ 的定义知 $n || |C_o^x|$, 故 $n || |C_o^y|$ 。再由 $C_o(xy) \leq C_o(x)$ 知 $|C_o^x| || |C_o^y|$ 。故 $p^{\alpha} || |C_o^y|, p^{\alpha} n || |C_o^y|$, 矛盾。因此 $k = \alpha, |G| = p^{\alpha}n$ 。此时由 $N(G)$ 之定义, 对 $1 \neq x \in G, C_o(x)$ 为 p 群或 p' -群, 故 x 是 p 元或 p' -元, G 为 p 孤立的。

推论 1.2 若 G 为有限群, $Z(G) = 1, M$ 为非 Abel 单群且有 $p \in \pi(M)$, 使 M_p 孤立, $N(G) = N(M)$, 则 $|G| = |M|$ 。

引理 1.4 设 G_1, G_2 为有限群, $|G_1| = |G_2|, N(G_1) = N(G_2)$, 则 $t(G_1) = t(G_2), G_1, G_2$ 的素图分量作为顶点集对应相等。

证 (1) 对群 G , 若 $x \in G, \pi(|x|) \subseteq \text{某 } \pi_i$, 则 $\pi(C_o(x)) \subseteq \pi_i$ 。事实上若有 $p \in \pi(C_o(x)) \setminus \pi_i$, 则存在 $y \in C_o(x) |y| = p$ 使 $[x, y] = 1, |xy| = |x| \cdot |y| = p \cdot |x|$ 。那么 $\pi_i \cup \{p\}$ 连通, 矛盾。

(2) 设 $T(G_1) = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_s\}, T(G_2) = \{\pi'_1, \pi'_2, \dots, \pi'_t\} s = t(G_1), t = t(G_2)$, 则每 π_i 至少含一个 π'_j 。

事实上, 取 $p \in \pi_i$, 由 $|G_1| = |G_2|$ 知, 存在 π'_j 使 $p \in \pi'_j$ 。因 $\pi(G_1) = \pi(G_2) = \pi_1 \cup \pi_2 \cup \dots \cup \pi_s$, 所以存在 $\pi_{i1} = \pi_i, \pi_{i2}, \dots, \pi_{ik}$ 使 $\pi'_j \subseteq \pi_{i1} \cup \pi_{i2} \cup \dots \cup \pi_{ik}, \pi_{ik} \cap \pi'_j \neq \emptyset, 1 \leq l \leq k$ 。若 $k = 1$, 则 (2) 成立。若 $k \geq 2$, 由素图分量之定义 π'_j 连通知 $\pi_j \cap \pi_{i1}$ 中有顶点 (不妨设 p) 与 π_{i1} 之外的某 π'_j 的顶点有连线, 不妨设是 $qq' \in \pi'_j \cap \pi_{i1}, 1 \leq l \leq k$ 。故 G_2 有 pq 阶元 $x, \pi(|x|) \subseteq \pi'_j$ 。由 (1) 知 $\pi(C_o(x)) \subseteq \pi'_j$ 。因 $N(G_1) = N(G_2)$, 所以存在 $x' \in G_1$ 使 $|C_{G_1}^{x'}| = |C_{G_2}^x|$, 由 $|G_1| = |G_2|$ 知 $|C_{G_1}(x')| = |C_{G_2}(x)|$ 。由 (1) 知存在 $\pi_r \in T(G_1)$ 使 $\pi(C_{G_1}(x')) \subseteq \pi_r$ 。那么 $p, q \in \pi(C_{G_2}(x)) \subseteq \pi(C_{G_1}(x')) \subseteq \pi_r$ 。但 $p \in \pi_{i1}, q \in \pi_{il}, \pi_{i1} \neq \pi_{il}$, 矛盾。故 $k = 1$,

$\pi'_j \subseteq \pi_i$.

〈3〉同〈2〉可证每 π'_j 至少含一个 π_k .

〈4〉对每 π_i , 由〈2〉有 π'_j 使 $\pi'_j \subseteq \pi_i$. 由〈3〉存在 π_k 使 $\pi_k \subseteq \pi'_j$. 故 $\pi_i \supseteq \pi'_j \supseteq \pi_k$, 由素图分量的定义知 $\pi_i = \pi_k, \pi_i = \pi'_j$. 因此 $\{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_s\} \subseteq \{\pi'_1, \pi'_2, \dots, \pi'_t\}$, 同理有 $\{\pi'_1, \pi'_2, \dots, \pi'_t\} \subseteq \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_s\}$, 故结论成立.

若 G 是有限群, $\pi = \pi_1, S_\pi(G)$ 为 G 的极大 π 可解正规子群, $S^\pi(G)$ 是含 $S_\pi(G)$ 使 $G/S_\pi(G)$ 为 π 可解群的极小正规子群, 如下引理成立.

引理 1.5 若 G 为有限群, $t(G) \geq 2$, 则

(a) G 为 Frobenius 或 2-Frobenius 群.

(b) $S_\pi(G)$ 为幂零 π -群, $G/S^\pi(G)$ 为 π -群, $S^\pi(G)/S_\pi(G)$ 为非 Abel 单群且是 $G/S_\pi(G)$ 的唯一极小正规子群, $\pi(S^\pi(G)/S_\pi(G)) \subseteq \pi(G)$, G 的非 2 分量是 $S^\pi(G)/S_\pi(G)$ 的非 2 分量.

证 除(b)最后一点外, 其余结论是文献[2]中的引理 1, 2, 3.

若 $T(G) = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_t\}, t = t(G)$, 则 $\pi(S^\pi(G)/S_\pi(G)) \subseteq \pi(G) = \pi_1 \cup \pi_2 \cup \dots \cup \pi_t$. 如果对 $p \in \pi_i, q \in \pi_j, i \neq j$, 若 $S^\pi(G)/S_\pi(G)$ 有 pq 阶元, 则 G 也有. 这与 π_i, π_j 不连通矛盾. 故 $\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_t$ 作为 $S^\pi(G)/S_\pi(G)$ 的素图顶点集不连通. 另外对每 $\pi_i, 2 \leq i \leq k$, 若 $p, q \in \pi_i$ 之间有连线, 则 G 有 pq 阶元 y . 因 $\pi(S_\pi(G)) \subseteq \pi_1, \pi(G/S^\pi(G)) \subseteq \pi_1$, 有 $y \in S^\pi(G), S_\pi(G) \cap \langle y \rangle = 1$. 从而 $S_\pi(G)y$ 是 $S^\pi(G)/S_\pi(G)$ 的 pq 阶元. 即 p, q 作为 $S^\pi(G)/S_\pi(G)$ 素图之顶点有连线. 从而 π_i 是 $S^\pi(G)/S_\pi(G)$ 的素图分量. 证毕.

2 离散单群刻划

引理 2.1 若 G 为限群, $Z(G) = 1, M$ 为: $M_{11}, M_{12}, M_{23}, M_{24}, J_2, J_3, HS, Th, Ru, He, McL, C_{01}, C_{02}, C_{03}, F_{22}, F_{23}, HN, S_2$. 使 $N(G) = N(M)$, 则 $SolG = 1$.

证 由文献[2]知 M 的非 2 分量全是孤立点, 由推论 1.2 知 $|G| = |M|$. 若 $SolG \neq 1$, 设 N 是 G 的极小正规子群, $N \leq SolG$, 则 $|N| = p^i, p \in \pi(G)$. 如果 $|N| < \text{Min}\{N(M) \setminus 1\}$, 则因正规子群是 G 的完整共轭类的并有 N 为长 1 的共轭类并. 故 $N \leq Z(G)$. 但 $Z(G) = 1$, 矛盾. 由文献[4]离散单群的元的中心化子阶已列出, 计算知除 C_{02}, F_{22}, F_{23} 外都有 $|N| \leq \text{Min}\{N(G) \setminus 1\}$, 其中 $|N|$ 总 $\leq M$ 的最大阶 Sylow 子群的阶.

若 $M = C_{02}$, 则 $|N| \leq 2^{18} = 262\,144, \text{Min}\{N(C_{02}) \setminus 1\} = 56\,925, \text{Min}\{N(C_{02}) \setminus \{1, 56\,925\}\} = 1\,024\,650$. 由 $|C_{02}| = 2^{18} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23$ 知, 如果 $|N| = p^i, p \geq 3$, 则 $|N| \leq 3^6 < 56\,925$. 故 $N \leq Z(G)$, 矛盾. 如果 $|N| = 2^i, i \leq 15$, 则 $|N| \leq 32\,768 < 56\,925$, 仍有 $N \leq Z(G)$, 矛盾. 若 $|N| = 2^{16} = 65\,536$, 由 $Z(G) = 1$ 知 N 恰含 1 个长 1 的共轭类, 而 $|N| < 1\,024\,650$, 故 $|N| = 1 + 56\,925k$. 但 $56\,925 \nmid 65\,535$, 矛盾. 同样证 $|N| = 2^{17}, 2^{18}$ 两情况. 类似地可证 $M = F_{22}, F_{23}$ 时, 也有 $SolG = 1$. 证毕.

定理 2.1 若 G 为有限群, $Z(G) = 1, M$ 为离散单群, $N(G) = N(M)$, 则 $G \cong M$.

证 〈1〉由文献[2]知离散单群 M 总有 $p \in \pi(M)$ 使 M 为 p 孤立, 由推论 1.2 知 $|G| = |M|$. 再由引理 1.4 有 $t(G) = t(M), T(G) = T(M)$. 进而由文献[2]知 $\pi_i^G (= \pi_i^M, i \geq 2)$ 恰含一个质数 $p_i, p_i \parallel |G|$.

〈2〉 G 不是 Frobenius 群和 2-Frobenius 群。

当 $t(G) = t(M) = 2$ 时,由文献[2] $M = M_{12}, J_2, McL, Ru, He, C_{01}, C_{03}, F_{22}, HN$. 由引理 2.1 知 $\text{Sol}G = 1$, 故〈2〉成立。

当 $t(G) = t(M) \geq 3$ 时,由文献[2]定理 A 及其推论知 G 不可解。若 G 是 2-Frobenius 群,即 G 有正规列 $G > K > H > 1$ 使 $K, G/H$ 分别是以 $H, K/H$ 为 Frobenius 核的 Frobenius 群。故 H 幂零, $\pi(H) \subseteq \pi_i, \pi_i \in T(G)$ 。

① 若 $i \geq 2$, 由〈1〉 $\pi_i = \{p_i\}, p_i \parallel |G|$, 故 $|H| = p_i, p_i \in \pi(G)$, 因 Frobenius 核的每元的中心化子含于核, 有 $C_i(H) = H, K/H \leq \text{Aut}H = Z_{p_i-1}, K/H$ 循环。同理 $G/H/K/H \leq \text{Aut}K/H, \text{Aut}K/H$ 可换, 从而 G 可解, 矛盾。

② 若 $i = 1$, 我们证 $\pi(K/H) \cap \pi_1 = \phi$. 否则 $\pi(K/H) \cap \pi_1 \neq \phi$, 因为 Frobenius 核是 Hall 子群, 所以 H 是 K 的 Hall 子群, K 是 G 的 Hall 子群. $\pi_1 = \pi(H) \cup (\pi(K/H) \cap \pi_1) \cup (\pi(G/K) \cap \pi_1), \pi(H), \pi(K/H) \cap \pi_1, \pi(G/K) \cap \pi_1$ 两两不相交。由 π_1 连通知: $\pi(K/H) \cap \pi_1$ 与 $\pi(H)$ 或与 $\pi(G/K) \cap \pi_1$ 连通。若为前者, 则有 $p \in \pi(K/H) \cap \pi_1, q \in \pi(H)$ 使 K 有 pq 阶元 x 。由 $H \triangleleft G$ 知 $x \in H, x^p \in H$. 故 $C_G(x^p) \not\subseteq H, x \in C_G(x^p)$, 矛盾于 H 为核。若为后者, 则有 $p \in \pi(K/H) \cap \pi_1, q \in \pi(G/K) \cap \pi_1$ 使 G 有 pq 阶元 x 。故 $|Hx| = pq$. 由 G/H 是 K/H 为核的 Frobenius 群同前导矛盾。因此 $\pi(K/H) \cap \pi_1 = \phi, \pi(K/H) \subseteq \pi_2 \cup \dots \cup \pi_t, t = t(G)$. 由〈1〉知 $|K/H| \mid p_2 p_3 \dots p_t (\pi_i = \{p_i\}, v = 2, \dots, t)$. 由 K/H 幂零知 K/H 循环。仿①知 G/H 可解, 进而 G 可解, 矛盾. G 不是 2-Frobenius 群。同理 G 不是 Frobenius 群。

由〈2〉和引理 1.5 有

〈2〉' G 有正规列 $1 \leq H < K \leq G, H, G/K$ 分别是幂零 π_1 群和 π_1 群, K/H 为非 Abel 单群, $\pi(K/H) = \pi(G), \{\pi_2, \dots, \pi_t\} \subseteq T(K/H), \pi_i = \{p_i\}, p_i \in \pi(G), 2 \leq i \leq t, p_i \parallel |G|$. 且 $\text{Max}(K/H) = \text{Max}\pi(G) = \text{Max}\pi(M), t(K/H) \geq t(G)$ 。

〈3〉当 $t(M) \geq 4$ 时, 证 $G \cong M$ 。

此时 $t(G) \geq 4, t(K/H) \geq 4$. 由 $q^{83} \mid |E_7(q)|, q^{120} \mid |E_9(q)|$ 及文献[4]中 $|M|$ 之形式知, $K/H \neq E_7(q), E_8(q)$. 由 $t(K/H) \geq 4$ 及文献[2, 3]知, K/H 如果不是离散单群, 则 $K/H = A_2(4); {}^2B_2(2^{2m+1}), m \geq 1; {}^2E_6(2)$. 由文献[2] $t(M) \geq 4$ 之 M 使 $\text{Max}\pi(M) \geq 11$, 但 $\text{Max}\pi(A_2(4)) = 7$, 故 $K/H \neq A_2(4)$. 若 $K/H = {}^2E_6(2)$, 由〈2〉' 知 $\text{Max}\pi(M) = \text{Max}\pi({}^2E_6(2)) = 19$. 由[4]阶表知 $M = J_1$, 但 $13 \nmid |{}^2E_6(2)|, 13 \nmid |J_1|$, 矛盾。故 $K/H \neq {}^2E_6(2)$. 因 $t({}^2B_2(2^{2m+1})) = 4$, 若 $K/H = {}^2B_2(2^{2m+1})$, 由〈1〉, 〈2〉' 知 $t(M) = t(G) = t(K/H) = 4$ 故 $T(K/H) \setminus \pi_1^{K/H} = T(M) \setminus \pi_1 = T(M) \setminus \pi_1$. 由文献[3] $T({}^2B_2(2^{2m+1})) = \{\{2\}, \pi(2^{2m+1} - 1), \pi(2^{2m+1} - 2^{m+1} + 1), \pi(2^{2m+1} + 2^{m+1} + 1)\}$. 由文献[2] $\pi_1^M \neq \{2\}$. 故 $K/H \neq {}^2B_2(2^{2m+1})$. 因此 K/H 是离散单群, 由〈2〉' 有 $\{\pi_2^G, \dots, \pi_t^G\} \subseteq T(K/H)$, 由〈1〉 $T(G) = T(M)$, 故 $\{\pi_2^M, \dots, \pi_t^M\} \subseteq T(K/H)$. 由文献[2] $t(M) \geq 4$ 的不同的离散单群的非 2 分量集互不包含, 那么 $K/H = M$. 故 $G \cong M$ 。

〈4〉当 $t(M) = 3$ 时, 证 $G \cong M$ 。

此时 $t(K/H) \geq t(G) = 3$, 同〈3〉知 $K/H \neq E_7(q), E_8(q)$. 若 K/H 不是离散单群。由文献[2, 3]知 K/H 可能为: $A_1(2^m), A_2(2), {}^2A_5(2), {}^2D_{p+1}(2), (p = 2^m - 1, m \geq 2), F_4(2^m), {}^2F_4(2^{2m+1}) (m \geq 1), A_2(4) {}^2B_2(2^{2m+1}) (m \geq 1), {}^2E_6(2), A_5, A_6, A_7(p, p - 2 \text{ 为质数}), A_1(q) (q = p^m, p \text{ 为奇质数}), G_2(2^m), {}^2G_2(3^{2m+1}) (m \geq 1), {}^2D_p(3^2) (p = 2^n + 1, n \geq 2)$ 。

(a) 因 $t(M) = 3$, 由文献[4]阶表知 $11 \leq \text{Max}\pi(M) \leq 13$, 故 $K/H \neq A_2(2), A_2(4), A_5, A_6$. 若 $K/H = {}^2A_5(2)$, 由 $\langle 2 \rangle'$ 知 $\text{Max}\pi(M) = \text{Max}({}^2A_5(2)) = 11$. 由[4]阶表及 $t(M) = 3$ 知 $M = M_{11}, HS$. 但 $2^{15} \nmid |{}^2A_5(2)|, 2^{15} \nmid |M_{11}|, 2^{15} \nmid |HS|$, 矛盾. 故 $K/H \neq {}^2A_5(2)$. 同理 $K/H \neq {}^2E_6(2)$.

(b) 若 $K/H = {}^2B_2(2^{2m+1})$, 由 $T({}^2B_2(2^{2m+1})) = \{\langle 2 \rangle, \pi(2^{2m+1} - 1), \pi(2^{2m+1} - 2^{m+1} + 1), \pi(2^{2m+1} + 2^{m+1} + 1)\}$ 和 $\langle 2 \rangle'$ 知 $\pi(2^{2m+1} - 1), \pi(2^{2m+1} - 2^{m+1} + 1), \pi(2^{2m+1} + 2^{m+1} + 1)$ 中有两个属于 $T(G) \setminus \pi_1$. 由 $\langle 2 \rangle'$ 知 $2^{2m+1} - 1, 2^{2m+1} + 2^{m+1} + 1$ 之一为质数且 ≤ 47 . 故 $m \leq 2, 2m + 1 = 3, 5$. 但 $\text{Max}\pi({}^2B_2(2^5)) = 41$, 由文献[2, 4]知无 M 使 $t(M) = 3, \text{Max}\pi(M) = 41$. 与 $\langle 2 \rangle'$ 矛盾. 故 $K/H \neq {}^2B_2(2^5)$. 同理有 $K/H \neq {}^2B_2(2^3)$.

(c) 若 K/H 为余下的群, 则 $t(K/H) = 3$, 故 $t(K/H) = t(G) = t(M)$. 由 $\langle 1 \rangle, \langle 2 \rangle'$ 知 K/H 的非 2 分量只能为质数且恰整除 $|G|$. 注意 $\text{Max}\pi(M) \leq 47$. 依次考虑除 $A_1(q)$ (q 为奇) 外的群的最大的素图分量可导出矛盾. 若 $K/H = A_1(q), q$ 为奇. 由文献[2]知 $\pi_2^{A_1(q)} = \pi\{q\}$, 故 q 为质数且 ≤ 47 . 若 $t(M) = 3, M \neq M_{11}$, 则由文献[2] $\{2, 3, 5\} \subseteq \pi_1$. 因 $T(K/H) = T(M)$, 由引理 2.1 有 H_1 进而 $\{2, 3, 5\} \subseteq \pi_1^{A_1(q)}$. 而 $\pi_1^{A_1(q)} = \pi\{q - 1\}$ 或 $\pi\{q + 1\}$. 那么 $2 \times 3 \times 5 | q - 1, 2 \times 3 \times 5 | q + 1$. 但 $q + 1 \leq 48$, 矛盾. 若 $M = M_{11}$, 则 $\text{Max}\pi(M_{11}) = 11$. 由 $\text{Max}\pi(A_1(q)) = q$, 有 $q = 11$. 由引理 2.1 知 $\text{Sol}G = 1.9H = 1, K = A_1(11)/$ 由 Frattini 推理知 $G = N_G(S_{11}) \cdot K$. 但 G 是 11 孤立, 故 $C_G(S_{11}) = S_{11}, N_G(S_{11})/S_{11} = \frac{N_G(S_{11})}{C_G(S_{11})} \leq \text{Aut}S_{11} \leq Z_{10}$. 故 $|G/K| \nmid 10$. 但 $|G| = |M|, |M_{11}| / |A_1(11)| = 2^2 \cdot 3$, 矛盾. 故 $K/H \neq A_1(q), q$ 为奇.

(d) 由(a) — (c) 知 K/H 为离散单群. 仿(c) 段末证明知: 对 $p_i \in \pi_i^G, i \geq 2$, 因 G 是 p_i 孤立, $p_i \nmid |K|$, 所以 $|G/K| \nmid p_i - 1$.

(e) 若 $M = B$, 则 $\pi_2 = \{31\}, \pi_3 = \{47\}, \text{Max}(K/H) = \text{Max}\pi(M) = 47$. 由 $\langle 2 \rangle'$ 知 $\{31\}, \{47\} \in T(K/H)$. 由文献[2]知 $K/H = B$. 故 $G \cong B$. 同理证 $M = J_3, S_2, F_{22}$ 时有 $G \cong M$.

若 $M = HS$, 则 $\pi_2 = \{7\}, \pi_3 = \{11\}, \text{Max}\pi(K/H) = \text{Max}\pi(M) = 11$. 由文献[2]知 $K/H = M_{22}, HS$. 由引理 2.1 及 $\langle 2 \rangle'$ 知 $H = 1$. 故 $K = M_{22}, HS$. 若 $K = M_{22}$, 由(d) 知 $|G| / |M_{22}| \nmid 10$. 但 $|G| = |HS|, |HS| / |M_{22}| = 2^2 \cdot 5^2$, 矛盾. 故 $K = HS, G \cong HS$, 同样证 $M = M_{11}, M_{23}, M_{24}, C_{02}, Th$ 时有 $G \cong M$.

(5) 当 $t(M) = 2$ 时, 证 $G \cong M$.

(a) 此时 $M = M_{12}, J_2, Ru, He, M^cL, C_{01}, C_{03}, F_{22}, HN$, 故 $|M| < 10^{20}, \text{Max}\pi(M) = 7, 11, 13, 19, 23, 29$. 由引理 2.1, $\langle 2 \rangle'$ 知 $H = 1$.

(b) 证 $K \neq A_1(q) (|A_1(q)| \geq 10^6), A_2(q) (|A_2(q)| \geq 10^{12}), A_3(q) (|A_3(q)| \geq 10^{16}), {}^2A_3(q) (|{}^2A_3(q)| \geq 10^{12}), {}^2A_4(q) (|{}^2A_4(q)| \geq 10^{16}), S_4(q) (|S_4(q)| \geq 10^{16})$ 证明方法同(4), 这就略去.

(c) 除(b) 中列出的 Lie 型单群外, 阶 $< 10^{20}$ 的有限非 Abel 单群在文献[4] 末已列出. 利用 $\text{Max}\pi(K) = \text{Max}\pi(M), \text{Max}\pi(M) \parallel |G|$. 即得 $\text{Max}\pi(K) \parallel |K|, |K| \leq |G| \leq |M|$, 直接查表比较阶即可证得 $G \cong M$.

如当 $M = M_{12}(2^6 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 11)$ 时, K 可能为 $M_{11}(2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11), M_{12}, L_2(11)(2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11)$. 由(4)(d) 知 $|G/K| \nmid 10, |G| \nmid 10|K|$. 故 $|G| = |M_{12}| \Leftrightarrow K = M_{12} \Leftrightarrow G \cong M_{12}$. 定理证毕.

用同样的方法还可处理 M 为已知的 C_n 群的情况。我们目前已验证了 $M = L_2(q)$, $A_7(p_1p - 2$ 为质数) 等情况。

本文写作中得到导师陈敬穆教授、施武杰教授精心指导,在此一并致谢。

参考文献

- 1 Shi Wujie and Bi Jianxing, A Characteristic property of each finite projective special linear group. Lecture Notes in Math. 1456, Springer-verlag, 1990, 171-180.
- 2 Williams J. S. Prime graph components of finite groups. J. Alg. 69(1981), 487-513.
- 3 A. S. Kondratëv Prime graph components of finite simple groups, Math. USSR Sbornik 67(1990), 1, 235-247.
- 4 Conway J. H. *et al.* , Atlas of finite groups.

作者简介 陈贵云, 1963 年 12 月 17 日出生。1983 年 7 月毕业于西南师范大学数学系。1985 年 9 月考入西南师范大学攻读基础数学硕士学位, 1987 年 7 月毕业, 获硕士学位。此后留校工作。从事过专科、本科、助教班等教学工作, 同时在“群论”方面作研究工作。现为四川大学基础数学专业代数学方向博士研究生。著有学术论文九篇, 其中五篇在国内外杂志上发表或被录用, 有一篇被四川省科协评为(1991 年)“优秀学术论文”。

等谱 Lax 算子代数及其对可积系统的应用

马 文 秀

(复旦大学数学研究所 博士后)

摘要 本文旨在给出 Lax 算子方法的理论基础。对一个任意的矩阵微分型谱算子,在揭示其 Gateaux 导数算子性质的基础上,建立了一种相应的等谱 Lax 算子空间的代数结构,并表明了 Lax 算子的这种乘积算子伴随于特征向量场的换位子。进一步引进了 τ -代数和主代数的概念来描述可积系统的时间依赖对称,这种 τ -代数和主代数在 Lax 算子方法中起着类似于递推算子方法中递推算子的决定性作用。我们的 Lax 算子理论可广泛适用于各种可积系统的代数性质的讨论和新的可积系统的生成之中,这里指的可积系统可包括任意维的即 $p+1$ ($p \geq 1$) 维的,因此统一了 $1+1$ 维和 $2+1$ 维的代数理论。在本文中,作为一个说明性的例子,我们仅将应用到 $2+1$ 维的 KP 族可积系统情形。通过我们的方法,生成了 KP 族的一个 τ -代数和主代数,并且获得了 KP 族显式的无限多 K -对称和无限多各阶主对称。

1 引 言

许多 $1+1$ 维的非线性可积系统均具有一些公共的特征:Lax 表示、无穷多对称和守恒律、双 Hamilton 结构等等(参见文献[1—3])。一种具有遗传性质的递推算子在讨论这些公共性质时起着决定性的作用。最近 Santini 和 Fokas^[4,5] 把递推算子理论扩展到 $2+1$ 维可积系统,特别地他们对几个 $2+1$ 维可积系统发现了递推算子的高维类似算子^[6,7],这种算子被称为扩张递推算子,然而对一个给定的 $2+1$ 维方程不容易构造一个能够接纳双 Hamilton 分解的扩张递推算子,避开这个困难,对一些特殊的可积系统,程艺、李翊神和 Bullough^[8-11] 提出了一个 Lax 算子的直接方法来讨论相应的代数性质,这个方法基于 Fuchssteiner、Fokas 和 Chen 等的主对称方法的思想^[12-18]。我们通过揭示矩阵微分算子的一个 Gateaux 导数算子的性质,推广 Lax 算子方法到伴随于一般谱算子的可积系统,此文中的 Lax 算子理论既适用于 $1+1$ 维的也适用于 $2+1$ 维的可积系统。

本文从 Lax 表示出发,对任意维的谱算子分析和提出了 Lax 算子空间所具有的一种代数结构,表明了 Lax 算子的这种乘积算子 E 好对应特征向量场的换位子并给出了 Lax 算子空间的一个商李代数结构。进一步引进了 τ -代数和主代数的概念来描述可积方程的时间多项式依赖对称,这种 τ -代数和主代数在 Lax 算子方法中起着类似于递推算子方法中的递推算子的作用。最后作为例子对 KP 系统族进行了讨论,给出了相应的 τ -代数和主