

● 普通高等学校信息与计算科学专业系列丛书

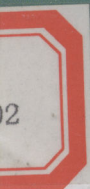
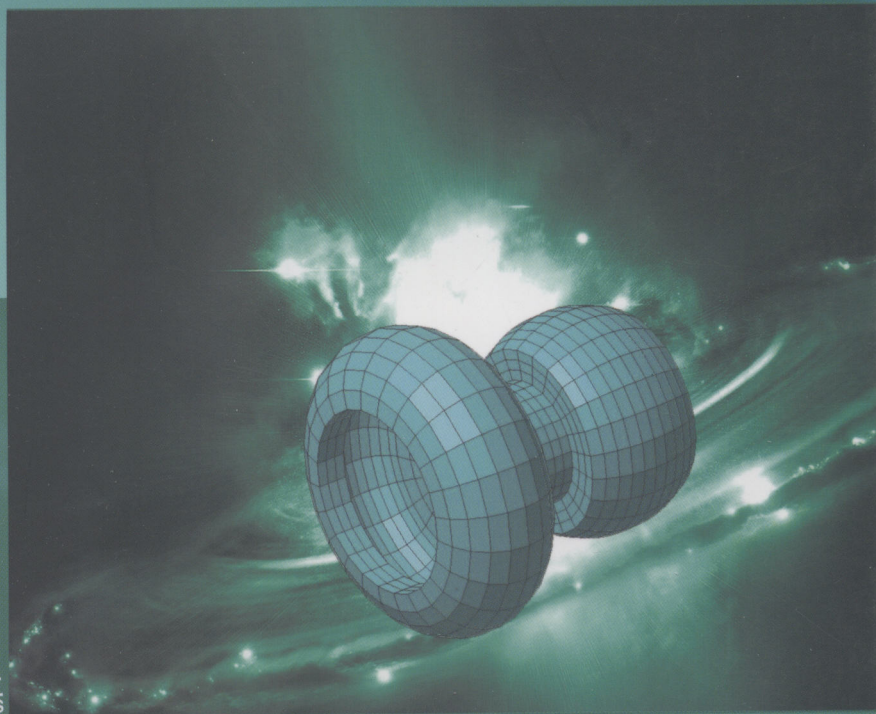


普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 数值计算引论

(第二版)

■ 白峰杉



高等教育出版社  
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等学校信息与计算科学专业系列丛书

80

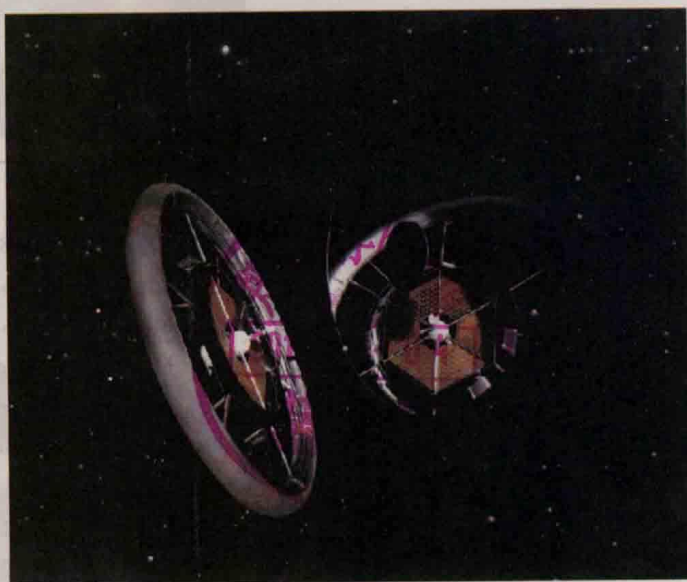
普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 数值计算引论

Shuzhi Jisuan Yinlun

(第二版)

白峰杉



高等教育出版社·北京  
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

0241

B/16.02

ISBN 978-7-04-025832-8  
定价: 20.00元

## 内容简介

本书讨论了最基本的数值计算方法,突出科学计算的基本概念和训练,强调数学软件在科学计算中的作用。主要内容包括 MATLAB 软件介绍、线性方程组的数值方法、函数的数值逼近、数值积分、微分方程问题的数值计算、非线性方程、矩阵特征值问题和最优化问题等。除基本内容外,还有课外读写、交互实验、应用举例和软件点评等小品栏目,部分章节还附有附录,便于课堂内容的取舍和有余力的学生课外深入学习。

本书可以作为高等院校本科生高年级或研究生“数值分析”或“计算方法”课程的教材,也可以作为“数学实验”或“数学模型”课程的参考书,对以科学计算为工具的科技人员也有参考价值。

## 图书在版编目(CIP)数据

数值计算引论/白峰杉. —2版. —北京:高等教育出版社,2010.1

ISBN 978-7-04-028322-8

I. 数… II. 白… III. 数值计算-高等学校-教材  
IV. O241

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 199172 号

策划编辑 兰莹莹 责任编辑 兰莹莹 封面设计 张志  
版式设计 马敬茹 责任校对 王效珍 责任印制 毛斯璐

---

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	咨询电话	400-810-0598
邮政编码	100120	网 址	<a href="http://www.hep.edu.cn">http://www.hep.edu.cn</a>
总 机	010-58581000		<a href="http://www.hep.com.cn">http://www.hep.com.cn</a>
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	<a href="http://www.landraco.com">http://www.landraco.com</a>
印 刷	北京中科印刷有限公司		<a href="http://www.landraco.com.cn">http://www.landraco.com.cn</a>
		数字教育	<a href="http://www.widedu.com">http://www.widedu.com</a>
开 本	787×960 1/16	版 次	2004年7月第1版
印 张	14.75		2010年1月第2版
字 数	300 000	印 次	2010年1月第1次印刷
插 页	20	定 价	25.30元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 28322-00

## 第二版前言

本书出版五年来,得到许多老师和同学的首肯,深感欣慰。五年前将此书交付出版的时候就诚惶诚恐,感觉需要进一步思考和凝练之处很多;中国教育的发展与进步也要求教材与时俱进。本书得以列入普通高等教育“十一五”国家级规划教材,更迫使我下决心尽快完成修正。第二版修订保持原书的基本风格和体系,除了修正旧版中的各种技术细节方面的错误之外,修订的主要原则和内容有如下两个方面。

一、在保持体系简洁清晰的前提下,主要以章节附录的形式适当扩充内容,以适应不同学生的需求,特别是让学有余力的学生有深入探索和思考的空间。例如新增加第4章的附录4.A,从内积空间正交基的角度讨论正交多项式,学生不但可以看到它在多项式逼近问题中的应用,又可以进一步强化学生对线性空间和内积空间概念的理解,与数学基础课的内容相呼应;附录4.B简要介绍了多元函数的逼近问题,使学生体会从一元函数到多元函数所引起的非平凡的困难,也使学生眼界更加开阔。第8章增加了附录,讨论特征值问题的条件;这在内容上与第3章讨论的线性方程组问题的条件相呼应,对病态性的概念有更加深入的认识。

二、适当增加课程的人文色彩,启迪学生对民族传统文化的认识与认同。一个对自己民族文化不自信的民族,不可能真正崛起!这是一个太大的命题,我们确实难有作为。但这个课程恰好有这个可能和机会,似乎也不应当错失。中国现代意义上的大学,完全是舶来品,仅有百余年的历史。正如著名教育家傅斯年先生所说的,中国创建自己的大学时,完全是抄袭了欧美当时的模式,而我们抄袭到的是实用主义色彩浓重的大学。1952年的院系调整,中国照搬了苏联模式,进一步将专业主义推向高峰。由于这样的历史断裂,我们今天所读到的数学与中国传统文化也就失去了关联。然而历史的真相并非如此。所以我们增加了若干与此相关的“课外读写”栏目,以非正式的、易读的形式,启发学生自己去思考和学习。例如第2章新增加了《易经》与二进制,了解中国古人对二进制——当今计算机基础的认识;第3章新增加了《九章算术》与消去法,看到西方人所说的 Gauss 消去在 2000 年前中国的存在;第7章新增加了秦九韶与“正负开方术”,看到一个有趣的古算法。我们的目的并不是申明中国古人



## II 第二版前言

---

的“知识产权”，而是以一种很平和的心态，让学生接触一下中国古数学所谓的算法倾向。

当然，以上的原则只是作者的思考和努力，是否有益还要实践的检验。经本次修订后仍有许多不尽如人意之处，也恳请读者不断提出意见和建议。

白峰杉

2009年春 于清华园

# 第一版前言

这门课程传统上被称为“数值分析”，但它更确切的名称也许应当是“数值分析与数值计算”。理由是：数值计算一定需要理论上的指导，所以“分析”是必须的；但落脚点必须是“计算”。我们将书定名为“数值计算引论”绝对没有忽视或抛弃“分析”之意，而是希望“分析”与“计算”同时并重，以期能给学生科学的训练。

20世纪90年代初我在英国和美国作博士后的时候，开始接触和使用了MATLAB软件，并注意到国外的同行不但将它作为科学研究的平台和工具，同时也在积极研究和探索如何更多地借助用户界面更加友好的数学软件（如MATLAB、Mathematica和Maple等），进行数值分析与数值计算（也包括微积分和代数等基础课程）的教学。

在本书的整个构思和写作过程中，参考了许多文献和资料，其中对笔者影响最大的应当是下面这3本书：

[1] J. Penny, G. Lindfield. Numerical Methods Using MATLAB. Ellis Horwood. 1995.

[2] M. T. Heath. Scientific Computing: An Introductory Survey. 2nd Edition. McGraw Hill. 2002.

[3] C. Moler. Technical Computing with MATLAB. 2003 (Lecture Notes).

1995年的春天，我在国家图书馆的新书架上读到了[1]，感觉颇为清新。但[1]的弱点是，过多介绍MATLAB软件的使用方法，似乎有冲淡理论分析之嫌。[2]是一本很有特色的参考书，笔者曾经为它在中国内地发行的版本写了序言，但它并不是很适合初学者。2002年底，软件MATLAB的创始人、美国工程院院士C.Moler教授访问清华大学，笔者读到了他尚未出版的教材[3]，同他的交流也使笔者很受启发。

笔者一直努力将“数值分析”与“数值计算”并重的思想渗透到多年来开设的课程中去。经过不断的实践与积累，于1997年底形成了最初的讲义，也就是本书的雏形。其后以该讲义为蓝本，在给清华大学本科生、研究生和工程硕

士生开设的“计算方法”和“数值分析”课程中,试用了其中部分或全部内容。此次正式出版前,根据这套教材的定位,又进行了大幅度的修改与补充。

学习这门课程的学生,可以区分为两个群体:其一是所谓“计算数学”专业的,他们学习的目标是要“研究”和“创造”算法;而另一个群体显然要大得多,他们学习这门课程的目的主要是“使用”算法。尽管后者中的优秀分子无疑会对“创造”算法有重要贡献,但这毕竟不是他们学习的目标所在。由于这两个群体学习的目标不同,所以教材的内容、体系及侧重点都应有相当的差别。本书的选材是基本和经典的,定位则是“使用”算法的群体中要求比较高的。

本书共分为十章,各章除正文内容之外,还有课外读写、交互实验、应用举例和软件点评等小品栏目,从不同的角度补充正文内容:

- **课外读写** 在学习一个学科的过程中,了解它的历史、重要事件和重要人物,是课程内容十分重要的部分。本栏目以科学与工程计算发展历史上重要的算法为主要线索,同时介绍著名的大师和他们的学术贡献。
- **交互实验** 科学计算(数值计算)是实验性很强的学科,观察算法所产生的数值现象有助于学生体会科学计算的研究方法。本栏目选择若干著名的算法,提供编写好的 GUI(global user interface)形式的 MATLAB 程序,可以作为教师课堂演示用,也为学生课后的深入学习提供平台。
- **应用举例** “兴趣是最好的老师”,它为学生提供学习的动力。数学课程通常被学生认为是很抽象的,而本课程则是实用性很强的。本栏目介绍的若干“真实”问题的数学模型以及科学计算在其中发挥的作用,旨在激发学生们的学习兴趣。
- **软件点评** 数学软件在科学计算中具有重要的作用。我们主张学习数值计算时,主要精力放在算法分析和算法设计上;在应用时要注意针对具体问题筛选和比较算法,尽可能避免在低水平上重复已有算法的计算机编码。本栏目点评和介绍各种数学软件。例如介绍目前广为流行的 Mathematica 和 NAG 等商业软件的功能;也介绍软件包 Lapack 等可以通过 Internet 获得的自由软件,并建议大家尽量使用这类工具。

这些小品栏目,穿插在正文内容中,使用中可以随意截取,又不会影响正文内容的体系。这既便于教师课堂内容的取舍,也便于有余力的学生课外深入学习。

此外,在每章的最后均写有一段评注。我们并没有完整地回顾某一专题的发展历史,也没有试图完整地探讨学科的未来发展趋势。评注中的内容均是基于笔者个人的研究积累和经验发表的一孔之见,目的是开阔学生的视野,也可为有兴趣在某些方面进一步深入研究和学习的学生提供一些线索。

每章后面都附有一定数量的练习题,并区分为三类:思考题,目的是帮助学

生巩固基本概念,其中有些问题并不要求给出甚至也不一定存在确切的答案,有些问题也可能超出正文的内容,旨在引导学生多思考;**习题**,帮助学生复习课堂内容;**实验题**,上机的实际计算问题,帮助学生取得初步的计算经验。

选用本书作为教材的教师可与作者联系,取得与本书内容相关的程序文件和课件资料。作者的 E-mail 地址为 fbai@math.tsinghua.edu.cn。

本书内容包括 MATLAB 软件介绍、线性方程组的数值方法、函数的数值逼近、数值积分、微分方程问题的数值计算、非线性方程、矩阵特征值问题和最优化问题等。其中前八章是数值计算引论的基本内容,所以配有完整的习题;后两章是介绍性的,它们分别导引后续课程“最优化方法”和“微分方程数值方法”。完成本书的全部内容需要课内 64 ~ 72 学时,并可以选择应用举例的一部分讲授;如果是 48 ~ 54 学时的课程,则可以略去第九和第十章,并可以视情况适当压缩第八章的部分内容。

这本书酝酿了八年的时间,今天它终于面世了。虽然笔者深感它仍有诸多不足之处,还是决定让它面世,冀望在大家的帮助下能够不断完善。在过去多年的教学过程中,我的学生对本书的初稿提出了很多好的意见和建议,在此特向他们致谢。

白峰杉

2004 年初春 于清华园



## 写给学生的话

经常有学生会问：这门课学了有什么用？甚至完成一个习题或实验的时候，有的学生都在不自觉地问：这有什么用？或者是在疑虑：这与考试有什么关系？比较表面化的分析是：十几年的应试教育对学生毒害甚深，形成了如此的思维定式，是必须放弃的时候了！更深入的分析则必须在大学理念的框架下进行思考和分析。关于大学的理念并不存在完全的共识，而且至今论战不断。牛津剑桥式的绅士教育、洪堡式的精英大学教育、拿破仑式的技术与专业教育，均以不同方式体现在现代大学的理念中。中国现代意义上的大学，完全是舶来品，仅有百余年的历史；也正因为如此，中国的教育并没有真正植根于中国的本土文化。追随苏联模式的专才教育，更导致教育中的功利主义盛行，使得我国的高等教育重理轻文、重专业轻人文，鲜少产生博学鸿儒似的通才与大师。但作为大学，它就要遵循其显然的共性，因此百余年前中国大学的诞生和五十年前的院系调整，都不能作为思考中国大学理念的起点。

爱因斯坦说过，通过专业教育，学生可以成为一种有用的机器，但是不能成为一个和谐发展的人。清华的老校长梅贻琦先生也说过：“社会所需要者，通才为大，而专家次之。”至今仍滋养着不绝如缕的人文主义源流。梁思成先生是我国建筑学界一代宗师，是我国近代建筑教育事业的奠基者之一。1948年他在清华大学有一次名为《半个人的时代》的著名演讲。他指出，科技与人文分离导致了两种畸形人的出现：只懂技术而灵魂苍白的空心人和不懂科技而奢谈人文的边缘人，形成所谓“半个人的世界”。课程学习不仅要积累知识，要培养自我学习的能力，更应强调对知识的态度。包括认识科技必须以人为本、强调人的价值与尊严、重视对人类处境的终极关怀。唯有拥有了这样的人文理念，学生才不会沦为冰冷的工具。科学与人文割裂的恶果是，当一个人丧失了深切的人文关怀和人文判断，他就不能正确地认识世界、认识自我，更不会有正确的人生观和价值观。今天中国的大学，要游走在人文主义和科学主义之间，显得非常困难。通识教育在中国真可以说是步履蹒跚，因为我们所有教师所接受的教育都是极端专业主义的。教育逐渐摆脱实用主义是历史的必然，正在接受教育的一代应当主动迎接它的到来。

从比较技术性的角度，我希望指出的是，这门课程（“数值分析”或“计算方法”）确实是一门数学课，但又与你已经熟悉的数学课（例如微积分和代数

等基础课程)完全不同。从基本的思想方法和思维方式,到课程的学习方法都要有重大的变化。你所熟悉的数学课,他们共同的特点大概是抽象和严格的演绎,思维逻辑严密;而这门课,除了保持上述的特点之外,“归纳”成为不容忽视的思维方法,讨论的核心问题是“误差”——这个在数学上似乎根本就不应当存在的东西。以往的数学课,课后认真阅读教科书和做一定数量的习题十分重要;现在除了读书和做习题外,使用计算机进行计算变得同样重要。

计算机与数学的有机结合形成了“科学计算”的研究方法,它的核心内容是以现代化的计算机及数学软件为工具,以数学模型为基础进行模拟研究。科学计算是一个新兴的、发展十分迅速的学科。作为引论性的课程,这里涉及的算法都是很经典的。学习这门课程的目的,不是算法的方法本身,也不是算法分析的细节,而是重在把握算法背后的思想和基本原理。通过本课程和后续课程的学习,培养你跟踪科学与工程计算学科发展的能力,建立选择算法的思想和意识。

科学与工程计算是一个十分广泛的领域,其内容远比我们这里能够涉及的要丰富得多。希望更多了解该领域的读者,我推荐石钟慈院士所著的一本科普读物《第三种科学方法——计算机时代的科学计算》(2001年,清华大学出版社),有兴趣进一步研究和学习的读者,请参阅有关书籍和文献,或继续学习诸如“微分方程数值方法”、“最优化方法”和“高等数值分析”等后继课程。本课程的基本目的,是使读者通过学习和实验,初步建立并理解数值计算,特别是科学与工程计算的基本概念,为进一步深入的学习打下坚实的基础。

白峰杉

## 写给教师的话

科学计算并不是计算机本身的自然产物，而是数学与计算机有机结合的结果，是计算机仿真的基石。

- **数学** 在刚刚过去的 20 世纪，数学学科经历了前所未有的繁荣与发展，从学科领域到内容范畴都发生了根本的变化，其推动力当然源于数学的逻辑体系内部，但更重要的还是整个自然科学和工程技术发展的推动。一方面，今天几乎没有一个数学分支是“没用”的，数学在其他学科的应用空前广泛；另一方面，其他学科不断提出全新的问题，又成为数学发展的基本源泉。但很少有人认识到，被如此称颂的当代高技术本质上是数学技术。仅以信息技术而论，信息压缩、信息检测、图像处理和编码及译码技术等等，数学无疑为之提供了最重要的基础和最核心的工具。
- **计算机** 它是对 20 世纪科学、工程技术和人类社会生活影响最深刻的高新技术之一。现代人“会计算机”，就如同要“会外语”一样。然而，计算机对科学技术最深刻的影响，莫过于它使得科学计算并列于理论分析和实验研究，成为人类探索未知科学领域和进行大型工程设计的第三种方法和手段。
- **科学计算** 它作为当今科学研究的三种基本手段之一，是数学将触角伸向其他学科的桥梁。它在创新性研究中具有突出的作用，因此它的发展受到广泛关注。有些发达国家甚至将科学计算作为衡量国家综合实力的一个重要方面，大力推动其发展。近年来，科学计算也成为数学学科本身发展的源泉和动力之一。
- **计算机仿真** 它是在科学研究工作中被普遍采用的方法，是以科学计算为手段进行的科学研究工作，应当与理论手段和实验手段一样受到肯定和重视。在我国的国情下更应当重视发挥这种研究手段的作用。在这方面我们已经有了相当成功的经验，例如我国“两弹一星”的研制，就是充分运用基于科学计算的计算机仿真方法取得成功的典范。不仅节省了开支，还提高了研制速度。
- **数学软件与数学技术** 计算机的发展衍生出来许多东西，比如网络和多媒体等。但从数学的角度来讲，更值得重视的是数学软件，它是所谓数学技

术的一个很重要的载体。技术是成熟的科学,技术是科学的归宿。当科学比较成熟的时候,就会衍生并凝结成为技术。科学是少数人做的事情;而技术是面对公众的。比如说,现在很多人都使用计算机网络,但大部分人不清楚网络的科学原理,甚至不知道上网使用的是网络协议——TCP/IP。但这没关系,不影响你使用它,因为网络是信息技术。当你有了一些数学基础之后,数学软件就有了技术属性,它就要有一定的公众可接受程度。比如说 MATLAB、Mathematica、Maple、SAS、Lingo 等数学软件,对于受过较多教育的公众来说可以算导数、积分,等等。如果懂了这些基础,很多功能性的东西就已经凝结在软件里了。因此课程内容不需要很多、很深,要多强调算法的基本原理。

科学计算(“数值分析”或“计算方法”课程)是培养学生算法意识和能力的基本课程,应从培养学生科学计算能力出发。而这绝不是靠单纯讲授所能解决的,必须在计算机环境下、在适当的平台上通过实验完成科学计算的综合训练。

在本课程的教学过程中,学生的上机计算显然是必需的。但仅仅是重复已有各种算法的计算机编码,显然并不符合本课程的定位。基本编码能力的培养确实重要,但这应当是“计算机语言”等课程的训练目标。在本课程学习过程中,学生的主要精力应放在算法分析和算法设计上,应当努力培养学生评价和鉴赏算法的能力,引导和培养他们针对具体问题筛选和比较算法的意识和能力。正是因为如此,MATLAB 软件与 C 或者 FORTRAN 等语言平台相比,更加适合本课程的教学要求。事实上这一点正是 C.Moler 教授在 20 世纪 80 年代始创 MATLAB 软件的初衷。

高等教育中如何培养学生的科学计算能力正日益受到关注。学生在低年级完成了对计算机的“认知”后,在有关计算机的教学环节上,培养学生科学计算的能力应当成为中心。也正因为如此,科学计算(或传统上所称的“数值分析”、“计算方法”)已成为国内外理工科大学中开设最普遍的数学课程之一,其对象主要为研究生或高年级本科生。该课程在培养学生科学计算能力上具有不可替代的作用。

大学起源于欧洲中世纪,有近千年的历史。很多欧洲古大学的源头是神学院,目标则是培养神职人员。Newman 在 19 世纪 50 年代的演讲集《大学的理想》是一部专门讨论大学及其办学目标的著作,它是在英美传统中影响最大的关于大学的著作之一。Newman 认为,大学是传授普遍性知识(universal knowledge)的场所。他关于“博雅教育”和通识教育的论述,至今仍然激励着人们关于大学的理想。

真正现代意义的大学起源于德国。著名哲学家 Fichte 和政治家、教育家

Humboldt, 开创和实施了现代大学制度。这给德国带来的益处显而易见,使它迅速崛起成为世界强国。然而德国发动的两次世界大战给人类带来的浩劫是空前的,这与德国教育过分实用主义是有密切关系的。这方面的教训在欧美受到关注很多,但是在中国近百年教育发展和演化过程中,对教育思想的反思是十分有限的。由于百余年前中国创建自己的大学时,完全是抄袭了欧美当时的模式,与中国的传统文化产生了断裂;1952年的院系调整,中国照搬了前苏联的教育模式,进一步将专业主义推向高峰。今天是认真反思大学理念的时候了。

数学的逻辑演绎倾向和机械化算法倾向都是历史文化的必然。以古希腊Euclid《几何原本》为代表的逻辑演绎倾向,和以中国古代《九章算术》为代表的机械化算法倾向,共同以各自的构造模式、思维方式、运演规律及结构特征对世界数学的发展作出了贡献。但由于文化的断裂,自觉或不自觉地把西方数学的模式思维方式和价值标准,作为评价世界上不同数学与科学流派的唯一标准,从而自觉或不自觉地接受了西方中心论。因此在现行的数学课程中,几乎看不到中国古数学的印迹。

Descartes 是我们熟悉的伟大数学家。他发明解析几何的基本思想,是用代数方法来解决几何问题。这同欧氏演绎方法已经大相径庭了。而事实上,Descartes 更是一位伟大的哲学家,他是欧洲大陆理性哲学的开山大师,而理性无疑是西方数学的哲学基石。众所周知,Descartes 的《几何学》是他的哲学著作《方法论》的附录。Descartes 曾批判了传统的西方研究方法,认为古希腊人的演绎推理只能用来证明已经知道的事物,“却不能帮助我们发现未知的事情”。Descartes 描述了一种新型数学的蓝图,他提出的大胆计划,概而言之就是要将一切科学问题转化为求解代数方程的数学问题,贯穿于其中的是明显的算法精神。通过本课程的学习也可以让学生对中国古文化多一点认同吧!

白峰杉

# 课外读写: John von Neumann与ENIAC

John von Neumann (1903—1957), 匈牙利裔美籍数学家, 生于布达佩斯, 卒于华盛顿。他是 20 世纪少有的数学科学通才, 在许多领域 (不限于数学) 都有重要而基本的贡献。

von Neumann 是犹太人。他自幼聪颖, 记忆力过人, 对数学有惊人的天分, 但他父亲希望他从商。几经周折, 他在布达佩斯大学读数学, 同时又在柏林大学学化学 (后到苏黎世学化工)。但即使在苏黎世, 他仍与知名数学家 Weyl 和 Polya 交往甚密。1926 年 von Neumann 以一篇集合论的论文获得布达佩斯大学的博士学位, 然后得到 Rockefeller 奖学金前往哥廷根大学跟随 Hilbert 做博士后研究。他在二十几岁时已经是数学界公认的年轻天才。1930 年 von Neumann 到普林斯顿大学客座, 1931 年普林斯顿大学即授予他教授职位, 1933 年他成为新成立的普林斯顿高等研究院的终身研究员。

von Neumann 在基础数学的很多领域有非常杰出的工作, 包括数理逻辑 (尤其是公理集合论)、测度论、实分析、算子代数和遍历理论等。

von Neumann 对应用数学有更深刻的贡献。他是对策论的创始人, 对量子力学的数学理论建立也有重要贡献。20 世纪 40 年代的兴趣转向流体力学, 对非线性偏微分方程产生非常大的兴趣并有杰出成果。而对他而言, 数值计算是最可能的实验方法, 这也使他成为当今计算机的奠基者。

ENIAC 是世界上第一台电子计算机。它的研制计划, 是为了适应当时导弹设计研究的需要, 由美国国防部拨专款 (最后的总花费是 20 世纪 40 年代的 50 万美元) 建造, 最初的目的只是做弹道计算。虽然是电子的, 但是最开始基本设计的雏形还是沿用了机械计算机的概念, 只是将所有的机械元件换成真空电子管以获取更高的速度。根本性的变化发生在 von Neumann 加入设计工作之后, 使它成为世界上第一台真正可编程的电子计算机。1947 年 7 月 29 日, ENIAC 正式进入弹道实验室服役, 在美国导弹研究计划及其后来的原子弹和氢弹研究中发挥了重要作用。同时由于它是可编程序的计算机, 也完成了许多其他计算任务。例如 1949 年 9 月, ENIAC 花了 70 个小时将圆周率  $\pi$  计算到 2 037 位; 1950 年经过 12 小时计算, 完成了北美 24 小时天气预报, 预报精度当然不可能与今天的相比, 但这毕竟是历史上的第一次。以今天的眼光来看, ENIAC 的设计和速度都很原始, 但是它的确发挥了重要作用。它一直工作到 1955 年 10 月



2 日的半夜 11:45 正式关机退役。之后 ENIAC 就被解体,分别送到几个博物馆收藏。

真空电子管计算机的想法,技术上最令人担心的问题之一,就是如何保持稳定运行。ENIAC 共有 17 468 个真空管,那个时代的真空电子管不但价格昂贵而且不稳定,因此工程上必须严格控制电流和电压在很小范围内波动,以降低真空管的损坏率。为了维护方便,在面板上每个电子管连接一个小灯泡,以便快速找出损坏的管子。这种一大片灯泡在面板上闪烁的情景,给人以高科技的印象。后来的计算机改用晶体管或集成电路,也不再需要那些小灯泡来帮助维修了。

ENIAC 和今天的计算机有许多不同,当然不足为奇。ENIAC 的计算速度只有每秒 5 000 次,而今天每秒几亿次的计算机都很平常。但今天的计算机在概念上与 ENIAC 并没有本质上的差异,都是 von Neumann 计算机。

计算机从发明至今仅有六十余年的历史,但它已经成为现代社会的支柱之一,对社会进步所起的作用是举世公认的,发展如此之迅速在世界科学历史上也实属少见。今天的计算机应用很多,渗透到社会的方方面面。但催生了第一台计算机 ENIAC 的,不是 Internet,也不是数据库,更不是游戏,而是源于重大实际应用问题、与流体力学问题相关的非线性偏微分方程计算,即科学计算问题。了解历史,相信有助于理解今天计算机与科学计算的概念。

# 目 录



ENIAC

第二版前言

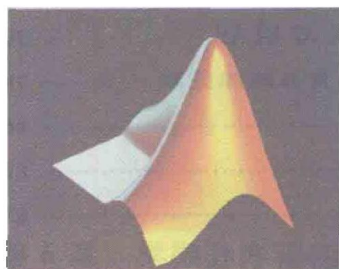
第一版前言

写给学生的话

写给教师的话

课外读写: John von Neumann 与 ENIAC

## 第 1 章 数值计算的工具 MATLAB ..... 1



§ 1.1 介绍你认识 MATLAB ..... 1

§ 1.2 用 MATLAB 处理矩阵——容易 ..... 2

§ 1.3 用 MATLAB 绘图——轻松 ..... 8

§ 1.4 用 MATLAB 编程——简洁 ..... 12

§ 1.5 用好 MATLAB——祝你们成为  
好朋友 ..... 17

附录 1. A MATLAB 工具箱介绍 ..... 20

评 注 ..... 22

实验题 ..... 23

## 第 2 章 数值计算的基本概念 ..... 25



J. Wilkinson

§ 2.1 浮点数与舍入误差 ..... 26

课外读写:《易经》与二进制 ..... 29

§ 2.2 计算机算术的若干问题 ..... 30

§ 2.3 计算方法及其计算复杂性 ..... 34

§ 2.4 算法的稳定性 ..... 37

§ 2.5 问题的病态性 ..... 38

软件点评:数学软件综述 ..... 40

课外读写:J. Wilkinson 与数学软件 ..... 41

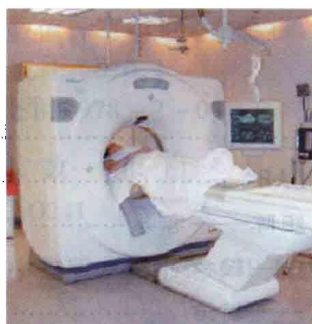
评 注 ..... 42

思考题 ..... 43

第 3 章 线性方程组求解的数值方法 ..... 45



A. Householder



CT

§ 3.1 Gauss 消去法与矩阵的 LU 分解 ..... 46  
 课外读写:《九章算术》与消去法 ..... 53  
 交互实验 trylu: Gauss 消去法 ..... 54

§ 3.2 Cholesky 分解 ..... 55  
 课外读写: A. Householder 与矩阵分解  
 方法 ..... 56

§ 3.3 向量范数与矩阵范数 ..... 57

§ 3.4 古典迭代法的构造 ..... 59

§ 3.5 迭代法的分析 ..... 62

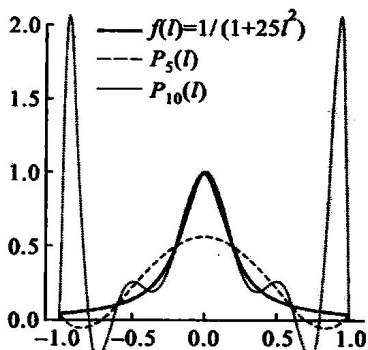
§ 3.6 超松弛迭代 (SOR) 及分块迭代方法 ... 65

§ 3.7 线性方程组的条件 ..... 68

§ 3.8 稀疏矩阵的计算 ..... 72  
 应用实例: CT 图像重建 ..... 74  
 软件点评: LINPACK 与 BLAS ..... 76

附录 3. A 公理化的向量与矩阵范数 ..... 78  
 评 注 ..... 86  
 思考题 ..... 87  
 习 题 ..... 88  
 实验题 ..... 89

第 4 章 函数的数值逼近 ..... 92



插值的 Runge 现象

§ 4.1 代数多项式插值 ..... 92  
 交互实验 tryrunge: 多项式插值的 Runge  
 现象 ..... 95

§ 4.2 多项式插值的进一步分析 ..... 96

§ 4.3 分段插值与保形插值 ..... 98

§ 4.4 样条函数插值 ..... 100  
 交互实验 tryinterp: 插值方法比较 ..... 104

§ 4.5 曲线拟合的最小二乘方法 ..... 105  
 应用实例: 人口预测 ..... 107

§ 4.6 函数的最佳平方逼近 ..... 108  
 软件点评: 插值软件 ..... 111

附录 4. A 内积空间与正交多项式 ..... 112  
 附录 4. B 多元函数的逼近 ..... 117  
 评 注 ..... 119