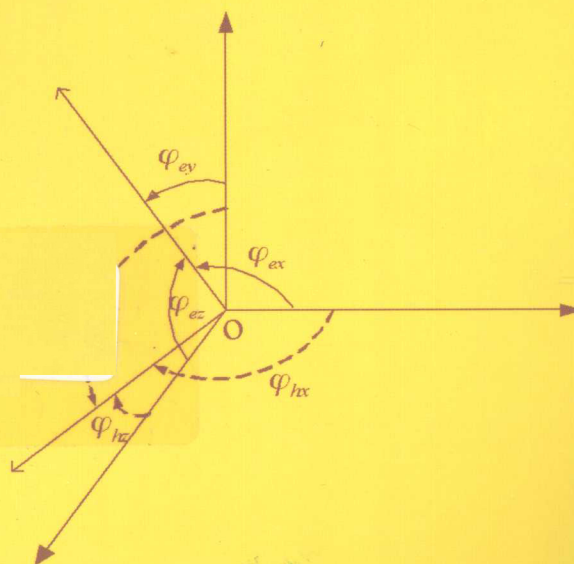


色散介质 时域有限差分方法

刘少斌 刘 崧 洪伟 著



科学出版社
www.sciencep.com

色散介质时域有限 差分方法

刘少斌 刘 崧 洪 伟 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书共分5章。第1章介绍色散介质的基本性质,第2章介绍时域有限差分方法的基本原理,第3~5章分别讨论了各向同性色散介质和各向异性色散介质的时域有限差分方法及其应用。虽然色散介质种类较多,但仿真方法基本相同,因此,本书以等离子体介质为重点进行了研究,以期读者能融会贯通。

本书可供从事雷达系统、电子对抗、目标与环境特性、隐身与反隐身、目标识别、计算电磁学等领域研究和开发工作的科技人员参考,也可作为高等院校相关专业高年级本科生和研究生的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

色散介质时域有限差分方法/刘少斌,刘崧,洪伟著. —北京:科学出版社, 2010.7

ISBN 978-7-03-028356-6

I. 色… II. ①刘… ②刘… ③洪… III. 色散-介质-时域分析-差分法
IV. ①TN011

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第140561号

责任编辑:王志欣 孙 芳 / 责任校对:邹慧卿

责任印制:赵 博 / 封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

铭浩彩色印装有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010年7月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2010年7月第一次印刷 印张: 20

印数: 1—2500 字数: 389 000

定价: 58.00 元

如有印装质量问题,我社负责调换

前 言

计算电磁学结合了数值计算学、计算机技术和电磁场理论等相关学科的知识,作为一门交叉学科,正经历着日新月异的发展。时域有限差分(finite-difference time-domain, FDTD)方法是一种对麦克斯韦方程组进行直接求解的数值方法,既可以分析时谐场,又能计算宽频带瞬态场,还能处理非均匀、各向异性色散介质的电磁学问题。因此, FDTD 方法由于其强大的功能已成为电磁场数值计算的重要方法之一。

近二十年来, FDTD 方法在处理色散介质的电磁学问题时取得了长足的进展,出现了大量处理色散介质电磁仿真的 FDTD 方法。我们撰写本书的目的是想将色散介质 FDTD 方法的研究成果汇编成册,为从事雷达系统、电子对抗、目标与环境特性、隐身与反隐身、计算电磁学等领域研究的科技人员提供一本实用的读物。本书内容新颖,系统性较强。书中大部分的内容来自于近几年作者团队从事科学研究的成果,也有一部分来自国内外同行的研究成果。

本书共分 5 章。第 1 章介绍色散介质的基础知识和基本概念。第 2 章介绍了 FDTD 的发展史及基本原理。第 3 章介绍了几种电磁波在非磁化等离子体和色散介质中传播的 FDTD 方法,包括递归卷积(recursive convolution, RC) FDTD 方法、分段线性递归卷积(PLRC) FDTD 方法、梯形递归卷积(TRC) FDTD 方法、电流密度卷积(JEC) FDTD 方法、移位算子(SO) FDTD 方法、分段线性电流密度递归卷积(PLJERC) FDTD 方法、龙格-库塔指数时程(RKETD) FDTD 方法、矩阵指数(ME) FDTD 方法、Young 氏直接积分和高阶 Young 氏直接积分 FDTD 方法、等离子交替方向隐式(alternating direction implicit, ADI) FDTD 方法、PLJERC-ADI-FDTD 方法、Z 变换 ADI-FDTD 方法、JEC-ADI-FDTD 方法、高阶 ADI-FDTD 方法等。第 4 章介绍了几种电磁波在各向异性磁等离子体介质中传播的 FDTD 方法,包括磁等离子体的 RC-FDTD 方法、PLRC-FDTD 方法、TRC-FDTD 方法、JEC-FDTD 方法、PLJERC-FDTD 方法、Young 氏直接积分 FDTD 方法和时变磁等离子体的直接积分 FDTD 方法、改进的 PLJERC-FDTD 方法、RKETD-FDTD 方法等。第 5 章用新型的 FDTD 方法研究了等离子体覆盖一维、二维和三维目标电磁散射特性,并对结果进行了讨论,研究了等离子体光子晶体的带隙特性和滤波特性。

本书的出版与作者课题组多年的科研工作是分不开的,在此向与我们一道工作的同事和研究生表示感谢。感谢南京航空航天大学、东南大学、南昌大学在本书的撰写和出版过程中给予的帮助,同时感谢所有协助本书出版的人们。

由于作者水平所限,书中不妥之处在所难免,敬请读者不吝指正。

作者

2010年5月于南京

目 录

前言

第 1 章 色散介质的基本性质	1
1.1 电介质的导电与极化	1
1.1.1 电介质的极化模型和极化率	1
1.1.2 电介质的导电模型和电导率	4
1.2 等离子体的基本性质	5
1.2.1 等离子体的基本参数	5
1.2.2 等离子体的介电性和导电性	11
1.3 德拜介质和洛伦兹介质的基本性质	19
1.3.1 德拜介质的本构关系	19
1.3.2 洛伦兹介质的本构关系	20
1.4 电磁波在色散介质中的传播	21
1.4.1 麦克斯韦方程组与本构关系	21
1.4.2 耗散介质中电磁波的传播	22
1.5 各向同性电色散介质中电磁波的传播	26
1.6 磁等离子体中平行于磁场传播的电磁波	29
1.6.1 无碰撞磁等离子体中平行于磁场传播的电磁波	29
1.6.2 碰撞对磁等离子体中平行于磁场传播电磁波的影响	32
1.7 磁等离子体中垂直于磁场传播的电磁波	34
1.7.1 无碰撞磁等离子体中垂直于磁场传播的电磁波	34
1.7.2 碰撞对磁等离子体中垂直于磁场传播电磁波的影响	35
参考文献	37
第 2 章 FDTD 方法的基本原理	38
2.1 FDTD 的发展	38
2.2 直角坐标系中 FDTD 方法	41
2.2.1 麦克斯韦方程和 Yee 元胞	41
2.2.2 Yee 算法一维情形	44
2.2.3 Yee 算法二维情形	45
2.2.4 Yee 算法三维情形	47
2.3 FDTD 的数值稳定性与误差分析	49

2.3.1	数值稳定性	49
2.3.2	数值色散	51
2.3.3	数值色散的定量估算	52
2.4	FDTD 方法的几个关键问题	53
2.4.1	吸收边界条件	53
2.4.2	激励源	70
2.4.3	近-远场变换	76
2.4.4	时域到频域的变换	79
	参考文献	80
第3章	各向同性色散介质中的 FDTD 方法	86
3.1	各向同性色散介质的 RC-FDTD 方法	86
3.1.1	RC-FDTD 方法的基本原理和公式	87
3.1.2	几种色散介质的递归卷积项迭代公式	89
3.1.3	等离子体 RC-FDTD 方法的有效性验证	91
3.2	各向同性色散介质的 PLRC-FDTD 方法	92
3.2.1	PLRC-FDTD 方法的基本原理和公式	92
3.2.2	几种色散介质的递归卷积项迭代公式	93
3.2.3	PLRC-FDTD 方法的有效性和精度	95
3.3	非磁化等离子体的 TRC-FDTD 方法	96
3.3.1	非磁化等离子体 TRC-FDTD 方法的基本原理和公式	96
3.3.2	非磁化等离子体 TRC-FDTD 方法有效性验证	100
3.4	各向同性色散介质的 ADE-FDTD 方法	101
3.5	各向同性色散介质的 JEC-FDTD 方法	102
3.5.1	JEC-FDTD 方法原理及公式	102
3.5.2	JEC-FDTD 方法和 RC-FDTD 方法的关系	104
3.6	各向同性色散介质的 PLJERC-FDTD 方法	105
3.6.1	PLJERC-FDTD 方法原理及公式	105
3.6.2	PLJERC-FDTD 方法的有效性和精度	107
3.6.3	等离子体 PLJERC-FDTD 方法的算例	108
3.7	等离子体介质的 Young 氏直接积分 FDTD 方法	111
3.8	等离子体高阶 FDTD 方法	113
3.8.1	等离子体高阶 FDTD 基本公式	113
3.8.2	算法的有效性和精度	116
3.8.3	碰撞等离子体的高阶 FDTD 方法	117
3.9	SO-FDTD 方法	121

3.9.1	SO-FDTD 方法原理和公式	121
3.9.2	SO-FDTD 方法验证	123
3.10	RKETD-FDTD 方法	124
3.10.1	RKETD-FDTD 方法原理及公式	124
3.10.2	算法的有效性和精度	127
3.11	ME-FDTD 方法	128
3.11.1	ME-FDTD 方法原理与公式	128
3.11.2	等离子体 ME-FDTD 方法的有效性验证	131
3.12	几种色散介质算法的数值色散和耗散误差比较	132
3.12.1	一维情况	132
3.12.2	二维情况	136
3.12.3	三维情况	140
3.13	无条件稳定的 FDTD 方法	144
3.13.1	ADI-FDTD 原理及公式	144
3.13.2	ADI-FDTD 方法中 PML 吸收边界条件	148
3.14	等离子体的 ADI-FDTD 方法	152
3.14.1	等离子体 ADI-FDTD 公式	152
3.14.2	等离子体 ADI-FDTD 公式的稳定性分析	154
3.15	等离子体 CDRC-ADI-FDTD 方法	156
3.15.1	等离子体的 CDRC-ADI-FDTD 原理与公式	156
3.15.2	CDRC-ADI-FDTD 方法验证	159
3.16	色散介质 Z 变换 ADI-FDTD 方法	161
3.16.1	色散介质 Z 变换 ADI-FDTD 公式	161
3.16.2	色散介质 Z 变换 ADI-FDTD 方法验证	163
3.17	等离子体 PLJERC-ADI-FDTD 方法	165
3.17.1	等离子体 PLJERC-ADI-FDTD 原理与公式	165
3.17.2	等离子体中 PLJERC-ADI-FDTD 方法验证	167
3.17.3	等离子体三维 PLJERC-ADI-FDTD 公式	169
3.17.4	三维 PLJERC-ADI-FDTD 方法验证	172
3.18	等离子体高阶 ADI-FDTD 方法	173
3.18.1	等离子体高阶 ADI-FDTD 原理及公式	173
3.18.2	高阶 ADI-FDTD 方法数值稳定性分析	174
3.18.3	等离子体高阶 ADI-FDTD 方法数值色散误差分析	175
	参考文献	178

第4章 电磁波在各向异性色散介质中传播的 FDTD 方法	183
4.1 磁等离子体的 RC-FDTD 方法	184
4.1.1 RC-FDTD 基本方程及原理	184
4.1.2 RC-FDTD 方法的有效性与实例	188
4.2 磁等离子体 PLRC-FDTD 方法	190
4.2.1 PLRC-FDTD 基本原理及方程	190
4.2.2 算法的有效性与实例	194
4.3 磁等离子体 TRC-FDTD 方法	196
4.3.1 磁等离子体 TRC-FDTD 方法原理与公式	196
4.3.2 离散情况下磁等离子体三维 TRC-FDTD 迭代公式	199
4.3.3 磁等离子体 TRC-FDTD 方法有效性验证	203
4.4 磁等离子体 JEC-FDTD 方法	206
4.4.1 JEC-FDTD 方法基本原理及方程	207
4.4.2 算法的有效性验证	208
4.5 磁等离子体 ADE-FDTD 方法	212
4.5.1 ADE-FDTD 方法基本原理及方程	212
4.5.2 算法的有效性验证	213
4.6 磁等离子体 PLJERC-FDTD 方法	214
4.6.1 PLJERC-FDTD 方法基本原理及方程	215
4.6.2 算法的有效性和精度	216
4.7 磁等离子体 SO-FDTD 方法	218
4.7.1 磁等离子体 SO-FDTD 方法公式	218
4.7.2 算法的有效性和精度	219
4.8 磁等离子体的 Young 氏直接积分方法	221
4.8.1 磁等离子体的 Young 氏直接积分方法公式	221
4.8.2 算法的有效性和精度	222
4.9 时变磁等离子体的直接积分 FDTD 方法	222
4.9.1 时变磁等离子体的直接积分 FDTD 方法原理及公式	222
4.9.2 完全导体边界条件	225
4.9.3 算法的有效性	226
4.10 磁等离子体的改进的 PLJERC-FDTD 方法	228
4.10.1 改进的 PLJERC-FDTD 方法原理及公式	228
4.10.2 算法的有效性和精度	230
4.11 磁等离子体 RKETD-FDTD 方法及有效性验证	232
4.11.1 磁等离子体 RKETD-FDTD 方法原理及公式	232

4.11.2 磁等离子体 RKETD-FDTD 方法的有效性验证	238
4.11.3 磁等离子体 RKETD-FDTD 方法的数值色散误差及稳定性分析	241
参考文献	246
第 5 章 色散介质 FDTD 应用	247
5.1 色散 FDTD 计算等离子体涂覆目标电磁散射	248
5.1.1 一维目标等离子体涂覆目标电磁散射特性	248
5.1.2 二维等离子体涂覆目标电磁散射特性	264
5.1.3 三维等离子体涂覆目标电磁散射特性	274
5.1.4 不均匀非磁化等离子体涂覆复杂三维目标的雷达散射截面	281
5.2 FDTD 分析等离子体光子晶体带隙特性	285
5.2.1 均匀分布等离子体光子晶体的光子带隙特性	285
5.2.2 非均匀分布等离子体光子晶体光子带隙特性	288
5.2.3 基于法拉第效应磁等离子体光子晶体光子带隙特性	292
5.2.4 基于横磁效应磁等离子体光子晶体的光子带隙特性	298
5.2.5 基于可调等离子体缺陷层等离子体光子晶体的滤波特性分析	303
参考文献	307

第 1 章 色散介质的基本性质

本章简要介绍了色散介质的物理基础,对等离子体、德拜(Debye)介质、洛伦兹介质等三种色散介质的性质进行了简要叙述,给出了它们常用的几个参数,介绍了色散介质的近似分析方法及其对应的麦克斯韦方程组,对电磁波在色散介质中的传播也进行了简单的介绍和讨论^[1~4]。

1.1 电介质的导电与极化

电介质是人类研究较早的材料之一,在人类对电有了初步的认识和应用阶段,电介质材料的研究就问世了。然而,当时的电介质材料,也就是绝缘材料,主要用于分隔电流。电介质的研究对象是绝缘体(材料),并以绝缘材料的介电参数、损耗、电导和击穿等所谓四大参数为主要研究内容^[1~4]。20 世纪 30 年代以来,随着半导体技术、光电技术、激光技术及其他各种新技术的出现和发展,电介质材料的品种越来越多,功能也越来越强,电介质已经远不是仅作为绝缘材料来应用了,特别是随着极性电介质的出现,电介质材料得到了越来越广泛的应用,也使得人们对电介质的理解及其范畴与过去大不相同,以绝缘材料的四大参数为主要内容的电介质物理学也逐步演变为以研究物质内部电极化过程的学科。从这个意义上来说,电介质物理学既是一门古老的学科,同时更是一门崭新的学科,电介质物理学正等着越来越多的科学家去更深入地研究。

1.1.1 电介质的极化模型和极化率

电介质的电极化过程与介质的结构密切相关,在电介质内部,介质中的电荷是不可以自由运动的,这些电荷称为束缚电荷。在外电场作用下,介质中束缚电荷发生位移,从而使介质分子形成不等于零的电偶极矩,并产生宏观束缚电荷,这种现象称为电介质的电极化,能产生电极化现象的物质统称为电介质。电介质的极化过程中,由于分子电偶极矩要产生电场,叠加在原来的电场之上,使原电场产生变化。电介质的极化是一个微观过程,通常,其可以分为两种不同的情况:第一种是无极分子的极化,称为位移极化;第二种是有极分子的极化,称为取向极化。其中,位移极化又可以分为电子极化和离子极化两种。电子极化是指组成原子的电子云在外电场的作用下相对于原子核发生位移,而产生电偶极矩,也称为原子核外电子云的畸变极化;离子极化是指分子由正、负离子组成,在外电场的作用下

正、负离子发生位移,而产生电偶极矩。取向极化则是分子具有固有的电偶极矩,无外电场时,因为分子热运动使得宏观上无合成的电偶极矩,当外电场作用时,分子电偶极矩取向外电场的方向而产生合成电偶极矩。

电介质是包括固态、液态、气态和等离子体在内的范围广泛的物质。固态电介质包括晶态电介质和非晶态电介质两大类,后者包括玻璃、树脂和高分子聚合物等,是良好的绝缘材料。液态电介质包括油、纯水、有机酸等广泛的物质。气态电介质包括氢、氧、氮及一切在非电离状态下的气体。对电离气体,如果气体的电离度不太高,其也可以看成电介质,即使是等离子体,在电离度不太高的情况下,或者等离子体的碰撞频率足够大的情况下,等离子体也可以看成电介质,可使用电介质模型进行研究。

许多电介质的电阻率很高,它们一般被称为绝缘体。有些电介质的电阻率并不很高,但由于能发生极化过程,也归入电介质。通常情况下,电介质分子中的正、负电荷互相抵消,宏观上不表现出电性。

为了说明宏观物质的电极化,先要讨论电偶极矩。宏观物质一般由原子和分子组成,这些粒子是电中性的,即正电荷和负电荷的电量相等。但是,在外电场的作用下,分子的正、负电荷中心不重合。设从负电荷中心到正电荷中心的矢量为 l ,则粒子的电偶极矩为^[1]

$$p = ql \quad (1.1)$$

其单位为 $C \cdot m$ 。介质中,一个宏观无限小体积元 $\Delta\tau$ 内的合成电偶极矩为 $\sum p$ 。定义介质极化强度矢量为单位体积内分子电偶极矩的矢量和,则极化强度矢量可写为^[2,3]

$$P = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\sum p}{\Delta\tau} \quad (1.2)$$

其是一个具有平均意义的宏观物理量,单位为 C/m^2 。

工程上,当电介质极化时,电极化强度矢量 P 与总电场强度 E 的关系一般由实验确定。对于常用的均匀电介质,实验证明其受控关系为^[2,3]

$$P = \epsilon_0 \chi_e E \quad (1.3)$$

式中, ϵ_0 为真空的介电常数,实验显示,真空的介电常数 $\epsilon_0 \approx 8.854 \times 10^{-12} (F/m)$; χ_e 称为极化系数,是一个无单位的比例系数。

物质内存在电场时,物质中带电粒子将出现运动或位移现象,一般用单位面积上位移穿过的束缚电荷量来表示电场的另一基本物理量,称为电位移矢量(或电通密度),用 D 来表示,其单位为 C/m^2 。

大约 19 世纪 40 年代,法拉第利用电感应的概念进行了有关电介质性质的实验研究。实验显示,在各向同性介质中,空间某处的电位移矢量 D 和该点的电场

强度 E 成正比,即

$$\mathbf{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E} \quad (1.4)$$

式中, ϵ 称为电介质的介电常数,单位为 F/m,其量值通常由实验测量确定; ϵ_r 称为电介质的相对介电常数。方程(1.4)称为电介质本构关系。

最常用的特例是真空的情况,真空中的电位移矢量为

$$\mathbf{D}_0 = \epsilon_0 \mathbf{E} \quad (1.5)$$

可以证明,在各向同性介质中,极化强度矢量与电位移矢量的关系可以写为

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \chi_e \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E} \quad (1.6)$$

显然,极化系数 χ_e 与相对介电常数的关系为

$$\epsilon_r = 1 + \chi_e \quad (1.7)$$

介质的介电常数(或极化系数)与外电场的频率有关。在外电场作用下,介质的介电常数 ϵ 是综合反映上述三种极化过程的宏观物理量,它是电磁波频率 ω 的函数 $\epsilon(\omega)$ 。只有当频率为零或频率很低(如 1kHz)时,三种微观过程都参与作用,此时, $\epsilon(0)$ 是个常数,通称为介电常数,这也就是静电介电常数 ϵ_s 或低频介电常数。随着频率的增加,分子固有电矩的取向极化逐渐落后于外场的变化,这时,介电常数取复数形式,即^[1]

$$\epsilon(\omega) = \epsilon'(\omega) - j\epsilon''(\omega) \quad (1.8)$$

式中,虚部 $\epsilon''(\omega)$ 代表介质损耗,是由电极化过程追随不上外场的变化而引起的。实部随着频率的增加而显著下降,虚部出现峰值,如图 1.1 所示。频率再增加,实部 $\epsilon'(\omega)$ 降至新恒定值,而虚部 $\epsilon''(\omega)$ 则变为零,这表示分子固有电矩的取向极化已不能响应了。当频率进入到红外区,分子中正、负离子电矩的振动频率与外场发生共振时,实部 $\epsilon'(\omega)$ 先突然增加,随即陡然下降, $\epsilon''(\omega)$ 又出现峰值;过此以后,正、负离子的位移极化亦不起作用了。在可见光区,只有电子云的畸变对极化有贡献,这时实部取更小的值,称为光频介电常数,记作 ϵ_∞ 。频率再增加,光频介电常数随着频率的增加而增加,此时,称为正常色散。随后,实部 $\epsilon'(\omega)$ 先突然增加然后陡然下降,光频介电常数随着频率的增加而下降的频段称为反常色散。与此同时,虚部 $\epsilon''(\omega)$ 出现很大的峰值,对应电子跃迁的共振吸收。

对各向异性的介质,本构关系通常可以写为

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{E} \quad (1.9)$$

式中, $\boldsymbol{\epsilon}$ 为介质的介电常数张量。此时,电场强度 $\mathbf{E}$ 和电位移矢量 $\mathbf{D}$ 不一定平行。如果介质的介电常数为张量,则称它是电各向异性的。

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

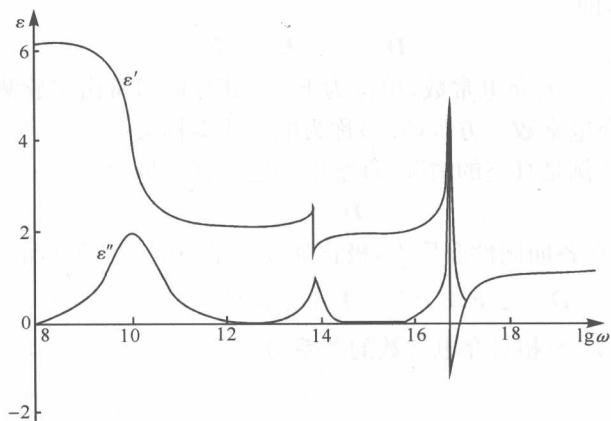


图 1.1 介质频散(色散)和介质损耗

某些介质通常具有对称的介电常数张量。对于对称形式的矩阵,总存在一个坐标变换,可将其变换成一个对角矩阵,即

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

如果 $\varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$, 则这种介质称为双轴介质; 如果 ε_x 、 ε_y 和 ε_z 中总有两个相等, 则这种介质称为单轴介质。

1.1.2 电介质的导电模型和电导率^[1~3]

自然界中, 无耗介质只是一种理想情况, 实际的介质都是有损耗的, 土壤、海水、树木、大气、云层等都是电磁波传播过程中经常遇到的耗散介质。在耗散介质中, 电磁波的电场能够激励出传导电流, 因此, 耗散介质也称导电介质。在耗散介质中传播的电磁波发生能量损耗, 导致波的幅值随传播距离增大而指数衰减。研究表明, 电磁波在耗散介质中传播时有其独有的特点, 其幅值和相位都会受到耗散介质的影响, 导致电磁波的波形发生改变。因此, 研究波在耗散介质中的传播特性具有实际意义。

在耗散介质中, 带电粒子的宏观运动形成传导电流。设带电粒子的体电荷密度分布为 ρ , 带电粒子的平均运动速度为 u , 则在 Δt 时间内带电粒子的运动距离 Δl 为

$$\Delta l = u \Delta t \quad (1.12)$$

单位时间垂直通过面元 Δs 的电荷量为

$$\Delta q = \rho \Delta s \cdot \Delta l \quad (1.13)$$

则通过面元 Δs 的电流 ΔI 为

$$\Delta I = \rho \Delta s \cdot \frac{\Delta l}{\Delta t} = \rho \Delta s \cdot u \quad (1.14)$$

定义传导电流密度为

$$J = \frac{\Delta I}{\Delta s} \quad (1.15)$$

则从式(1.14)可得 $J = \rho u$, 写出矢量形式为

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{u} \quad (1.16)$$

通过曲面 s 的电流可以写为

$$I = \int_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.17)$$

实验证明,对均匀、线性及各向同性的耗散介质,电流密度与电场强度成正比关系,即

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.18)$$

式中, σ 称为耗散介质的电导率,表征介质的导电性能,其单位为 S/m,仅随温度变化。

方程(1.18)是欧姆定律的微观表示形式,其物理意义可以表述为:耗散介质中任意一点的电流密度正比于电场强度,其比例系数为介质的电导率。对一般的线性导体来说, σ 为常数,此时, $\mathbf{J}$ 和 $\mathbf{E}$ 的方向相同。对各向异性耗散介质,电导率是一个张量。

电导率的倒数称为电阻率,即

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad (1.19)$$

电阻率的单位为 $\Omega \cdot \text{m}$ 。

1.2 等离子体的基本性质

1.2.1 等离子体的基本参数

当任何不带电的普通气体在受到外界高能作用后(如高能粒子轰击、强激光照射、高压气体放电、热致电离、微波放电等方法),部分原子中电子吸收的能量超过原子电离能后脱离原子核的束缚而成为自由电子,同时,原子因失去电子而成为带正电的离子,这样,原中性气体因电离将转变成由大量自由电子、离子和中性原子组成的物质。但是,并非所有的由自由电子、离子和中性原子组成的物质都是等离子体,能称为等离子体的物质需要满足一定的条件,即需要有足够高的电离度,同时还需要足够的体积。粗略地说,等离子体是带电的,具有“电性”,即等

离子体在宏观上能够表现出与普通气体不同的物理性质;而普通气体是不带电的,具有“中性”,即普通气体所遵循的规律。通常,体系中既有“电性”也有“中性”,当体系中“电性”比“中性”更重要时,这一体系可以称为等离子体。当体系中“中性”比“电性”更重要时,这一体系只能称为电离气体。

等离子体是由大量带电粒子组成的非束缚态宏观体系,它可以包含自由电子、带正电的离子、带负电的离子,也可能存在中性粒子。等离子体具有数密度近似相等的自由电子和正离子,在整体上呈电中性,并表现出显著的集体行为。

等离子体和普通气体性质不同,普通气体由分子构成,分子之间相互作用力是短程力,仅当分子碰撞时,分子之间的相互作用力才有明显效果,理论上可用气体分子运动论来描述。在等离子体中,带电粒子之间的库仑力是长程力,库仑力的作用效果远远大于带电粒子可能发生的局部短程碰撞效果。等离子体中的带电粒子运动时,能引起正电荷或负电荷局部集中,产生电场;电荷定向运动引起电流,产生磁场。电场和磁场要影响其他带电粒子的运动,并伴随着极强的热辐射、热传导和等离子体波。

等离子体广泛存在于自然界中,也可以有多种方法人工产生等离子体,如气体放电、核爆炸、放射性同位素的射线、高超音速飞行器的激波、燃料中掺有铯、钾、钠等易电离成分的火箭和喷气式飞机的射流都可以形成弱电离等离子体,飞船返回舱等再入物体也可在其四周形成等离子体。

下面讨论等离子体的一些常见参数。

1. 德拜长度

德拜长度的最早定义出现在德拜-赫克尔(Debye-Huckel)的电解质理论中。1929年,等离子体物理学的先驱者——朗缪尔(Langmuir)将德拜长度的概念引入等离子体物理中。

等离子体的集体行为的一个基本特征是具有屏蔽掉作用于其上的电势的能力。假定在等离子体内插入一个带电球体,带电球体会吸引带相反电荷的粒子,在带电球的周围形成电荷云(假定带电球的表面有电介质层阻止了电荷在带电球表面的复合)。对冷等离子体,不考虑电子的热运动,则电荷云中的电荷与带电球的电荷刚好相同。因此,这种屏蔽是完全的,即电荷云外不再存在电场。另一方面,如果等离子体的温度是有限的,则处于电荷云边缘(此处的电场较弱)的那些粒子就有足够的热能逃逸出静电势阱。此时,电荷云边缘出现在势能近似等于粒子热能的半径上,屏蔽是不完全的,带电球体将在等离子体中引起有限的电场,其电势的量级为 T_e/e , T_e 是等离子体中电子温度,这种屏蔽称为德拜屏蔽。下面对静态的德拜屏蔽作一个简要的分析,给出简单的德拜长度的推导公式。静电场满

足泊松方程,即

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{e}{\epsilon_0}(n_i - n_e) \quad (1.20)$$

式中, n_i 、 n_e 分别为离子和电子的数密度。

在热平衡状态下,电子满足玻耳兹曼分布,离子认为不动,构成密度均匀的背景,即

$$n_i = n_0, \quad n_e = n_0 \exp(-e\varphi/kT_e) \quad (1.21)$$

式中, T_e 是等离子体中电子温度; $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ 是玻耳兹曼常数; n_0 是未影响时 ($\varphi = 0$ 处) 等离子体中电子密度。

由式(1.21)可以看出,当 $|e\varphi/kT_e| \ll 1$, $n_e \gg n_0$, 即电子被大量俘获,这些电子屏蔽掉大部分的电势。对满足 $|e\varphi/kT_e| \ll 1$ 的空间,将式(1.21)代入式(1.20),取球坐标并用泰勒级数展开,由于电势只是距离 r 的函数,故有

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\varphi}{dr} \right) = \left(\frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 k T_e} \right) \varphi \approx \frac{1}{\lambda_D^2} \varphi \quad (1.22)$$

式(1.22)定义了等离子体的一个重要参数——德拜长度,用 λ_D 表示,它是屏蔽距离或鞘层厚度的量度,即

$$\lambda_D = \left(\frac{\epsilon_0 k T_e}{n_0 e^2} \right)^{1/2} \quad (1.23)$$

方程(1.22)的通解为

$$\varphi(r) = \frac{A}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) + \frac{B}{r} \exp\left(\frac{r}{\lambda_D}\right) \quad (1.24)$$

式中, A 、 B 为由边界条件确定的待定常数。

假定插入等离子体内的带电体为一个点电荷,边界条件为

$$r \rightarrow \infty \text{ 时, } \varphi \rightarrow 0; \quad r \rightarrow 0 \text{ 时, } \varphi \rightarrow e/(4\pi\epsilon_0 r) \quad (1.25)$$

代入边界条件,式(1.24)的解可写为

$$\varphi(r) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) \quad (1.26)$$

式中, φ 称为德拜势,等于点电荷的库仑势乘以衰减因子 $\exp(-r/\lambda_D)$, 因而其比点电荷的库仑势衰减得快很多,这是因为电荷屏蔽引起的。由上式可以看出,德拜长度的物理意义是电势下降到库仑势的 $1/e$ 时的空间长度(半径)。

对电离气体系统,只有当它们表现出显著的集体行为时,才能称为等离子体。下面讨论电离气体系统是否能称为等离子体。要使电离气体成为“表现出显著的集体行为”的等离子体,那么,电离气体系统必须满足以下三个条件。

第一,电离气体的系统线度 L 必须远远大于德拜长度 λ_D , 即

$$L \gg \lambda_D \quad (1.27)$$

因为等离子体中局部电荷的集中,或由外部引入的带电体所产生的静电作