职工高中速成教材

代数

技术培训
职业高中
职工中专
职工中技
适用

冶金工业出版社

职 工 高 中 速 成 教 材

代　　数

《职工高中速成教材》编写组　编

冶 金 工 业 出 版 社

职 工 高 中 速 成 教 材

代　　数

《职工高中速成教材》编写组　编

●

冶金工业出版社出版

（北京北河沿大街嵩祝院北巷39号）

新华书店北京发行所发行

轻工业出版社印刷厂印刷

●

787×1092　1/32　印张：$12^{1}/_{2}$　插页：1　字数：275千字

1987年5月第一版　　1987年5月第一次印刷

印数00,001～8,750册

统一书号：7062·4508　　定价1.60元

出版说明

这套教材包括《语文》、《代数》、《立体几何与平面解析几何》、《物理》、《化学》五种。根据1985年11月出版的国家教育委员会制定的《职工业余中等学校教学大纲》编写，与我社出版的《初中文化速成补习教材》配套使用。

在编写中，力求使其具有下述特点：

一、速成——全套教材总计583学时，其中《语文》130学时，《代数》131学时，《立体几何与平面解析几何》100学时，《物理》122学时，《化学》100学时。虽然教学时间减少了，但注意保留高中课程的基本内容和各学科的系统性，重点突出，简繁得当。

二、成套——为方便教师的教学，我社随后将出版与本教材配套的各科《教学参考书》(包括教学方法指导 习题解答、参考试题)。

三、多层次——在内容上分最低教学要求（适合1986～1990年中、高级技工培训及社会上各类职业高中)、一般教学要求（适合职工中专、中技）和较高教学要求（适合准备升入职工高等学校的学员)。

四、照顾成人学习的特点——与普通高中课本比较，本教材例题稍多、习题少，重在课堂消化、减少课外学习时间；在写法上，注意用生产和生活中常见的事例阐述书中的理论概念。

五、每章有总结，全书有使用说明——总结供复习，提高综合运用知识的能力；使用说明便于教师安排授课。

这套教材由北京教育学院部分教师和从事职工教育的专

职教师合作编写。编写工作得到冶金工业部劳动工资司和中国有色金属工业总公司教育培训部的大力支持，也得到了上海第一钢铁厂职工中等专业学校、重庆钢铁公司技工学校、武汉钢铁公司职工中学、首都钢铁公司技工学校的大力支持，特此致谢。

编写人员及分工如下：

《语文》江希泽（主编）、刘正基、赵镇；

《代数》刘嘉琨（主编）、王志和；

《立体几何与平面解析几何》曹福海、王占元、刘嘉琨（主编）；

《物理》国运之（主编）、李龙图、郑敏；

《化学》张学铭（主编）、史凤崑、汪立楚。

由于我们水平有限，这套教材能否达到预期的目的，还有待教学实践的检验。恳切希望读者对书中的缺点、错误提出批评和修订建议。

一九八六年二月

使用说明

本书可作为职工中、高级技术培训和职业高中及职工中专、中技的数学用书。

为了适应各种专业对数学基础知识的不同需要，本教材在教学内容的安排及例题、练习和习题的配备上，进行了多层次安排。最低的教学要求，可以只讲解课本中的基本内容（不打星号的部分）和相应的例题，并完成相应章节的全部练习及习题中横线以上的作业；一般的教学要求，可适当增加教材中的选学内容（打星号的部分），并完成全部习题；对于较高的教学要求或准备升入高等职业学校的学员，除完成全部教学内容和练习、习题外，尚需学习每章复习小结中所安排的例题并完成复习题，以加深对知识的理解，提高综合运用知识的能力，以适应进一步学习的需要。

本教材建议学时表

章次＼学时	单元 一	二	三	四	五	小计
一	6	6	5	8	8	33
二	4	14	10	8		36
三	8	6				14
四	6	6				12
五	13	7	4	12		36
总计						131

目　录

第一章　幂函数、指数函数与对数函数

一　集合与函数

1.1　集合

在初中我们已经遇到过整数集合，有理数集合等。现在再来看几个例子：

（1）1，2，3，4，5，6，7，8，9；

（2）到定点P的距离等于1厘米的所有点；

（3）所有正三角形；

（4）a，x^2，$2x+3$，$\sqrt{x+5}$；

（5）一车间的全体职工。

这些例子通常用一组数、一些点、一类图形等描述，在今后数学中我们统一说，由一些对象的整体形成一个**集合**（有时也简称**集**）。组成某一集合的每一个对象叫做这个集合的**元素**。例如，（1）是由数1，2，……9组成的集合，其中的1，2，……都是集合（1）的元素。

一般用A、B、C……表示集合。用a、b、c……表示集合的元素。如果a是集合A的元素，就说a**属于集合**A，记作$a\in A$；如果a不是集合A的元素，就说a**不属于集合**A，记作$a\notin A$（或$a\bar{\in}A$）。

例如，A表示由1，2，3，4，5组成的集合，则$4\in A$，而$\frac{2}{3}\notin A$。

由有限个元素组成的集合叫做**有限集合**；

由无限个元素组成的集合叫做**无限集合**。

对于一个给定的集合，集合中的元素应是确定的，不能有模棱两可的情况。例如，"一车间全体职工"，就可以认为是给定了一个集合，因为对任何一个人，都可以判断它是否是一车间的职工；但是"高个子的人"就不能算给定一个集合，因为"高个子"没有确定的标准，也就不能对任一个人作出确定的判断，它是否属于"高个子的人"这个集合。

集合的表示法，常用的有列举法和描述法。

把集合的元素一一列举出来，写在大括号内用来表示集合的方法叫做**列举法**。

列举元素时，不必考虑元素之间的顺序；相同的对象归入一个集合时，只算一个元素，只列出一个即可。

例如，由 2，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，π组成的集合，可以表示为

$\{2, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi\}$或$\{\sqrt{2}, \pi, \sqrt{3}, 2\}$。

又如集合（4）可以表示为

$\{a, x^2, 2x+3, \sqrt{x-5}\}$或$\{\sqrt{x-5}, a, 2x+3, x^2\}$。

把集合的元素的公共属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法叫做**描述法**。一般在大括号内先写上这个集合的元素的一般形式，再画一条竖线。在竖线右边写上这个集合的元素的公共属性。

例如，由大于 2 且小于 5 的实数组成的集合可以表示为

$\{x \mid 2<x<5$，x是实数$\}$。[1]

---

[1] 有的书上用冒号或分号代替竖线，如$\{x: 2<x<5\}$或$\{x; 2<x<5\}$。

又如，由反比例函数$y=\frac{6}{x}$的图象上所有的点组成的集合，可以表示为

$\{(x, y) | y=\frac{6}{x}, x是实数\}$；

不大于10的所有正偶数所组成的集合，可以表示为

$\{x | x=2N, 且1\leqslant N\leqslant 5, N是整数\}$。

在不引起混乱的情况下，有些集合用描述法表示时，可以省去竖线及其左边部分。如

{三角形| 直角三角形}可以写成{直角三角形}。

现行中学课本中对常用的数集规定的记法为

全体自然数的集合，通常简称**自然数集**，记作N；

全体整数的集合，通常简称**整数集**，记作Z；

全体有理数的集合，通常简称**有理数集**，记作Q；

全体实数的集合，通常简称**实数集**，记作R。

为了方便起见，有时我们还用 Q^+ 表示所有正有理数组成的集合，称为**正有理数集**，同样地，用R^-表示负实数集，用Z^+表示正整数集等。

有了上述规定，"m是自然数"可写作"$m\in N$"；"p不是整数"可写作"$p\notin Z$"等。

练 习

1. 说出下列各个集合里的元素是什么？

(1) {小于10的正偶数}；

(2) {平方后等于原数的数}；

(3) $\{x | |x|\leqslant 2, 且x\in Z\}$；

(4) $\{(x, y) | x<3, y<3, 且x\in N, y\in N\}$；

（5）$\{x \mid x=\frac{m}{5},\ |m|\leqslant 2,\ m\in Z\}$。

2. 用另一种方法表示下列集合：

（1）$\{1, 2, 3, 4, 5\}$；

（2）{6的约数}；

（3）{不等式$|x-2|\leqslant 3$的整数解}；

（4）$\{2, 4, 6, 8, 10, 12, \cdots\}$；

（5）$\{1, 10, 100, 1000, 10000, \}$。

3. 指出第2题中的集合哪些是有限集？哪些是无限集？

4. 用符号$\in$或$\notin$填空：

1 __ N，0 __ N，-3 __ N，0.5 __ N，$\sqrt{2}$ __ N；

1 __ Z，0 __ Z，-3 __ Z，0.5 __ Z，$\sqrt{2}$ __ Z；

1 __ Q，0 __ Q，-3 __ Q，0.5 __ Q，$\sqrt{2}$ __ Q；

1 __ R，0 __ R，-3 __ R，0.5 __ R，$\sqrt{2}$ __ R。

1.2 子集 交集 并集 补集

1. 子集

在研究两个集的相互关系时，常见到下面的情况：

对自然数集和整数集来说，任何一个自然数n，都有$n\in Z$；

又如，对于有理数集Q和实数集R来说，任何一个有理数q，都有$q\in R$。

象这样，对于两个集合A与B，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，那么集合A叫做集合B的子集，记作

$$A\subseteq B\ (\text{或}B\supseteq A)$$

读作"A包含于B"（或"B包含A"）。例如，

$$\{\text{等腰三角形}\}\subseteq\{\text{三角形}\}。$$

A不是B的子集，可记作

$$A \nsubseteq B \text{（或}B \nsupseteq A\text{）。}$$

读作“A不包含于B”（或“B不包含A”）。

不含任何元素的集合叫做**空集**，记作Φ。例如，

$$\{\text{不等式}x^2<0\text{的解}\}=\Phi;$$

设点A、B之间的距离为10，那么

$$\{\text{到A、B两点距离之和为5的点}\}=\Phi。$$

规定空集是任何集合的子集，也就是说，对于任何集A都有

$$\Phi \subseteq A$$

如果A是B的子集，并且B中至少有一个元素不属于A，那么集合A叫做集合B的**真子集**，记作

$$A \subset B \text{（或}B \supset A\text{）}$$

如，$N \subset Z$；$Q \subset R$。

当A不是B的真子集时，可以记作

$$A \not\subset B \text{（或}B \not\supset A\text{）}$$

例如，整数集Z是Z的子集，但不是Z的真子集，所以$Z \subseteq Z$，但$Z \not\subset Z$。

集合B同它的真子集A之间的关系常用图1-1表示，A、B两个圈的内部分别表示集合A、B。

容易看出：空集是任何非空集合的真子集。

例1 写出集合{1,2}的所有子集和真子集。

解：集合{1，2}的所有子集是Φ、{1}、{2}、{1，2}；真子集是Φ、{1}、{2}。

从子集和真子集的意义容易知道：对于集合A、B、C，

如果$A \subseteq B$，$B \subseteq C$，那么$A \subseteq C$；

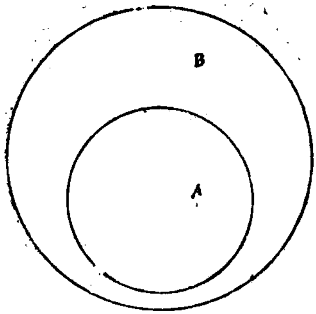


图 1-1

如果$A\subset B$、$B\subset C$，那么$A\subset C$。

对于两个集合A与B，如果$A\subseteq B$，同时$B\subseteq A$，那么集合A与集合B叫做**相等**，记作$A=B$，读作“A等于B”。

例如，$A=\{$车间中的工人$\}$，$B=\{$篮球队员$\}$。如有$A\subseteq B$，则说明车间中的工人都是球队队员，但这时可能有一些球队队员没在车间；如有$A\supseteq B$，则说明篮球队员这时都在车间里，但这时车间里还可能有不是球队的工人。如既有$A\subseteq B$，又有$B\subseteq A$，那么这时车间中的人都是球队队员，而且球队队员也都在车间里。这样集合A与集合B，就是由完全相同的元素组成的了，即$A=B$。

又如，$A=\{$方程$2x+5=3x$的解$\}$，

$B=\{$方程$2x+5+5x+1=3x+5x+1$的解$\}$。从方程的同解性可知　$A=B$。

应用集合的相等可简化集合的表达形式。

例2　写出不等式$3x+2<4x-1$的解的集合，并进行化简（即化成直接表明未知数本身的取值范围的解集）。

解：不等式$3x+2<4x-1$的解集是

$$\{x \mid 3x+2<4x-1\}$$

解不等式　$3x+2<4x-1$，得$x>3$，

$\therefore$　$\{x \mid 3x+2<4x-1\}=\{x \mid x>3\}$

2．　交集

研究两个集合的问题时，往往涉及这两个集合的公共部分。如两条直线相交，把每条直线看成点的集合，那么这两条直线的交点就是两条直线的公共部分，也是这两个点集的公共部分。

一般地，由所有属于集合A且属于集合B的元素所组成的集合，叫做A、B的交集，记作$A\cap B$（读作"A交B"）。即

$$A\cap B=\{x \mid x\in A,\ 且x\in B\}$$

图1-2中的阴影部分，表示集合A、B的交集$A\cap B$。

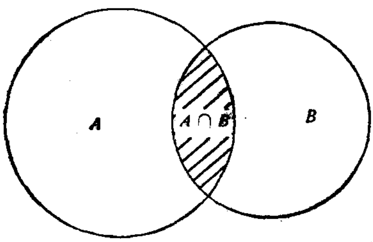


图 1-2

由交集的意义容易看出：对于任何集合A，B，有

$$A\cap A=A，\ A\cap\Phi=\Phi，\ A\cap B=B\cap A。$$

例3　设$A=\{x \mid x<-1\}$，$B=\{x \mid x>-7\}$。

求　$A\cap B$

解：$A\cap B=\{x \mid x<-1\}\cap\{x \mid x>-7\}$

$$=\{x \mid x>-7且x<-1\}$$

$=\{x \mid -7<x<-1\}$

例4 设$A=\{(x, y) \mid 2x-y=-8\}$，$B=\{(x, y) \mid x+2y=1\}$，

求 $A\cap B$

解：
$$A\cap B=\{(x, y) \mid 2x-y=-8\}\cap\{(x, y) \mid x+2y=1\}$$
$$=\left\{(x, y) \,\middle|\, \begin{cases}2x-y=-8,\\ x+2y=1\end{cases}\right\}$$
$$=\{(-3, 2)\}$$

形如$2n$ $(n\in Z)$ 的整数叫做**偶数**，形如$2n+1(n\in Z)$的整数叫做**奇数**，全体奇数的集合简称**奇数集**，全体偶数的集合简称**偶数集**。

例5 设A为奇数集，B为偶数集，Z为整数集，求$A\cap Z$，$B\cap Z$，$A\cap B$。

解：$A\cap Z=\{奇数\}\cap\{整数\}=\{奇数\}=A$；

$B\cap Z=\{偶数\}\cap\{整数\}=\{偶数\}=B$；

$A\cap B=\{奇数\}\cap\{偶数\}=\Phi$。

3．并集

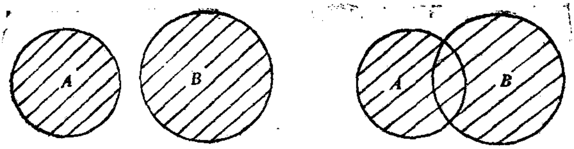
把一班和二班的工人组织在一起完成一项任务，这就是把两个集合合并为一个集合。

一般地，由所有属于集合A或属于集合B的元素所组成的集合叫做A、B的**并集**，记作$A\cup B$（读作“A并B”）。即

$$A\cup B=\{x \mid x\in A, 或x\in B\}$$

图1-3中阴影部分，表示集合A，B的并集$A\cup B$。

在求两个集合的并集时，如果这两个集合有公共元素，这些元素在并集中只能出现一次。



（1）　　　　（2）

图 1-3

例6　设$A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|1<x<3\}$。

求　$A\cup B$

解：$A\cup B=\{x|-1<x<2\}\cup\{x|1<x<3\}$

$=\{x|-1<x<3\}$。

例7　设A＝{锐角三角形}，B＝{钝角三角形}。

求　$A\cup B$

解：$A\cup B$＝{锐角三角形}∪{钝角三角形}

＝{锐角三角形或钝角三角形}

＝{斜三角形}。

由并集定义容易知道，对于任何集合A，B有

$$A\cup A=A,\ A\cup\phi=A,\ A\cup B=B\cup A。$$

4．补集

在研究一些集合之间的关系时，这些集合都是往往某一给定集合的子集。这个给定的集合叫做**全集**，用符号I表示。例如，研究的集合都分别是由数轴上的一些点组成的，那么整个数轴就可以作为全集；如果研究的集合都分别是由实数组成的，那么整个实数集就可以看作全集。总之全集含有所要研究的各个集合的全部元素。

已知全集I　集合$A\subseteq I$，由I中所有不属于A的元素组成的集合叫做集合A在集合I中的**补集**，记作$\overline{A}$（读作

“A补”），即

$$\overline{A}=\{x \mid x\in I，且x\notin A\}。$$

图1-4中的长方形内部表示全集I，圆的内部表示集合A，那么阴影部分表示集合A在集合I中的补集$\overline{A}$。

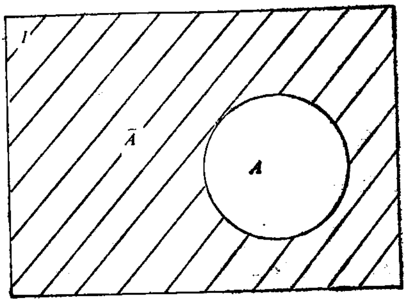


图 1-4

例8 如果$I=Z$，$A=\{偶数\}$，那么$\overline{A}=\{奇数\}$。

例9 如果$I=R$，$R^+=\{正实数\}$，那么$\overline{R^+}$是由所有负实数和零组成的集合。

例10 如果$I=Q=\{有理数\}$，$A=\{x \mid x>1，且x\in Q\}$，那么$\overline{A}=\{x \mid x\leqslant 1，且x\in Q\}$。

从补集定义容易看出：

$A\cup\overline{A}=I$，$A\cap\overline{A}=\Phi$。$\overline{\overline{A}}=A$，其中$\overline{\overline{A}}$表示$\overline{A}$在I中的补集。

练　习

1．在下列各空白处，填上适当的符号（$\in$、$\notin$、$=$、$\supset$、$\subset$）：

（1）a__$\{a\}$；　　（2）a__$\{a, b, c\}$；

（3）$\{a\}$__$\{a,b,c\}$；　　（4）$\{a,b,c\}$__$\{b,c,a\}$；