



# 运筹学基础

张莹 编著

(第二版)

清华大学出版社

# 运筹学基础

(第二版)

张莹 编著

清华大学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书是张莹教授讲授 28 年运筹学后编写而成。书中系统介绍了线性规划、整数规划、目标规划、非线性规划、动态规划、图与网络分析、决策论、对策论、存储论、排队论等运筹学十大分支,包括各种确定型数学模型、随机型数学模型以及百余种实用的最优化算法,配有 136 个例题(含各行各业的应用实例)。各分支后均有习题,书末附有运筹学课程学生自选题研究指导书。

全书基本概念清晰、基本理论深入浅出,内容全面,实用性强,易于自学,可作高等院校的运筹学通用教材,也可供自学使用。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

## 图书在版编目(CIP)数据

运筹学基础/张莹编著.—2 版.—北京:清华大学出版社,2010.5  
ISBN 978-7-302-20975-1

I. 运… II. 张… III. 运筹学—高等学校—教材 IV. O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 164523 号

责任编辑:王一玲 刘佩伟

责任校对:李建庄

责任印制:何 芊

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质 量 反 馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

印 刷 者:北京市清华园胶印厂

装 订 者:三河市兴旺装订有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:24.75 字 数:612 千字

版 次:2010 年 5 月第 2 版 印 次:2010 年 5 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:36.00 元

---

产品编号:008153-01

# 第二版前言

《运筹学基础》第一版自 1995 年出版以来,受到了广大读者的欢迎,曾获得清华大学 2001 年优秀教材评选一等奖。

第二版从总体上保持了第一版的基本体系与特点。在教学方法上,第二版依然遵循由特殊到一般、由一般到特殊的认识规律,借助大量认真设计的例题,讲授最优化理论与算法——运筹学各个分支的主要内容。这也是本教材的一个特点。例题可以用于复习、巩固已学的知识,也可以在讲授新知识的过程中发挥重要作用。下面仅举几例。

1. 在第 2 章 2.1 节,讲授著名的单纯形法原理前,先引入例 2.1。介绍单纯形法的每个求解步骤时,都同步演算例 2.1 的相应的一步,使读者十分清楚这一步是怎么算的,进而容易理解和应用书上关于该步骤的一般性讲述。另外,在各求解步骤中,总共插入了 5 个有关定理,使读者不仅学会每一步是怎么算的,而且明白为什么这样算。书中不少算法,尤其是比较复杂的算法,都是这样借助例题讲授的,这也是本书易于自学的一个原因。

2. 第 6 章目标规划中,介绍了图解法、序贯式算法、单纯形法,这三种算法选用了同一例题例 6.4。类似地,第 9 章中,有四种不同的基本算法选用了同一例题例 9.3。这样,不仅学习而且深入比较了多种算法。

3. 第 1 章中,由例 1.1 直接引出了线性规划问题(原问题)。第 3 章中,换一个角度讨论例 1.1,引出了线性规划的对偶问题。第 5 章中,在例 1.1 基础上增加变量为整数的约束,引出了整数规划问题。第 6 章中,在例 1.1 基础上增加几个新目标,引出了目标规划问题。这种源于同一例题的不同演变,清晰展示了线性规划原问题与对偶问题之间,线性规划、整数规划、目标规划等重要分支之间的联系与区别。

4. 例题中还有一部分是各行各业的应用实例,如第 4 章例 4.1~例 4.10。这些例题是为了培养、提高建模能力,建模是运筹学解决实际问题的法宝。

5. 第 17 章排队论中,先讲了四种单服务台的“特殊”的排队系统,又讲了四种多服务台的“一般”的排队系统。这样学完了八种基本的排队系统后,用图 17.4.2 与图 17.4.3 小结了它们之间的一般与特殊的关系。在经历了由特殊到一般以及由一般到特殊之后,读者对这八种基本的排队系统及其相互关系,会有更深刻的理解。

第二版对第一版内容的主要改动有:新增了 4.10 节露天矿车流规划的数学模型及其可行性检验标准、10.6 节复合形搜索法、附录一运筹学课程学生自选题研究指导书、附录二历届运筹学课程学生自选题研究题目 100 例,重写了绪论、13.2 节的 Dijkstra 算法,撤掉了“附录 常用算法的 FORTRAN 语言程序”等。

第二版内容上最大的变化是新增了对策论、存储论、排队论三个随机型模型分支。全书

## II 运筹学基础(第二版)

共包括线性规划、整数规划、目标规划、非线性规划、动态规划、图与网络分析、决策论、对策论、存储论、排队论等运筹学十大分支,是一本内容全面、实用性强、易于自学的运筹学通用教材。重新写过的绪论包括运筹学释义、运筹学简史、运筹学十大分支与运筹学关键词。

由于作者水平有限,书中缺点错误在所难免,敬请指教。

从1980年至2007年,作者一直在清华大学自动化系讲授运筹学课程。衷心感谢自动化系领导的一贯支持;感谢教师们热情帮助;感谢一届又一届学生在自选题研究及运筹学科研项目中的真诚付出;感谢清华大学出版社领导的大力支持;感谢责任编辑王一玲等年轻专家的卓越工作。

作者

2010年3月

于清华大学

# 第一版前言

运筹学,即通常说的管理科学或最优化技术,它广泛应用于机械、电力、电子、计算机、自动化、纺织、化工、石油、冶金、矿山、汽车、建筑、水利、交通运输、邮电通信、环境保护、轻工、农业、林业、商业、国防、政府部门等许多方面,可以说是无所不在。它可以解决诸如最优计划、最优分配、最优设计、最优管理、最优决策等各行各业的最优化问题。要提高经济效益,要实现科学的管理与决策,不懂得运筹学是不行的。因此,无论学什么专业,也无论从事什么工作,学习一些运筹学基础知识,都是必要的。

近年来,一大批工科专业纷纷增设了运筹学类课程,社会上也出现了自学运筹学的热潮。本书正是为高等院校工科专业编写的运筹学教材,也适合于社会上各行各业的工程技术人员、管理人员自学参考。

运筹学主要包括确定型、概率型两大类模型。二者相比,前者为基本与重点,应用也更加广泛。本书的前六个部分是:线性规划、整数规划、目标规划、非线性规划、动态规划、图与网络分析,基本包括了各种确定型模型,其中又以线性规划、非线性规划为重点,因为对工科专业和社会上最广大的读者而言,这两部分应用得最多。本书的第七部分是决策分析,这是运筹学中最典型、应用最普遍、最有发展前景的一个概率型模型。讲决策分析,旨在以点带面,使读者在全面学习确定型模型的同时,对概率型模型也有重点而深入的了解。本书的七个部分覆盖了运筹学的大部分内容,讲授全书约需 60 学时。

本书在阐述基本概念与原理时力求清晰、透彻,部分主要定理有证明,各种基本算法有推导过程。书中共详细介绍了 50 余种实用的基本算法,还有结合各行各业的应用实例及常用算法的 FORTRAN 语言程序,这些都能有效地解决实际的最优化问题。为了便于自学,作者对全书的顺序作了尽可能合理的安排。对学习运筹学所必需的线性代数、概率论的基本知识作了扼要的介绍与复习。对每个基本算法,都配了例题。全书共有近百个不同类型、不同解法的例题。参照例题的详细求解过程,读者可以比较容易地理解基本算法,并学会应用基本算法。在详细求解例题的过程中,作者特别注意总结规律性的东西,抽象出一般原则与方法,以便举一反三。书中还经常将同一个例题用多种不同的算法去求解,这不仅有助于学习各种算法,而且有助于比较各种算法,做到融会贯通。相信广大读者学习本书后,能较快掌握运筹学的基本知识,并应用到本行业的实际工作中。

运筹学属于技术基础课,作者在清华大学自动化系讲授该课已经 15 年了。其间,曾与范鸣玉副教授合作编著过《最优化技术基础》(1982 年由清华大学出版社出版)教材,后来作者又编著了《运筹学基础》讲义。本书是在该讲义的基础上补充、修改而成,力求为读者提供一本内容丰富、实用性强、易于自学、质量较高而学时较少的教材。

#### IV 运筹学基础(第二版)

本书得以顺利出版,与很多人的支持密不可分,尤其是范鸣玉副教授,曾给作者以极大的帮助。在长期的教学过程中,作者从许多国内外学者的著作中汲取了营养,本书直接或间接地引用了他们的部分成果(详见书末参考文献)。在此一并表示衷心的感谢。

由于水平有限,书中缺点错误在所难免,敬请指教。

作 者

1994年8月于清华大学

绪论 .....	1
----------	---

## 第一部分 线性规划

<b>第 1 章 线性规划的基本性质</b> .....	8
1.1 线性规划的数学模型 .....	8
1.2 图解法 .....	11
1.3 线性规划的基本概念和基本定理 .....	13
<b>第 2 章 单纯形法</b> .....	18
2.1 单纯形法原理 .....	18
2.2 单纯形法的表格形式 .....	24
2.3 大 $M$ 法和两阶段法 .....	27
2.4 退化问题 .....	28
2.5 改进单纯形法 .....	30
<b>第 3 章 线性规划的对偶原理</b> .....	37
3.1 线性规划的对偶问题 .....	37
3.2 对偶问题的基本性质和基本定理 .....	40
3.3 对偶单纯形法 .....	44
3.4 灵敏度分析 .....	49
<b>第 4 章 应用实例</b> .....	57
4.1 产销平衡的运输问题 .....	57
4.2 套裁下料问题 .....	58
4.3 汽油混合问题 .....	59
4.4 购买汽车问题 .....	60
4.5 产品加工问题 .....	61
4.6 投资计划问题 .....	63
4.7 企业年度生产计划问题 .....	64



4.8 企业年度生产计划的按月分配问题 .....	68
4.9 合金添加的优化问题 .....	69
4.10 露天矿车流规划的数学模型及其可行性检验标准 .....	71
习题一 .....	78

## 第二部分 整数规划

第5章 整数规划 .....	84
5.1 分枝定界法 .....	84
5.2 割平面法 .....	87
5.3 求解0-1规划的隐枚举法 .....	92
5.4 求解指派问题的匈牙利法 .....	98
习题二 .....	103

## 第三部分 目标规划

第6章 目标规划 .....	108
6.1 目标规划的基本概念和数学模型 .....	108
6.2 线性目标规划的图解法 .....	111
6.3 线性目标规划的序贯式算法 .....	115
6.4 求解线性目标规划的单纯形法 .....	118
习题三 .....	122

## 第四部分 非线性规划

第7章 非线性规划的基本概念和基本理论 .....	126
7.1 非线性规划的数学模型和基本概念 .....	126
7.2 凸函数和凸规划 .....	129
7.3 无约束问题的极值条件 .....	132
7.4 下降迭代算法 .....	134
第8章 单变量函数的寻优方法 .....	136
8.1 黄金分割法 .....	136
8.2 牛顿法 .....	140
8.3 抛物线逼近法 .....	142
8.4 外推内插法 .....	143

<b>第 9 章 无约束条件下多变量函数的寻优方法</b> .....	146
9.1 变量轮换法 .....	146
9.2 单纯形搜索法 .....	149
9.3 最速下降法 .....	153
9.4 牛顿法 .....	156
9.5 共轭梯度法 .....	158
9.6 变尺度法 .....	163
<b>第 10 章 约束条件下多变量函数的寻优方法</b> .....	168
10.1 约束极值问题的最优性条件 .....	168
10.2 近似规划法 .....	175
10.3 可行方向法 .....	178
10.4 罚函数法 .....	183
10.5 乘子法 .....	189
10.6 复合形搜索法 .....	195
<b>习题四</b> .....	200

## 第五部分 动态规划

<b>第 11 章 动态规划的基本概念和基本理论</b> .....	204
11.1 多阶段决策过程最优化问题举例 .....	204
11.2 动态规划的基本概念和模型构成 .....	207
11.3 基本理论和基本方程 .....	209
<b>第 12 章 确定性决策过程</b> .....	213
12.1 生产与存储问题 .....	213
12.2 资源分配问题 .....	223
12.3 多维变量问题 .....	227
12.4 不定期最短路径问题 .....	229
12.5 动态规划方法的优点与限制 .....	233
<b>习题五</b> .....	235

## 第六部分 图与网络分析

<b>第 13 章 图与网络分析</b> .....	240
13.1 图与网络的基本知识 .....	240

13.2 最短路问题 .....	243
13.3 最大流问题 .....	246
13.4 最小费用最大流问题 .....	251
习题六 .....	254

## 第七部分 决策论

第 14 章 决策论 .....	258
14.1 决策问题三要素及分类 .....	258
14.2 风险型决策 .....	260
14.3 效用理论 .....	266
14.4 不确定型决策 .....	270
习题七 .....	274

## 第八部分 对策论

第 15 章 对策论 .....	278
15.1 对策问题三要素及分类 .....	278
15.2 矩阵对策 .....	280
15.3 其他对策 .....	288
习题八 .....	291

## 第九部分 存储论

第 16 章 存储论 .....	294
16.1 存储问题三要素及分类 .....	294
16.2 确定型存储模型 .....	296
16.3 随机型存储模型 .....	310
习题九 .....	322

## 第十部分 排队论

第 17 章 排队论 .....	326
17.1 排队系统的基本知识 .....	326
17.2 常用概率分布与生灭过程 .....	329
17.3 单服务台、负指数分布的排队系统 .....	336

17.4 多服务台、负指数分布的排队系统 .....	346
17.5 一般服务时间的排队系统 .....	356
17.6 排队系统的模拟与优化 .....	359
习题十 .....	370

### 附录 学生自选题研究

附录一 运筹学课程学生自选题研究指导书 .....	374
附录二 历届运筹学课程学生自选题研究题目 100 例 .....	377
参考文献 .....	380

# 绪 论

## 一、运筹学释义

运筹学一词起源于 20 世纪 30 年代末期。被称为运筹学的活动是第二次世界大战早期由军事部门开始的。当时,英国为了研究“如何最好地运用空军及最新发明的雷达保卫国家”,成立了一个由各方面专家组成的交叉学科小组,这就是最早的运筹学小组,它的任务是进行“运用研究”(operational research)。后来,美国从事这方面研究的科学家又称之为“operations research”(缩写为 OR),该名字广泛使用至今。1957 年我国从《史记·高祖本纪》里“夫运筹帷幄之中,决胜千里之外”的古语中摘取了“运筹”二字,将 OR 正式译作“运筹学”,含有运用筹划,以最优方案取胜等意义。下面列举几种有代表性的运筹学释义以供参考。

中国大百科全书出版社 2009 年出版的《中国大百科全书》(第二版)第 27 卷:运筹学是“主要用数学方法研究国民经济和国防等方面的运行系统在人力、物力、财力等资源和其他约束条件下系统地设计和管理的最有效(最优)决策,使得合理利用有限资源,并使系统得到最佳运行的一门应用科学。”

《中国企业管理百科全书》(1984 年版):运筹学“应用分析、试验、量化的方法,对经济管理系统中人、财、物等有限资源进行统筹安排,为决策者提供有依据的最优方案,以实现最有效的管理”。

《辞海》(1979 年版):运筹学“主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达有关运用、筹划与管理方面的问题,它根据问题的要求,通过数学的分析与运算,作出综合性的合理安排,以达到较经济较有效地使用人力物力”。

《大英百科全书》:“运筹学是一门应用于管理有组织系统的科学”,“运筹学为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具”。

1976 年美国运筹学会释义:“运筹学是研究用科学方法来决定在资源不充分的情况下如何最好地设计人机系统,并使之最好地运行的一门学科。”(引自《中国大百科全书》(第二版)第 27 卷)

1978 年联邦德国的科学辞典上释义:“运筹学是从事决策模型的数字解法的一门学科。”(引自《中国大百科全书》(第二版)第 27 卷)

## 二、运筹学简史

从 20 世纪 30 年代末期到现在,运筹学已经走过了 70 年的发展历程,下面仅作一简单介绍。

### 1. 运筹学的早期活动(20 世纪 30 年代末期—20 世纪 40 年代中期)

第二次世界大战期间,英国和美国的军队中都有运筹学小组,它们研究诸如护航舰队保护商船队的编队问题;当船队遭受德国潜艇攻击时,如何使船队损失最小的问题;反潜深水炸弹的合理起爆深度问题;稀有资源在军队中的分配问题等。研究了船只受到敌机攻击时应采取的策略后,它们提出了大船应急转向,小船应缓慢转向的躲避方法,该研究成果使船只的中弹率由 47% 降低到 29%;研究了反潜深水炸弹的合理起爆深度后,德国潜艇的被摧毁数增加到原来的 400%。当时的英国空中战斗、太平洋岛屿战斗、大西洋北部战斗等一系列战斗的胜利,被公认为与运筹学密切相关。运筹学在军事上的显著成功,引起了人们广泛的关注。另外,值得一提的是:早在 1939 年,前苏联学者康托洛维奇(Л. В. Канторович)就出版了《生产组织与计划中的数学方法》一书,书中提出了线性规划问题的模型和“解乘法”的求解方法,为线性规划方法的建立与发展做出了开创性贡献。

### 2. 运筹学创建时期(20 世纪 40 年代中期—20 世纪 50 年代初期)

这一时期的特点是从事运筹学研究的人员不多、研究范围较小,运筹学的刊物、学会很少。1947 年,美国数学家丹捷格(G. B. Dantzig)提出了一般的线性规划数学模型和通用的求解方法——著名的单纯形法,为线性规划的应用与发展做出了重要贡献。第二次世界大战结束后,百业待兴,运筹学开始从军事扩展到工业、商业、政府部门等众多领域。当时英国一些战时研究运筹学的人于 1948 年成立了英国运筹学俱乐部,在电力、煤炭等部门推广应用运筹学已取得的成果。后来,英国、美国一些大学正式开设了运筹学课程。1950 年第一本运筹学杂志《运筹学季刊》于英国创刊。1951 年莫尔斯(P. M. Morse)和金博尔(G. E. Kimball)合著的《运筹学方法》一书出版。1952 年美国运筹学会成立。1953 年,英国运筹学俱乐部改名为英国运筹学会。以上种种标志着运筹学学科已基本形成。

### 3. 运筹学成长时期(20 世纪 50 年代初期—20 世纪 50 年代末期)

这一时期,恰是电子计算机技术迅速发展的时期。由于电子计算机的出现与发展,使许多运筹学算法如著名的单纯形法等得以实现,能够去解决实际中的优化问题,这就大大促进了运筹学的推广应用及发展。20 世纪 50 年代末,美国的大公司中约有一半在自己的经营管理中应用了运筹学。这一时期也出现了更多的运筹学刊物、学会。1959 年国际运筹学联合会成立。

### 4. 运筹学开始普及与迅速发展时期(20 世纪 60 年代以后)

这一时期,运筹学进一步细分为各个分支,专业学术团体、专业刊物、专业书籍迅速增加,越来越多的学校将运筹学课纳入教学计划。随着电子计算机的不断更新换代,运筹学得以研究的问题更大更复杂了,运筹学的应用更广泛更深入了。

### 5. 运筹学在我国的发展

我国是伟大的文明古国,历史悠久,文化灿烂,朴素的运筹学思想古已有之。家喻户晓的田忌与齐王赛马,就是对策论思想在战国时代(公元前 475 年~公元前 221 年)的成功应用案例。田忌是在著名军事家孙臆的指点下取胜的,而孙臆的策略深得矩阵对策的精髓。

那可是发生在 2000 多年以前啊！我国历史上，类似的例子很多，不再一一列举。到了 20 世纪 50 年代，运筹学作为一个学科，在我国悄然兴起。1956 年，我国第一个运筹学小组在中国科学院力学研究所诞生。1957 年，我国将“OR”正式译作“运筹学”。1960 年，全国应用运筹学经验交流推广会议在济南召开。1962 年、1978 年，全国运筹学专业学术会议先后在北京、成都召开。1980 年，中国运筹学会成立。1982 年，中国加入国际运筹学联合会。当时，我国已有一批高等院校将运筹学课纳入教学计划。

下面简单介绍一下 20 世纪 50 年代以后我国运筹学的应用与发展。1957 年，我国在建筑业和纺织业中首先应用运筹学。从 1958 年开始运筹学在交通运输、工业、农业、水利建设、邮电等方面陆续得到推广应用。比如，粮食部门为解决粮食的合理调运问题，提出了“图上作业法”，我国的运筹学工作者从理论上证明了它的科学性；又如邮递员最短投递路线问题，就是我国学者管梅谷于 1960 年最早提出并加以研究的，他还给出了求解这个问题的第一个算法，因此国际上称之为“中国邮路问题”。从 20 世纪 60 年代起，运筹学在钢铁和石油部门得到了比较全面、深入的应用。从 1965 年起统筹法在建筑业、大型设备维修计划等方面的应用取得可喜的进展。从 1970 年起优选法在全国大部分省、市和部门得到推广应用。20 世纪 70 年代中期，最优化方法在工程设计界受到广泛的重视，并在许多方面取得成果；排队论开始应用于研究矿山、港口、电讯及计算机设计等；图论用于线路布置、计算机设计、化学物品的存放等。20 世纪 70 年代后期，存储论应用于汽车工业等方面并获得成功。从 20 世纪 70 年代后期到现在，又过去了 30 多年。其间，运筹学这一年轻学科得到了突飞猛进的发展，已经广泛应用于各行各业、各个领域，为社会创造了巨大的经济效益与社会效益。我国运筹学的明天会更美好。

### 三、运筹学十大分支

本书系统介绍了线性规划、整数规划、目标规划、非线性规划、动态规划、图与网络分析、决策论、对策论、存储论、排队论等运筹学十大分支。其中前六个分支属于确定型模型分支，后四个分支属于随机型模型分支。每个分支前面，都有对该分支概括性的简短说明。而在绪论里介绍运筹学的十大分支，是希望大家从一开始就对运筹学全局有所了解。每个分支的基本特点是什么？每个分支学习的重点是什么？各个分支的主要区别是什么？了解这些有助于整个运筹学课程的学习。为了便于理解，在绪论中介绍各分支时，均借助书中一些应用实例(例题)进行讲授，但只给出有关例题的序号及所在节的序号，例题的内容不再重复。

#### 1. 线性规划

讲解例 1.1(详见 1.1 节)题意并用数学式子描述该问题(建立该问题的数学模型)，然后小结该数学模型的基本特点：

有未知量——变量；

有约束条件——变量的线性等式或线性不等式；

有目标函数——变量的线性函数。

这类以未知量的线性函数为特征的约束极值问题即线性规划，它是一类最优化问题。线性规划是应用极为广泛的运筹学分支。

对于线性规划问题，将重点介绍其数学模型、基本理论、基本算法、应用实例等四方面内容。对于其他分支，重点介绍的也是上述四方面内容。

## 2. 整数规划

若在例 1.1 基础上增加“甲、乙的产量均为整数”的约束条件,则问题变为整数规划。这里的整数规划指整数线性规划。整数规划即要求部分变量或全部变量为整数的线性规划。整数规划的数学模型、基本算法都与线性规划有重要区别。整数规划分为纯整数规划与混合整数规划两大类。

## 3. 目标规划

这里的目标规划指线性目标规划。若在例 1.1 基础上增加以下目标:

第一目标:甲产量不大于乙产量;

第二目标:尽可能充分利用各设备工时,但不希望加班;

第三目标:尽可能达到并超过计划利润指标 300 元。

问题则变为目标规划。线性规划只有一个目标;而目标规划有多个目标,其重要性各不相同,且往往具有不同的度量单位又相互冲突。

## 4. 非线性规划

讲解例 7.1(详见 7.1 节)题意并建立数学模型,然后小结该数学模型的基本特点:目标函数和(或)约束条件中有变量的非线性函数关系。这一类最优化问题即是非线性规划。简单比较非线性规划与线性规划的相同点与不同点。在非线性规划中,除了介绍基本理论,还介绍三类寻优方法:单变量函数的寻优方法、无约束条件下多变量函数的寻优方法、约束条件下多变量函数的寻优方法。

## 5. 动态规划

线性规划、整数规划、非线性规划等统称为静态规划,静态规划问题是空间(可行域内)寻优的问题。动态规划与静态规划的区别在于:优化问题中加入了时间因素,它不仅有空间寻优,而且有时间上的寻优。

讲解例 11.1(详见 11.1 节)题意,通过这个最短路径问题理解“多阶段决策过程最优化”。再讲解例 12.1(详见 12.1 节)题意,理解动态规划问题中的“时间因素”。动态规划的模型构成、基本理论、基本算法与静态规划的有很大不同。

## 6. 图与网络分析

这里的图与网络分析属于图论。图论中的问题可以形象直观地采用图形方式描述,并在图上求最优解。本部分重点介绍最短路问题、最大流问题、最小费用最大流问题,参见 13.2 节的例 13.2、13.3 节的例 13.3、13.4 节的例 13.5。

## 7. 决策论

讲解 14.1 节的例 14.1、例 14.2 的题意,介绍决策问题三要素:自然状态、策略(行动方案)、益损值。决策是依据一定的准则,从全部可能的策略中选择最优策略的过程。根据对未来自然状态的把握程度的不同,可将决策问题分为三类。若未来的自然状态是确定的,则为确定型决策,例如各种静态规划等。若不知道未来哪个自然状态一定发生,但知道各自然状态发生的概率,则为风险型决策,如例 14.2。若对未来各自然状态发生的可能性一无所知,则为不确定型决策,如例 14.1。本部分重点介绍后两类决策中常用的一些决策准则与决策方法。

## 8. 对策论

日常生活中存在着很多对抗或竞争,例如下棋、谈判、军事战争、商业竞争等。讲解



15.1 节的例 15.1 题意,介绍对策问题的三要素:局中人、策略集、赢得函数。对策论又称博弈论,它为处于激烈对抗、竞争等高度不确定环境中的局中人提供选择最优策略的理论与方法。在对策论中,将重点介绍矩阵对策(二人有限零和对策)的数学模型、基本理论、基本算法,简要介绍其他对策。例 15.1 属于矩阵对策问题。决策问题可以看做是对策问题的特例,其局中人是决策者和“自然”。

### 9. 存储论

所谓存储,就是把诸如企业生产所需的原材料、商店销售所需的商品等物资暂时地保存起来,以备将来之需求。存储论研究的基本问题是最优库存量问题,也就是对库存何时补充以及补充多少的问题。讲解例 16.2(详见 16.1 节)题意,介绍存储问题的三要素:需求、补充、费用。根据需求和补充中是否包含随机因素,将存储问题分为确定型存储模型和随机型存储模型。对这两大类存储模型,我们将分别介绍四种典型模型及其求解方法。

### 10. 排队论

排队是日常生活中经常遇到的现象。例如,顾客到超市购物后付款时,在服务台(收款台)前往往要排队。一般情况下,顾客相继到达的时间间隔和对每个顾客的服务时间都是随机的,所以排队难以避免。

排队论的基本内容是分析各种典型的排队系统,计算它们的各项性能指标,例如平均等待队长、平均等待时间、平均逗留队长、平均逗留时间。本部分重点介绍单服务台、负指数分布的排队系统和多服务台、负指数分布的排队系统各四种。

## 四、运筹学关键词

在绪论的最后,我们用四个关键词最简单地小结一下运筹学,希望对大家了解、学习运筹学有所帮助。

### 1. 优化——运筹学的核心

优化,即优化理论与算法。它是运筹学各个分支的主要内容,属于现代应用数学范畴,是基础知识,是大家学习的重点。不言而喻,优化是站在全局高度,追求整体效益最大。没有优化,就没有运筹学。优化是运筹学的核心。

### 2. 应用——运筹学的根本

应用,即用优化理论与算法去解决实际问题。运筹学的应用极其广泛,可以说是无所不在。如果没有应用,那些优化理论与算法只能束之高阁,没有什么实际意义。回顾运筹学的历史,运筹学的诞生及每一步发展都源于应用。没有应用,运筹学就成了无源之水、无本之木,不可能再发展。现在,运筹学面临的大量新问题是经济、技术、社会、生态、心理、政治等多学科交叉的复杂系统问题。有各种各样的实际问题等待着运筹学去解决。应用是运筹学的根本。

### 3. 建模——运筹学的法宝

建模,即给实际问题建立模型,主要是数学模型。建模是运筹学解决实际问题的必要手段,是运筹学解决实际问题的关键。没有建模,优化理论与算法就无法应用;没有建模,实际问题就无法解决。因此,培养、提高建模能力是十分重要的。建模是运筹学的法宝。