



中国科学技术
经·典·文·库

理论物理 (第一册)

古典动力学

吴大猷 著

 科学出版社
www.sciencep.com

中国科学技术经典文库·物理卷

理论物理(第一册)

古典动力学

吴大猷 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书为著名物理学家吴大猷先生的著述《理论物理》(共七册)的第一册.《理论物理》是作者根据长期从事教学实践编写的一部比较系统全面的大学物理教材.本册分甲部(Lagrangian 动力学)和乙部(Hamiltonian 动力学)两部分.甲部内容共分 12 章:第 1、2 章讲述初等动力学的基本概念和基本原理;第 3 章讲述 Lagrange 方程式;第 4~第 11 章分别讲述 Lagrange 方程式对各种力学系统的应用;第 12 章讲述 Gauss-Hertz 及 Appell 原理.乙部内容共分 8 章:第 1 章讲述变分法;第 2 章讲述 Hamilton 原理与最小作用量原理;第 3、4 章讲述 Hamilton 正则方程式和正则变换;第 5 章讲述古典力学中的时间可逆性;第 6 章讲述 Hamilton-Jacobi 理论;第 7 章讲述角与作用量变数,缓渐不变性;第 8 章讲述力学与光学.本书在大多数章节后附有习题,以供读者研讨和学习.

本书根据中国台湾联经出版事业公司出版的原书翻印出版.作者对原书作了部分更正,李政道教授为本书的出版写了序言,我们对原书中一些印刷错误也作了订正.

本书可供高等院校物理系师生教学参考,也可供相关专业的研究生阅读.

图书在版编目(CIP)数据

理论物理(第一册): 古典动力学/吴大猷著. —北京: 科学出版社, 2010
(中国科学技术经典文库·物理卷)

ISBN 978-7-03-028726-7

I. 理… II. 吴… III. ①理论物理学 ②动力学 IV. O41

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010) 第 162483 号

责任编辑: 钱 俊 鄢德平 / 责任校对: 陈玉凤

责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 王 浩

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京佳信达欣艺术印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

1983 年 8 月第 一 版 开本: B5(720 × 1000)

2010 年 9 月第二次印刷 印张: 14

字数: 267 000

定价: 56.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

序 言

吴大猷先生是国际著名的学者,在中国物理界,是和严济慈、周培源、赵忠尧诸教授同时的老前辈.他的这一部《理论物理》,包括了“古典”至“近代”物理的全貌.1977年初,在中国台湾陆续印出.这几年来对该省和东南亚的物理教学界起了很大的影响.现在中国科学院,特别是由于卢嘉锡院长和钱三强、严东生副院长的支持,决定翻印出版,使全国对物理有兴趣者,都可以阅读参考.

看到了这部巨著,联想起在1945年春天,我初次在昆明遇见吴老师,很幸运地得到他在课内和课外的指导,从“古典力学”学习起至“量子力学”,其经过就相当于念吴老师的这套丛书,由第一册开始,直至第七册.在昆明的这一段时期是我一生学物理过程中的大关键,因为有了扎实的根基,使我在1946年秋入芝加哥大学,可立刻参加研究院的工作.

1933年吴老师得密歇根大学的博士学位后,先留校继续研究一年.翌年秋回国在北大任教,当时他的学生中有马仕俊、郭永怀、马大猷、虞福春等,后均致力物理研究有成.抗战期间,吴老师随北大加入西南联大.这一段时期的生活是相当艰苦的,但是中国的学术界,还是培养和训练了很多优秀青年.下面的几段是录自吴老师的《早期中国物理发展之回忆》一书:

“组成西南联大的三个学校,各有不同的历史.……北京大学规模虽大,资望也高,但在抗战时期中,除了有很少数目的款,维持一个‘北京大学办事处’外,没有任何经费作任何研究工作的.在抗战开始时,我的看法是以为应该为全面抗战,节省一切的开支,研究工作也可以等战后再作.但抗战久了,我的看法便改变了,我渐觉得为了维持从事研究者的精神,不能让他们长期地感到无法工作的苦闷.为了培植及训练战后恢复研究工作所需的人才,应该在可能情形下,有些研究设备.西南联大没有此项经费,北大也无另款.……我知道只好尽自己个人的力量做一点点工作了.……请北大在岗头村租了一所泥墙泥地的房子做实验室,找一位助教,帮着我三棱柱放在木制架上拼成一个最原始形的分光仪,试着做些‘拉曼效应’的工作”.

“我想在二十世纪,在任何实验室,不会找到一个拿三棱柱放在木架上做成的分光仪的了.我们用了许多脑筋,得了一些结果.……”

“1941年秋,有一位燕京大学毕业的黄昆,要来北大当研究生随我工作,他是一位优秀的青年.我接受了他,让他半时作研究生,半时作助教,可以得些收入.那年上学期我授‘古典力学’,下学期授‘量子力学’.班里优秀学生如杨振宁、黄昆、黄

授书、张守廉等可以说是一个从不易见的群英会。……”

“1945 年日本投降前，是生活最困难的时期。每月发薪，纸币满箱。因为物价飞跃，所以除了留些做买菜所需外，大家都立刻拿去买了不易坏的东西，如米、炭等。……我可能是教授中最先摆地摊的，……抗战初年，托人由香港、上海带来的较好的东西，陆续地都卖去了。等到 1946 年春复员离昆明时，我和冠世的东西两个手提箱便足够装了。”

就在 1946 年春，离昆明前吴老师还特为了我们一些学生，在课外另加工讲授“近代物理”和“量子力学”。当时听讲的除我以外，有朱光亚、唐敖庆、王瑞骅和孙本旺。

在昆明时，吴老师为了北京大学的四十周年纪念，写了《多原分子的结构及其振动光谱》一书，于 1940 年出版。这本名著四十多年来至今还是全世界各研究院在这领域中的标准手册。今年正好是中国物理学会成立的五十周年，科学出版社翻印出版吴大猷教授的《理论物理》全书，实在是整个物理界的一大喜事。

李政道

1982 年 8 月

写于瑞士日内瓦

总 序

若干年来, 由于与各方面的接触, 笔者对中国台湾的物理学教学和学习, 获有一个印象: (一) 大学普通物理学课程之外, 基层的课程, 大多强纳入第二第三两学年, 且教科书多偏高, 量与质都超过学生的消化能力. (二) 学生之天资较高者, 多眩于高深与时尚, 不知或不屑于深厚基础的奠立. (三) 专门性的选修课目, 琳琅满目, 而基层知识训练, 则甚薄弱.

一九七四年夏, 笔者拟想以中文编写一套笔者认为从事物理学的必须有的基础的书. 翌年夏, 得褚德三、郭义雄、韩建珊 (中国台湾交通大学教授) 三位之助, 将前此教学的讲稿译为中文, 有 (1) 古典力学, 包括 Lagrangian 和 Hamiltonian 力学, (2) 量子论及原子结构, (3) 电磁学, (4) 狭义与广义相对论等四册. 一九七六年春, 笔者更成 (5) 热力学, 气体运动论与统计力学一册. 此外将有 (6) 量子力学一册, 稿在整理中.

这些册的深浅不一. 笔者对大学及研究所的物理课程, 拟有下述的构想:

第一学年: 普通物理 (力学, 电磁学为主); 微积分.

第二学年: 普通物理 (物性, 光学, 热学, 近代物理); 高等微积分; 中等力学 (一学期).

第三学年: 电磁学 (一学年) 及实验; 量子论 (一学年).

第四学年: 热力学 (一学期); 狭义相对论 (一学期); 量子力学 (引论)(一学年).

研究院第一年: 古典力学 (一学期); 分子运动论与统计力学 (一学年); 量子力学 (一学年); 核子物理 (一学期).

研究院第二年: 电动力学 (一学年); 专门性的课目, 如固体物理; 核子物理, 基本粒子; 统计力学; 广义相对论等, 可供选修.

上列各课目, 都有许多的书, 各有长短. 亦有大物理学家, 集其讲学精华, 编著整套的书, 如 Planck, Sommerfeld, Landau 者. Landau-Lifshitz 大著既深且博, 非具有很好基础不易受益的. Sommerfeld 书虽似较易, 然仍是极严谨有深度的书, 不宜轻视的. 笔者本书之作, 是想在若干物理部门, 提出一个纲要, 在题材及着重点方面可作为 Sommerfeld 书的补充, 为 Landau 书的初阶.

笔者深信, 如一个教师的讲授或一本书的讲解, 留给听者或读者许多需要思索、补充、扩展、涉猎、旁通的地方, 则听者读者可获得较多的益处. 故本书风格, 偏于简练, 课题范围亦不广. 偶以习题的方式, 引使读者搜索, 扩大正文的范围.

笔者以为用中文音译西人姓名, 是极不需要且毫无好处之举. 故除了牛顿, 爱

因斯坦之外, 所有人名, 概用西文.*

本书得褚德三、郭义雄、韩建珊三位中国台湾交通大学教授之助, 单越 (中国台湾清华大学) 教授的校阅, 笔者特此致谢.

吴大猷
1977 年元旦

* 商务印书馆出版之中山自然科学大辞典中, 将 Barkla, Blackett, Lamb, Bloch, Brattain, Townes 译为巴克纳, 布拉克, 拉目, 布劳克, 布劳顿, 汤里士, 错误及不准确可见.

目 录

序言
总序

甲部 Lagrangian 动力学

第 1 章 初等动力学大纲	3
1.1 引言	3
1.2 基本概念	3
1.2.1 时间、空间、速度与加速度	3
1.2.2 质量、力及动量	4
1.3 牛顿运动定律	5
1.4 功、动能与位能	5
1.5 守恒定理及 Hamiltonian 函数对时、空位移的不变性	6
1.6 Galileo-Newtonian 相对性原理	7
1.7 转动坐标系统与 Coriolis 定理	8
1.8 刚体的转动	11
习题	14
第 2 章 虚功原理; d'Alembert 原理	17
2.1 虚功原理	17
2.2 d'Alembert 原理	20
习题	22
第 3 章 Lagrange 方程式	23
3.1 广义坐标	23
3.2 Lagrange 方程式之推导	24
3.3 Lagrange 方程式之首次积分: 循环坐标	26
3.4 Lagrange 方程式之首次积分: 能量原理	27
3.5 借首次积分降低 Lagrange 方程式的阶次: Routh 函数	27
习题	32
第 4 章 Lagrange 方程式: 含循环坐标之系统	33
4.1 循环坐标系统	33

4.2 等循环坐标系统	34
4.3 缓渐运动	36
第 5 章 Lagrange 方程式: 转动坐标系统	38
5.1 Coriolis 及输运加速度	38
5.2 相对地球之运动	40
5.3 Larmor 定理	42
习题	43
第 6 章 Lagrange 方程式: 微小振动	44
6.1 微小振动的普遍理论	44
6.2 三角形 YX_2 系统之简正振动	46
6.3 简正振动问题之矩阵解法	50
习题	54
第 7 章 Lagrange 方程式: 刚体动力学	56
7.1 运动学的参数	56
7.1.1 Euler 参数	56
7.1.2 Cayley-Klein 参数	57
7.1.3 Euler 角	58
7.1.4 Euler 的运动关系式	59
7.2 Euler 的刚体动力学方程式	59
7.3 无外力作用之刚体 (绕固定点) 转动: 对称陀螺	60
7.3.1 刚体自由转动的离心力矩	61
7.3.2 能量及角动量积分	61
7.3.3 以 Euler 角表示的运动方程式	62
7.3.4 无力场下之对称陀螺 (Euler 陀螺)	63
7.3.5 特殊情形	63
7.4 重力场中的对称陀螺 (Lagrange 陀螺)	64
7.5 Foucault 回转器	71
7.5.1 陀螺之轴被限制于子午面内运动	71
7.5.2 回转罗盘	72
7.6 Kowalevski 陀螺	72
附录一: 有一固定点之刚体运动方程式之解	74
附录二: 最后乘因数	77
习题	79
第 8 章 Lagrange 方程式: 回转力	81
8.1 回转力	81

8.2 广义“回转力”	85
8.2.1 由循环坐标引起的回转力	85
8.2.2 由坐标系转动所引起的回转力	86
8.2.3 由变化的约束条件所产生的回转力	86
8.2.4 对稳定运动之微小振动	86
8.2.5 在约束下之微小振荡	89
第 9 章 Lagrange 方程式: 电流	91
9.1 作用于电路上之机械力	91
9.2 电流之感应	92
9.3 电容器之放电	93
9.4 网路理论: 具有约束条件之 Lagrange 方程式	93
习题	95
第 10 章 Lagrange 方程式: 非完全系统	96
10.1 非完全系统之 Lagrange 方程式	97
10.2 例题: 粗糙面上圆盘之滚动	98
10.3 粗糙面上圆盘之滚动: Appell 方法	101
10.4 第 1 节之方法 2) 对完全系统之推广	103
第 11 章 Lagrange 方程式: 准坐标; 相对论力学; 电磁场	105
11.1 准坐标	105
11.2 相对论力学	107
11.3 电磁场	108
第 12 章 Gauss-Hertz 及 Appell 原理	111
12.1 最小曲度原理 (Gauss 及 Hertz 原理)	111
12.2 Appell 的运动方程式	114
12.3 最小曲度原理与 Appell 方程式之关系	116
参考文献	118

乙部 Hamiltonian 动力学

导言	120
第 1 章 变分法	121
1.1 定义	121
1.2 Euler 方程式	123
1.3 变分问题的另一形式	125
1.4 Hilbert 氏的“独立积分”S	128

1.5 最小值的必需及充足条件	129
习题	132
第 2 章 Hamilton 原理与最小作用量原理	133
2.1 Hamilton 原理	133
2.2 最小作用量原理	134
2.3 Helmholtz 变分原理	136
习题	140
第 3 章 Hamilton 正则方程式	141
3.1 正则方程式与 Lagrange 方程式的演绎关系; Legendre 变换	141
3.2 正则方程式与 Hamilton 原理之演绎关系	143
3.3 正则方程式的积分	146
习题	147
第 4 章 正则变换	148
4.1 正则变换之定义	148
4.1.1 $S = S(q, Q, t)$	149
4.1.2 $S^* = S^*(q, P, t)$	149
4.1.3 $S^{**} = S^{**}(Q, p, t)$	149
4.1.4 $S^{***} = S^{***}(P, p, t)$	150
4.2 一个动力系统的运动与连续展开的正则变换	151
4.3 Poincaré 绝对积分不变量, Liouville 方程式	152
4.4 相对积分不变量	155
4.5 Lagrange 括号、Poisson 括号与 Poisson 定理	157
4.5.1 Lagrange 括号之定义	157
4.5.2 Poisson 括号	159
4.5.3 Poisson 定理	161
4.6 正则变换之群性	166
4.7 正则变数 t 与 $-E$	167
习题	168
第 5 章 古典力学中的时间可逆性	171
5.1 时间的观念, “时矢”	171
5.2 时间的逆转视作正则变换	172
习题	174
第 6 章 Hamilton-Jacobi 理论	175
6.1 Hamilton-Jacobi 理论	175
6.2 Hamilton 函数与时间无关的动力系统	177

6.3 具有循环坐标的动力系统	179
6.4 Hamilton 力学的变换理论	184
习题	186
第 7 章 角与作用量变数, 缓渐不变性	188
7.1 单一周期系统、角与作用量变数	188
7.1.1 秤动	189
7.1.2 转动	189
7.2 缓渐不变性原理	193
7.3 可分离的多重周期系统	196
7.3.1 非简并系统 (nondegenerate systems)	198
7.3.2 简并系统 (degenerate systems)	199
第 8 章 力学与光学	202
8.1 波及线光学 (或物理及几何光学)	202
8.2 几何光学: 反射及折射定律	204
8.3 力学与光学: Hamilton, de Broglie 与 Schrödinger	206
参考文献	210
索引	211

甲部

Lagrangian 动力学

第 1 章 初等动力学大纲

1.1 引言

物理现象的研究, 必须由某些基本的观念着手 (在力学中, 这些观念系空间、时间及质量). 然后, 由于经验的累积, 我们可引入其他观念, 用这些基本概念表示出来. 实验的结果, 乃是借这些观念间的关系式叙述之. 由经验结果所得来的各观念间的关系, 经过归纳及普遍化的程序, 即成为物理定律.

但仅用些许观念和它们间的关系来描述各物理现象, 是不够满足能获得对各种现象有简单的、统一的、叙述的企求的. 任何物理上的理论应该包括: (1) 某些基本概念, 及由经验的累积所得的, 以这些基本概念为基础而推导出来的其他观念, (2) 关于这些物理观念, 所假定的一些假设或原理, 及 (3) 所有从这些假定, 按逻辑推展出来的结论. 一个成功的理论的必需条件为: 其所有推演出的结论, 务皆与经验上的结果相符合. 满足这标准的理论中, 我们可选择其较简单及能预告更多的新结果的. 但这所谓“简单”也者, 并无不变的意义, 且有时只是因人而异的喜恶观点和其他的考虑而定的.

力学的理论, 有几个不同的形式. 最著名的就是牛顿所完成的. 牛顿力学系以运动方程式的形式, 表示出一些基本的假定. 但其他含义完全相同的形式, 如 Lagrange 方程式, Hamilton 原理, 以及正则方程等, 皆可以作为动力学理论的起点. 这些理论, 内容相同而只是形式不同, 他们的不同处, 仅是在对不同目的的应用上的方便而已. 对一比较简单的问题, 牛顿运动方程式是比较方便的. 然在比较高深领域的研讨, 则变分原理及其他的形式, 较为适宜.

本书的目的, 主要是提供动力学原理的各不同表示法. 甲部是 Lagrange 方程式和其应用, 乙部是变分原理, 包括 Hamilton-Jacobi 理论, 及其在量子论中的应用.

1.2 基本概念

1.2.1 时间、空间、速度与加速度

空间系我们最基本的观念之一, 因此很难用其他更为基本的概念来解释它. 在实际问题上, 空间的一维间距可用标准的刚体尺来度量. 时间也是最基本的概念之

一, 在实际问题上, 通常可以一周期性发生的事件 (如地球绕日, 或分子振动等具有不变的周期者) 度量之。

速度及加速度, 则可由上述两概念导出. 我们可以定义

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad \text{或} \quad \mathbf{v} = \frac{d}{dt} \mathbf{r}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad \text{或} \quad \mathbf{a} = \frac{d}{dt} \mathbf{v} = \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r} \quad (1-1)$$

1.2.2 质量、力及动量

在比较初等的书中, 有时候可以发现质量的定义如下: 质量 = $\frac{\text{力}}{\text{加速度}}$, 而力则定义为: 力 = 质量 $\times$ 加速度, 显然, 前一个定义只有当力的定义与质量完全独立无关时, 才有意义, 而后一定义, 则只有当质量的定义与力完全独立无关时, 才具意义. 不根据力的定义而作的质量定义, 是由 Mach 所建议的。

兹考虑三质点, 1, 2, 3, 并假设此三质点系依次以每两个互相作用. 从实验上, 我们可以发现这作用力的性质是无关重要的. 今设想质点 1, 2, 以一弹簧连住. 此对质点系由压紧弹簧的静止位置开始运动. 我们可以发现, 不论起始条件如何, 这两个质点的加速度方向永远相反, 且其数值, 总是成一比例关系. 其他每对的质点亦然. 实验的结果, 可表示如下:

$$a_{12} = -k_{21}a_{21}, \quad a_{13} = -k_{31}a_{31}, \quad a_{23} = -k_{32}a_{32} \quad (1-2)$$

a_{12} 系质点 1 受到质点 2 之作用所获之加速度. k_{ij} 均为常数. 由实验可发现这些常数满足下列关系:

$$k_{32} = \frac{k_{31}}{k_{21}} \quad (1-3)$$

兹将 k_{ij} 写成下式:

$$k_{32} = \frac{m_3}{m_2}, \quad k_{31} = \frac{m_3}{m_1}, \quad k_{21} = \frac{m_2}{m_1} \quad (1-4)$$

m_1, m_2, m_3 均系正数, 除它们间的一个公因数外, 它们的值是任意的. 如将 (4)* 代入实验公式 (2), 则 (2) 可写为

$$m_1a_{12} = -m_2a_{21}, \quad m_1a_{13} = -m_3a_{31}, \quad m_2a_{23} = -m_3a_{32} \quad (1-5)$$

我们可以择取质点 1 作“参考质点”(单位), 则可将

$$m_2 = \frac{m_2}{m_1} = -\frac{a_{12}}{a_{21}} \quad (1-6)$$

定义为 m_2 之质量 (以“参考质点”1 之质量为一单位)。

* (4) 式即 (1-4), 公式序号均去掉了章号, 只用顺序号表示, 其他章节类同. —— 编辑注

上述的定义, 系以经验结果 (2), (3) (即加速度之测定) 为基础, 与力的正确定义独立无关的 (虽然我们隐含了第三定律的特殊形式 (2) 的结果), 而且完全与 “重量” 的观念 (由于重力) 毫无关系. 我们要注意的, 用这种方法定义出来的质量 (称为惯性质量) 与由下式:

$$\text{质量} = \frac{\text{重量}}{g} \quad (1-7)$$

(g 系重力加速度) 所定义的质量, 并非是天经地义的务须相等的. 事实上, 爱因斯坦因体认到此一质量的相等而发展出它的广义相对论的引力理论的.

定义了 “质量” 之后, 我们即可以下式来定义物理学的力,

$$f = ma \quad (1-8)$$

而动量 (牛顿称之为运动量 quantity of motion) 则定义如下:

$$p = mv \quad (1-9)$$

1.3 牛顿运动定律

第一定律 物体如不受外力, 则静者恒静, 动者恒以等速, 继续运动.

此一定律, 可视为对于力的性质上的定义, 所谓力者, 即可改变一物体速度之原因也.

第二定律 物体动量的变化率等于作用于此物体上之力.

此定律, 骤观之, 似系对 (8) 式所定义之力, 给予一个数量性的定义, 但实不仅是一个定义而已. 如力 F 系一空间坐标的已知函数, 则此第二定律可写成下列微分方程式:

$$m \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r} = \mathbf{F}(\mathbf{r}) \quad (1-10)$$

此方程式, 加上起始条件, 即可完全决定一物体在时间 t 时的位置. 动力学各种形式的原理, 即此第二定律也.

第三定律 作用与反作用, 其值相等但方向相反. 此定律乃第 (2) 式所表示的事实的一个普遍的陈述.

1.4 功、动能与位能

作用于一物体之力 F , 如移动物体一距离 $d\mathbf{r}$ 时, 则此力 F 所做的功可定义如下:

$$dw = F_x dx + F_y dy + F_z dz = (\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}) \quad (1-11)$$

对一有限位移, 则此力对该物所做的功为