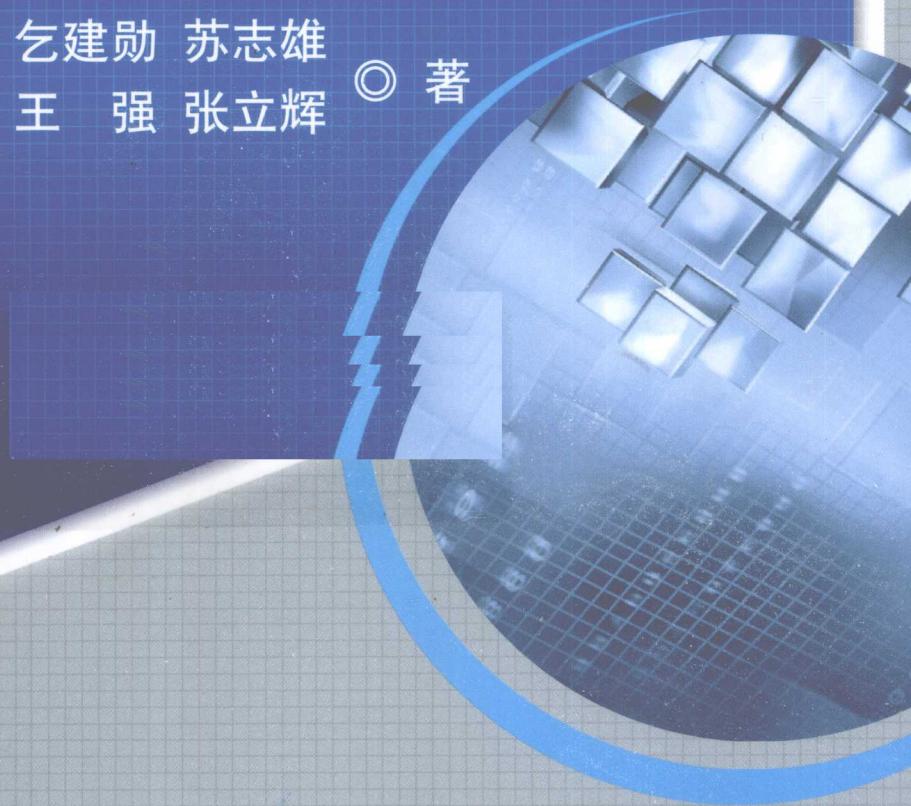


# 统筹法的发展及 前沿问题

乞建勋 苏志雄  
王 强 张立辉 ◎ 著



科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

# 统筹法的发展及前沿问题

乞建勋 苏志雄 王 强 张立辉 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

统筹法自华罗庚教授创立以来已经走过了半个世纪的辉煌历程,取得了丰硕的成果。本书介绍了统筹法的产生和传播,从经典统筹法逻辑约束的拓广、不确定性的拓广、时间向空间的拓广、经典问题的拓广等几个全新的角度阐述了统筹法多年来的发展和成果,总结了统筹法发展中遇到的难点和前沿问题,提出了作者创新的解决办法和思路。

本书可供从事统筹法理论的科研人员参考阅读,也可作为相关领域博士生、研究生和项目管理人员的工具书。

### 图书在版编目(CIP)数据

统筹法的发展及前沿问题/乞建勋等著.—北京:科学出版社,2010.8  
ISBN 978-7-03-028438-9

I. ①统… II. ①乞… III. ①统筹法-研究 IV. ①O223

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 145576 号

责任编辑:王志欣 孙 芳 / 责任校对:李 影  
责任印制:赵 博 / 封面设计:耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

新 善 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2010 年 8 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2010 年 8 月第一次印刷 印张:15

印数:1—3 000 字数:285 000

**定 价: 42.00 元**

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

## 前　　言

统筹法自产生以来已经走过了半个世纪的辉煌历程,取得了丰硕的成果。值此统筹法奠基人华罗庚教授诞辰 100 周年之际,作者回顾了统筹法的发展历程,总结了统筹法发展中遇到的新问题,提出了新的思想和展望,结集成书,以缅怀华罗庚教授对统筹法领域的卓越贡献,表达对他的敬仰之情。

全书共分为 9 章。第 1 章(王强编写)介绍了经典统筹法的产生和传播、基本概念、研究内容及优点。第 2 章(苏志雄编写)介绍了经典统筹法中机动时间特性研究的新进展,阐述了作者多年来对机动时间特性研究的具体成果,主要包括机动时间的静态特性、时序性、干扰特性、稳定性、机动时间的拓广及这些新特性理论的应用前景。第 3 章(乞建勋编写)介绍了一般优先关系(generalize precedence relations,GPRs)网络的产生与特点,这种方法是经典统筹法中逻辑约束的拓广;重点介绍了奇异的“逆关键工序”的特性:工序工期延长,总工期反而缩短,工序工期缩短,总工期反而延长;详细阐述了最新的研究成果——GPRs 网络“单线表示法”,该表示方法能够与普通的统筹方法相统一,从而把统筹法中的理论推广到 GPRs 网络中去,作者完成了这一推广过程;还介绍了作者在奇异工序研究上的最新成果,即奇异关键工序成立的充分必要条件和变化范围,并给出了它的应用。第 4 章(王强编写)介绍了统筹法从确定性向不确定性发展的几个方向,包括计划评审技术(program evaluation and review techniques,PERT)、模糊网络计划和关键链理论。作者将统筹法同关键链理论相结合,为关键链理论研究提供了新方法和新思路。第 5 章(张立辉编写)介绍了统筹法从时间走向空间的发展。针对重复性建设项目的执行特点,人们提出适合这种连续性施工工程项目的计划技术和方法,主要包括线性计划方法,如平衡线法(line of balance,LOB)和线性调度法(linear scheduling method,LSM)计划技术。第 6 章(苏志雄编写)介绍了统筹法中排序优化理论的发展,重点介绍了作者在这方面的研究成果。作者从统筹法原理和方法出发,运用网络计划技术,根据每个工序都拥有机动时间(关键工序的机动时间可认为是零)和机动时间可以反映网络全局(包括总工期)特征及规律的特点,将机动时间的新理论应用于工序排序优化,找到了求解该问题的新途径,并取得一系列成果。第 7 章(苏志雄编写)介绍了统筹法中时间-费用权衡方法的发展。针对运用统筹法求解时间-费用权衡问题过程中遇到的困难,介绍了作者在这方面的最新成果,包括利用等效子网络将网络计划图等效化简、给出确定每步压缩时的最大有效压缩量、给出在压缩过程中工序压缩量的修正方法。第 8 章(王强编写)介绍了

经典统筹法中资源均衡问题的新方法,阐述了作者提出的针对多资源均衡的无量纲化模型和方法,定义了资源熵的概念作为度量资源使用均衡程度的指标,这一指标不仅有效避免了量纲问题,而且可以对资源的均衡程度进行有效度量。在此基础上,作者还设计了基于资源熵的多资源均衡模型。第9章(乞建勋编写)阐述并总结了统筹法与统筹理论的主要思想和展望。

本书主要特点包括以下几个方面。

(1) 全新的视角。本书从经典统筹法逻辑约束的拓广、不确定性的拓广、时间向空间的拓广、经典问题的拓广等几个全新的角度阐述总结了统筹法多年来的成果和发展,向人们展示了统筹法的博大精深。

(2) 全新的方法。在阐述经典统筹法的同时,针对统筹法的难点和前沿问题,作者提出了创新性的解决思路和理论,极大丰富了统筹法理论,向人们展示了统筹法宽广的发展空间。

在本书出版之际,感谢国内外致力于统筹法发展的专家和学者,正是他们努力的工作和辛勤的汗水,才有统筹法蓬勃发展的今天。感谢中国科学院科技政策与管理科学研究所的支持,作者在该所做高级访问学者时收获良多。感谢科研团队的各位研究生,他们在研究成果的推广和本书的撰写过程中做了大量深入的工作。

本书既是对统筹法在我国发展的一个总结,也是作者多年科研和思考的结晶。统筹法作为一门科学,有着坚实的理论基础和广阔的应用前景。随着时代的进步,出现了许多新的问题,这为统筹法的发展提供了新的机遇和条件。然而,不论时代和环境如何变化,“抓主要矛盾、统筹兼顾”作为统筹法的核心内涵都将永远是我们科研和实践的不变的真理,它将不断地焕发魅力,为我们的新方法和新思路提供创新的源泉。

由于作者水平有限,本书难免存在不妥之处,敬请读者批评指正。

# 目 录

## 前言

<b>第1章 经典统筹法的产生</b>	1
1.1 网络计划技术的产生	1
1.2 华罗庚教授的《统筹方法平话》与国内统筹法的诞生与传播	2
1.3 统筹法的主要优点	3
1.4 经典统筹法的作图规则	4
1.4.1 单节点网络图	4
1.4.2 双节点网络图	5
1.5 统筹法中的时间参数	6
1.5.1 最早和最迟时间参数	6
1.5.2 时差参数	7
1.6 关键路线与关键工序	8
1.7 经典统筹法中解决的主要问题和主要方法	9
1.7.1 主要问题	9
1.7.2 主要方法	10
1.7.3 解法的局限性	11
<b>第2章 经典统筹法中机动时间特性研究的新进展</b>	12
2.1 机动时间研究的重要性	12
2.1.1 网络计划优化基础理论的研究现状	12
2.1.2 统筹优化方法落后的原因分析	13
2.1.3 统筹法优化基础理论研究的新思路——机动时间特性研究	13
2.2 机动时间的路长特性	14
2.2.1 自由时差与路长的关联规律	14
2.2.2 安全时差与路长的关联规律	19
2.2.3 总时差与路长的关联规律	23
2.2.4 节点时差与路长的关联规律	27
2.3 机动时间的时序性	30
2.3.1 工序前移,各时差发生的顺序	31
2.3.2 工序后移,各时差发生的顺序	31

2.3.3 工序工期延长,各时差发生的顺序	32
2.3.4 工序使用机动时间方式的综合分析及各时差的发生顺序	32
2.4 机动时间的干扰特性	33
2.4.1 经典干扰时差概念的局限性分析与改进	34
2.4.2 机动时间干扰特性新概念	38
2.4.3 干扰时差的特性及定理	40
2.4.4 干扰容量矩阵 $E_{n \times n}$ 、 $\bar{E}_{n \times n}$ 的求法	45
2.5 机动时间的稳定性	46
2.5.1 机动时间的稳定性	46
2.5.2 工序的稳定性特点	48
2.5.3 项目稳定性分析的定义	53
2.5.4 项目稳定性分析的意义	53
2.5.5 算例分析	54
2.6 机动时间的拓广	56
2.6.1 机动时间使用方式及其分类	56
2.6.2 机动时间的拓广	57
2.7 机动时间特性理论的应用前景	60
<b>第3章 经典统筹法中逻辑约束的拓广——GPRs 网络的产生与特点</b>	66
3.1 经典统筹法中最大最小时间约束的引入	66
3.1.1 最小时间约束	66
3.1.2 最大时间约束	66
3.1.3 最大最小时间约束	67
3.1.4 GPRs 网络——适用范围更广的统筹法	67
3.2 最小时间约束和最大时间约束的表示方法	67
3.2.1 最小时间约束表示法	67
3.2.2 最大时间约束表示法	67
3.2.3 最小最大时间约束表示法	68
3.3 最小时间约束与最大时间约束表示方法在统筹网络(CPM)的时间参数计算中出现的新问题	68
3.4 国际通用的 GPRs 的双线表示法	69
3.4.1 双线表示法具体规定	69
3.4.2 GPRs 网络的双线表示法优缺点	70
3.5 GPRs 网络的单线表示法	70

3.5.1 指导思想 ······	70
3.5.2 具体做法 ······	71
3.6 GPRs 中出现的令人不可思议的奇异现象 ······	73
3.6.1 奇异的关键工序 ······	74
3.6.2 网络的可行性分析——工序的弹性 ······	74
3.7 反(逆)关键工序成立的充分必要条件与变化范围 ······	74
3.7.1 反关键工序成立的充分条件 ······	75
3.7.2 反关键工序成立的必要条件 ······	75
3.7.3 反关键工序工期变动的范围 ······	75
3.7.4 举例分析 ······	75
3.8 中性关键工序成立的充分必要条件 ······	76
3.9 最近发现的新的奇异现象 ······	76
3.9.1 正反双重关键工序的奇异特性 ······	76
3.9.2 非关键工序的奇异特性 ······	78
3.10 GPRs 网络中机动时间特性的研究 ······	79
3.10.1 约束工序机动时间的特点 ······	79
3.10.2 GPRs 中机动时间的路长特性 ······	79
3.11 GPRs 网络中工序的弹性度问题 ······	80
<b>第 4 章 统筹法从确定性向不确定性发展的几个方向 ······</b>	<b>82</b>
4.1 统筹法中的不确定性原因及其表现 ······	82
4.1.1 行为心理学方面的因素 ······	82
4.1.2 项目自身客观造成 ······	83
4.1.3 统筹法对不确定性的刻画和解决 ······	83
4.2 随机不确定性与 PERT ······	84
4.3 模糊不确定性与模糊网络计划 ······	85
4.4 行为心理学与统筹法的结合——关键链理论 ······	87
4.4.1 关键链理论的产生与发展 ······	87
4.4.2 关键链与项目调度 ······	88
4.4.3 关键链缓冲区估计 ······	89
4.4.4 统筹法与关键链理论的结合 ······	91
<b>第 5 章 统筹法从时间走向空间的发展 ······</b>	<b>95</b>
5.1 重复性建设项目的统筹计划技术 ······	95
5.1.1 重复性建设项目的特征 ······	95

5.1.2 CPM 技术应用于重复性建设项目的主要不足 .....	95
5.1.3 重复性建设项目主要的计划技术 .....	97
5.2 LOB 技术 .....	98
5.2.1 LOB 技术的产生和发展 .....	98
5.2.2 LOB 技术的基本内容 .....	99
5.2.3 LOB 技术的不足 .....	102
5.3 LSM 技术 .....	102
5.3.1 LSM 技术的产生和发展 .....	102
5.3.2 LSM 技术的基本内容 .....	103
<b>第 6 章 统筹法中排序优化理论的发展</b> .....	109
6.1 工序顺序优化的历史与现状 .....	109
6.2 利用机动时间特性的排序理论的发展—— $n$ 元序链的优化理论 ..	115
6.2.1 指导思想 .....	115
6.2.2 基本概念 .....	115
6.2.3 $n$ 元序链中总工期被推迟的规律 .....	119
6.2.4 工序顺序调整, 总工期推迟量的变化规律 .....	121
6.3 应用 .....	130
6.3.1 两个平行工序调整为顺序工序的优化问题 .....	131
6.3.2 带松弛量与指定工序的两个平行工序的顺序优化 .....	134
6.3.3 带松弛量但无指定工序的两个平行工序的顺序优化 .....	137
6.3.4 把四个平行工序调整为两对顺序工序的优化决策 .....	140
6.3.5 从 $N$ 个平行工序中选取四个平行工序组成两对顺序工序的优化决策 .....	144
6.3.6 六个平行工序调整为三对顺序工序的优化决策 .....	148
6.3.7 带指定元素的三元行偶优化决策 .....	149
6.3.8 八个平行工序调整为四对顺序工序的优化决策 .....	152
6.3.9 从 $N$ 个平行工序中选取六个或八个平行工序组成三对或四对顺序工序对的优化决策 .....	155
<b>第 7 章 统筹法中时间-费用权衡方法的发展</b> .....	159
7.1 研究背景及意义 .....	159
7.2 时间-费用权衡问题描述 .....	162
7.3 用统筹法工具解决时间-费用权衡问题的基本思路和步骤 .....	163
7.4 直接法的优缺点 .....	164

---

7.5 最低成本关键工序组的求法 .....	165
7.6 用统筹法解决时间-费用权衡问题的新进展 .....	166
7.6.1 等效化简问题的计算对象 .....	166
7.6.2 确定每步压缩的最大有效压缩量 .....	180
7.6.3 工序压缩量的修正 .....	181
7.6.4 改进后直接法的具体流程 .....	185
<b>第8章 经典统筹法中资源均衡问题的新方法</b> .....	190
8.1 资源均衡优化模型简介 .....	190
8.1.1 关于目标函数的研究 .....	190
8.1.2 关于资源权重的研究 .....	192
8.1.3 关于求解方法的研究 .....	192
8.1.4 基于约束条件变化的研究 .....	195
8.2 基于无量纲目标函数的均衡模型 .....	195
8.2.1 资源熵的引入与分析 .....	196
8.2.2 资源熵的引入 .....	197
8.2.3 资源熵的比较分析 .....	198
8.2.4 基于资源熵的多资源均衡模型 .....	200
8.3 采用粒子群算法解决资源均衡问题 .....	200
8.3.1 改进的粒子群算法 .....	202
8.3.2 多资源均衡改进粒子群算法 .....	203
8.4 现有问题和展望 .....	205
<b>第9章 统筹法与统筹理论的发展</b> .....	206
<b>参考文献</b> .....	210

# 第1章 经典统筹法的产生

## 1.1 网络计划技术的产生

网络计划技术可以说是统筹法的前身,是 20 世纪 50 年代末在美国产生和发展起来的一种关于生产组织和管理的现代化方法,是现代管理科学总结出的一种比较有效的管理手段,它通过网络图来表示预定计划任务的进度安排及其各个环节之间的相互联系,并在此基础上进行系统分析、计算时间参数、找出关键路线和关键工序,然后利用机动时间进一步改进实施方案,以求得工期、资源、成本等的优化,从而对计划进行统筹规划。网络计划在项目的计划、执行和调整优化过程中都起着关键作用,是一种能缩短工期、降低成本、用最高的速度顺利完成计划的有效方法。网络技术应用较早和最有代表性的是关键路线法(critical path method, CPM)和 PERT。华罗庚教授在国内称它为统筹法。

CPM 是美国杜邦化学公司和兰德公司共同开发的项目管理技术。1956 年,美国杜邦化学公司在 Louisville 维修计划工作中首次使用 CPM,使停工时间从原来的 125 小时减少到 78 小时,仅在一年内就节约了 100 多万美元。这种计划方法借助网络表示各项工作、工作所需要的时间和工作之间的相互关系,从而找出执行计划中的关键路线。CPM 使得网络计划成为一门真正的技术,它的出现标志着人们对于网络计划进行科学的研究的开始。

PERT 在 1958 年美国海军武器部制订“北极星”导弹计划时获得了首次应用并取得成功。PERT 注重对各项工作安排的评价和审查,将研制导弹过程中各种合同进行综合权衡,有效协调了成百上千个承包商的关系,成功控制计划并提前完成了任务,在成本控制上取得了显著的效果。从 1959 年起,PERT 被广泛应用于各种大规模工业中,如军事工业、计算机工业和电视工业等。60 年代,有 42 万人参加的、耗资 400 亿美元的美国“阿波罗”载人登月计划也是利用 PERT 进行计划管理的。1961 年,美国国防部和美国国家航空航天局规定:凡承制军用品,必须采用 PERT 来进行计划和控制,这引起了世界各国普遍的重视。

虽然 CPM 与 PERT 是彼此独立和先后发展起来的两种方法,但它们的基本原理是一致的;区别在于对工序工期的假设,CPM 采用的工期是确定的,而 PERT 采用的是基于概率统计的不确定性的工期。CPM 把缩短时间和降低成本一起考虑,且把降低成本作为主要目标;而 PERT 则以缩短时间为目。另外,CPM 主

要应用于以往在类似工程中已取得一定经验的承包工程;PERT则更多地应用于研究与开发项目。近年来,两者的发展趋向一致,即采用两者的长处来规划与控制系统,做到从时间和费用的统一中选择最佳方案。由于这两种方法非常相似,所以,国外往往将PERT和CPM统称为网络计划技术。

网络计划技术引起了世界各国的普遍重视,并广泛应用于工业、农业、国防及开发研究等计划和管理中,收到了良好的效果。根据对美国400家最大建筑企业的调查表明,1965年使用统筹方法者只有47%,1970年使用者达到80%。1978年3月,美国土木工程协会会刊评论说:“PERT/CPM是目前仅有的计划管理新方法,并且在可以预见的将来,不会出现新的方法来代替它,因此,我们应该享有它,使用它,改进它。”苏联政府从1964年开始就颁布了一系列有关规定和应用网络计划的指示、基本条例等法令性文件,并且规定所有大的建筑工程都必须采用PERT/CPM,同时实行作业管理,加强调度工作。苏联的大量实践证明,应用网络计划技术可缩短工期20%,降低工程成本10%。这种方法在英国、法国、联邦德国、加拿大和日本等国家的许多工程上也都得到了检验和广泛应用,并获得了各方面良好的评价。

随着电子计算机技术的突飞猛进,边缘学科的不断发展,网络计划技术应用领域的不断拓宽,又产生了多种网络计划技术,主要有图示评审技术(graphical evaluation review technique,GERT)和风险评审技术(venture evaluation review technique,VERT)。GERT又叫随机网络,可对网络逻辑和活动所需时间估算进行概率处理(即某些活动可能根本不进行,某些活动可能只部分进行,而其他活动则可能多次进行)。VERT按照工程项目和研制项目的实施过程建立对应的随机网络模型,根据每项活动或任务的性质,在网络节点上设置多种输入和输出逻辑功能,使网络模型能够充分反映实际过程的逻辑关系和随机约束。同时,VERT还在每项活动上提供多种赋值功能,建模人员可对每项活动赋给时间周期、费用和性能指标,并且能够同时对这三项指标进行仿真运行。除此之外,搭接网络计划技术(OLN)、决策网络计划技术(DN)、基于约束理论(TOC)的关键链管理(CCM)等一大批现代计划管理方法应运而生。

## 1.2 华罗庚教授的《统筹方法平话》 与国内统筹法的诞生与传播

1958年初,中国数学界掀起了理论联系实际、数学直接为国民经济服务的热潮。最先尝试这种努力的是来自我国运筹学领域的专家和学者,但是,运筹学需要很深的数学基础、复杂的专业训练和抽象思维能力,一般的普通劳动者很难掌握,所以,运筹学在全国范围内的推广活动很快失败。作为这项活动的推动者之一,华

罗庚教授开始苦苦探求能够广泛普及、为广大人民群众接受和掌握的、能更快应用于生产实践的数学方法。20世纪60年代,他在国外友人那里得到了关于CPM和PERT等网络计划理论的资料,发现网络计划的核心是要找关键路线,在保证关键路线这一主要矛盾下,统筹考虑其他工序的资源配置和安排,更快更好地完成任务,这与毛主席提出的“统筹兼顾”和“抓主要矛盾”的思想有异曲同工之妙,这一方法对于制订生产管理和作业计划很有帮助,而这些方法又简单且易于掌握。于是,华罗庚教授和他的助手透彻地分析并进一步简化了这些方法,结合毛主席的思想,起名叫做统筹法。

统筹法出现以后,华罗庚教授带领学生首先在北京774厂和西南三线的铁路建设中推广此法,取得了良好的效果,积累了宝贵的经验。华罗庚教授将这些经验进行总结,结合CPM和PERT用白话语言写成了《统筹方法平话》。1965年6月6日,《人民日报》以一整版篇幅发表了《统筹方法平话》,开始向全国推广。推广普及统筹法的工作虽然因为政治运动一度停顿,但在周恩来总理的支持下,统筹法还是在全国进行了普及。这期间,华罗庚教授于1970年4月20日到国务院向一些部委领导介绍统筹法和优选法。从1972年到1985年,他带着陈德泉、计雷、徐蔚宣和蔡晨等学生组成多支推广优选法、统筹法小分队到26个省市自治区(除西藏、青海、宁夏)做推广工作。统筹法从此在中国开始全面传播,在工农业生产实践中有效地推广起来。

40多年来,特别是随着改革开放和经济建设的迅速发展,网络计划技术作为一门现代管理技术已逐渐被各级领导和广大科技人员所重视,国外网络技术的新理论和新方法也逐渐被介绍到我国。1991年、1992年我国颁布了行业标准JGJ/T 1001—1991《工程网络计划技术规程》和GB/T 13400.2—1992《网络计划技术》(术语、画法和应用程序),2000年新颁发了JGJ/T 121—1999《工程网络计划技术规程》代替了原来的标准,这些标准化文件在促进网络计划技术的推广应用方面发挥了重要的作用。不过,这一系列的标准都是推荐性的,没有配套的法令,更没有建立网络图编制和管理的专门机构,因此,我国的网络计划技术推广工作还要加强。

### 1.3 统筹法的主要优点

统筹法网络计划的设计思想是:先高度抽象化,以最简洁的符号表达各种不同的活动和它们之间的联系,即用节点(或有向线段)表示某项工序,用有向线段(或节点)组成类似于网络的形式来表达一项计划(工程)中各项工作(任务、工序)的先后顺序和相互关系。然后,通过有联系的逻辑关系计算找出计划中决定总工期的一组工作(工序),这组工作的逻辑顺序形成的步骤链被称为关键路线,该组工作被称为关键工序。

由于网络图突出了整个工程项目的主要矛盾,明确了各个工作间相互配合的关系,因而使各方面围绕关键路线紧密配合地工作,克服了忙乱、窝工现象,使工程得以有计划、有步骤地进行。显而易见,网络计划技术能使工程“计划分明,重点突出,心中有底,配合紧密”,是适应现代化建设需要的一种有效的管理手段。正是由于这个原因,自出现网络计划技术以来,此方法便迅速引起世界各国的重视,在工业、农业、国防、关系复杂且庞大的科学的研究计划和管理中都得到了广泛的应用,尤其是在土木建筑工程和公路项目中,利用网络计划技术编制工程项目的进度计划,对于控制总工期、有效利用各种资源及组织、监督和指导施工都起到了积极的作用。

实践表明,网络计划能够清楚地表达项目各项工序之间的逻辑关系;通过在网络图上各参数的计算,可以清楚地知道关键路线和关键工序,便于项目管理者将资源集中到这些关键因素上;可以计算出各工序的机动时间,有利于合理利用这些机动时间调整工序,从而达到合理配置资源和降低成本的效果;是运用计算机处理的理想模型。所以,在信息化时代,该方法的应用会更加广泛,起到的作用也会更加突出。项目中所包含的很多事件(里程碑)、工序(或是任务)都必须按照既定的约束条件有序地完成,由于网络计划图可以清晰地表达这些约束关系,因此,也使其成为实现项目管理中计划、排序和控制等功能的基本工具。

## 1.4 经典统筹法的作图规则

网络计划图是指表示事件、工序及其前后时间关系的一张图, $G=(V,E)$ ,这张图包括节点集合 $V$ 和弧线集合 $E$ ,是由圆圈和箭线连接而成的有向环网状图,代表一个项目的整体信息。网络计划图有双节点网络图(activity-on-arrow, AOA)和单节点网络图(activity-on-node, AON)两种,两种网络图都能描绘同一项目,而且可以相互转化,根据考察的问题不同,又各有不同的使用范围。

### 1.4.1 单节点网络图

在单节点网络图中,所有工序的前继、后继关系都由带箭头的弧线表示,而每一个工序本身都由节点来表示。在一张单节点网络图 $G=(V,E)$ 中,节点集合 $V$ 是项目中工序的集合,弧线集合 $E$ 是工序间前继、后继关系的集合。圆圈中的数字表示工序的编号。每一个单节点网络图都只能有一个开始节点和一个结束节点,开始节点和结束节点代表虚工序,不耗费工期和资源。其他工序耗费的工期在工序上方(或下方)标出,工序耗费的资源在下方(或上方)标出。一个典型的单节点网络图如图 1.1 所示。

单节点网络图是项目计划最直接、最自然的描述,可以方便地表示工序间的时

间逻辑关系,如开始—开始、完成—完成、开始—完成等。因此,单节点网络图在研究GPRs网络方面大有用处。此外,单节点网络图在一些智能算法的模型设计方面也有很大的优势。资源均衡问题和资源约束项目调度问题有时也以单节点网络图为处理对象。

### 1.4.2 双节点网络图

在双节点网络图中,所有工序都由带箭头的弧线表示,而每一个事件都可以由节点来表示,弧线尾部的节点表示该工序的开始,而弧线头部的节点表示该工序的结束。在一张双节点网络图  $G=(V,E)$  中,节点集合  $V$  是项目中事件的集合,弧线集合  $E$  是工序的集合。每一个双节点网络图都只能有一个源点和一个汇点,源点是所有没有前继工序的工序的开始节点,而汇点是所有没有后继工序的工序的结束节点。为了避免循环,所有弧线箭头节点的编号都大于箭尾节点的编号,双节点网络图中不能出现循环,否则,就会出现前后关系上的逻辑错误。

为了更好地应用计算机技术,双节点网络图在绘制过程中有以下几个作图原则。

- (1) 网络图中不允许出现闭合回路。
- (2) 各项工序之间必须按照逻辑关系进行,紧前工序全部完成之后,紧后工序才能开始。
- (3) 同一道工序只能在网络图中表达一次。
- (4) 相邻两节点之间只能存在一道工序。
- (5) 在一个网络图上,只能有一个起始节点和一个结束节点,保证一个网络只有唯一的源点和汇点。

要满足这些条件,有时必须使用虚工序和虚节点。虚工序既不占用时间,也不占用资源,只是为了表示工序间的关系。虚节点和虚工序的出现使得同一工程往往会有各种不同的网络计划图。虚节点和虚工序的使用非常重要,它们的数量以必不可少为限度,多余的必须删除。为了规范双节点网络图的画法,人们一直在寻找最少的虚工序和虚节点,并因此设计了各种算法。Krishnamoorty 和 Deo 最终证明,使用最少虚工序和虚节点绘制双节点网络图属于 NP-hard 问题,虚工序与节点的数量不能同时减小,这说明同时减少节点和虚工序的数量是不可能的。乞建勋教授给出了一种绘制最少虚工序网络的启发式方法,将其命名为最多相同工序法,在保证虚工序尽可能少的基础上,该方法简单快捷。一个典型的双节点网络

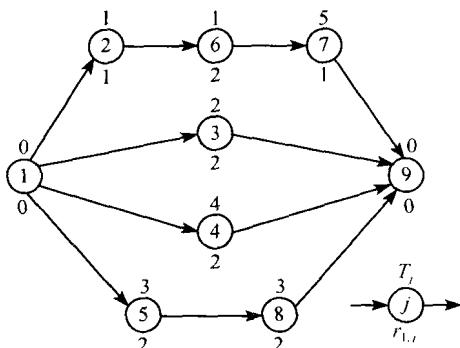


图 1.1 单节点网络图

图如图 1.2 所示。

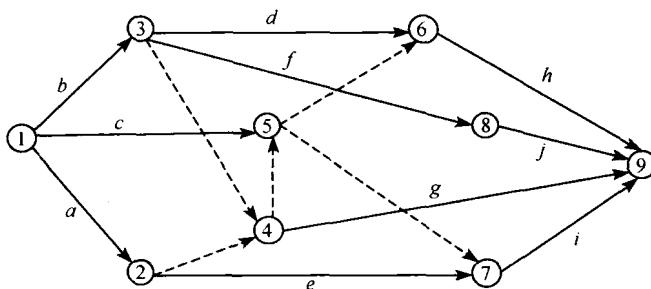


图 1.2 双节点网络图

双节点网络图是 PERT 和 CPM 的基础,也是计算网络时间参数的重要工具。当需要对工期有一个直观描述的时候,双节点网络图也是比较适用的,我们可以对一般双节点网络图稍加改动,用适当比例弧长表示各工序的工期长度。

## 1.5 统筹法中的时间参数

对于任何一项工程,在不考虑资源使用和限制的情况下,我们至少要了解下列时间参数:①该项工程最短需要多长时间完工,也就是项目的总工期是多少?②每一个工序最早什么时间可以开始?同理,每个工序最迟什么时间开始?③一个工序最长可以耽误或延迟多少时间而不会导致项目总工期的推迟?在网络计划出现以前,上述问题很难找到精确答案。基于 CPM 求解的各种时间参数成为研究网络计划各种问题的基础。

### 1.5.1 最早和最迟时间参数

(1) 工序最早开始时间。一个工序 $(i, j)$ 必须等它的所有紧前工序完成之后才能开始,在这之前是不具备开始条件的,这个工序最早可以开始的时间称为工序的最早开始时间,即紧前工序全部完成之后,本工序可能开始的最早时间,以  $ES_{ij}$  表示。

(2) 工序最早完成时间。指工序最早可能完成的时间。工序 $(i, j)$ 的最早结束时间就是它的最早开始时间加上该工序的工期,以  $EF_{ij}$  表示。

(3) 节点(最早)开始。指从该节点 $(i)$ 开始的各项工序最早可能开始工作的时刻,在此时刻之前,各项工序不具备开始工作的条件,这个时刻称为节点 $(i)$ 的最早开始时间,以  $ES_i$  表示。

(4) 工序最迟开始时间。指工序最迟必须开始的时间。一个工序 $(i, j)$ ,紧接

其后也有一个或几个工序，在不影响整个项目按期完成的条件下，本工序有一个最迟必须开始的时刻，这个时刻称工序的最迟开始时间，以  $LS_{ij}$  表示。

(5) 工序最迟完成时间。工序  $(i, j)$  最迟可以完成的时间就是它的最迟开始时间加上该工序的工期，以  $LF_{ij}$  表示。

(6) 节点(最迟)结束。指以该节点  $(j)$  为结束的各项工序最迟必须完成的时刻(若此时刻不能完成，势必影响后继工序的按时开始)，以  $EF_j$  表示。

### 1.5.2 时差参数

Battersby 和 Thomas 最早提出了 4 种时差(机动时间)。Elmaghraby(1995, 1977)对以上 4 种时差分别进行了分析和陈述，又提出了节点时差的概念。工序的时差(机动时间)反映了工序与其他工序联系的总和，体现了该工序在整体中的地位，因而是一个综合性指标。

(1) 总时差(total float)。工序总时差表示在不影响项目总工期的条件下，各工序的最早开始(结束)时间可以推迟的最大时间间隔，用  $TF_{ij}$  表示。

(2) 安全时差(safety float)。安全时差是指一个工序所有前继工序都按照最迟时间开始且没有延迟的情况下，该工序不影响总工期时最长可以拖延的时间。某工序的安全时差等于该工序的最迟开始时间与其紧前工序最迟结束时间的差，用  $SF_{ij}$  表示。

(3) 自由时差(free float)。自由时差是指一个工序在不影响所有紧后工序最早开始的情况下，该工序结束时间最多可延长的时间。某工序的自由时差等于该工序的最早结束时间与其紧后工序最早开始时间的差，用  $FF_{ij}$  表示。

(4) 干扰时差(interference float)。如果干扰时差为正，则表示一个工序的紧后工序能够尽早开始，并且其紧前工序能够最迟结束的情况下，它最大可能推迟的时间。如果该时差为负，则表示一个工序的紧后工序尽可能早的结束，并且其紧前工序尽可能迟的结束的情况下，该工序工期容许缩短的最短时间，用  $IF_{ij}$  表示。

(5) 节点时差。CPM 网络图中，节点  $(i)$  的时差等于该节点的最迟结束时间与最早开始时间的差值，用  $TF_i$  表示。节点时差的计算有利于快速寻找关键路线和关键工序，若工序的箭尾节点和箭头节点的机动时间为零，则该工序为关键工序。

相对网络本身的复杂性而言，这些机动时间还不足以反映出工序之间时差的内在联系，不能完全揭示工序的特性，于是，乞建勋教授(1997)又提出了新的时差概念和体系。这一体系给出了前共用时差和后共用时差的概念，并把安全时差更名为前单时差，自由时差更名为后单时差。这些时差的引入，使得 CPM 网络中，紧前和紧后工序的时差关系变得清楚起来。利用这 5 个时间参数，乞建勋教授等还在研究中推出了至关重要的路长定理与机动时间定理，而这两个定理成为解决