

金字塔系列

P Y R A M I D

与现行课本同步辅导教材

高三数学 同步类型题精解精选 及课本习题解答

1999 修订版

北京市高级教师编写组



中国致公出版社

金字塔系列

与现行课本同步辅导教材

**高三数学 同步类型题精解精选
及课本习题解答**

1999 修订版

北京市高级教师编写组

中国致公出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高三同步类型题精解精选及课本习题解答/傅敬良主编.
北京:中国致公出版社,1998.8

ISBN 7-80096-366-7

I. 高… II. 傅… III. 课程-高中-习题 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 21809 号

金字塔系列 与现行课本同步辅导教材
高三数学同步类型题精解精选及课本习题解答
1999 修订版

本书主编:傅敬良
责任编辑:智 龚
封面设计:蒋 宏
责任校对:李 爽 岳 珍
责任印制:郭艳茹

出版发行:中国致公出版社
(北京市西城区太平桥大街 4 号 电话 66168543 邮编 100034)

经 销:全国新华书店
排 版:华燕电脑公司
印 刷:三河市德利印刷厂

开 本:787×1092 1/32 开
印 张:14
字 数:322 千字
版 次:1999 年 6 月第 1 版 1999 年 6 月第 1 次印刷

ISBN 7-80096-366-7/G·250
高三全套定价:80.00 元 (本册定价:16.00 元)

版权所有 翻印必究

内 容 简 介

本套丛书是北京市高级教师编写组根据最新人教版教材同步编写的。丛书包括初一、初二、初三、高一、高二、高三各年级语文、英语、数学、物理、化学 5 门主课。每年级每科一本，按章逐节分为四大部分：第一部分是课本习题逐节逐题的详细解答与提示，点明解题思路与方法，这部分是为一般学生服务的；第二部分是为了照顾学习成绩优秀的学生，逐节逐课编写了难度较大的同步类型题及详细解答，这些同步类型题一题多解，具有综合性强、灵活度大的特点；第三部分在前两部分的基础上，又增大难度给出没有解题过程但有参考答案的类型题选，以满足特优生的需要；第四部分为综合练习和期中期末试题及答案。

编写说明

什么教辅读物对学生最有帮助,最能费时少成绩提高快,一直是我们探寻的问题。这个答案我们终于成功地找到了,本套丛书就是成功的所在。

现在已出版的初中、高中教辅读物,可以分成两大类:一类是学习指导或知识精要,说穿了无非是课本内容的缩写;另一类是被称为单元测试或AB卷的,说穿了是跟学生搞题海战术和疲劳战。为了克服教辅读物的上述弊端,我们北京市高级教师编写组根据学生的实际需要,编写了这套与现行人教版初中、高中教材完全同步的教辅读物。

这套丛书包括各年级语文、英语、数学、物理、化学5门主课,每年级每科一本,按章逐节分为四大部分:第一部分是课本习题逐节逐题的详细解答与提示,点明解题思路与方法,这部分内容是为一般学生服务的;第二部分是为了照顾学习成绩优秀的学生,逐节逐课编写的难度较大的同步类型题及详细解答,这些同步类型题一题多解,具有综合性强、灵活度大的特点;第三部分在前两部分的基础上,又增大难度给出没有解题过程但有参考答案的类型题选,以满足特优生的需要;第四部分为综合练习和期中期末试题及答案。

相信本书对所有的在校生及教师、家长均有所裨益,它能使学生花最少的时间和精力,将课本内容学透学好,成为佼佼者。

本套丛书的主要编写者为北大附中、人大附中、清华附中等重点中学的主科教师和学术带头人。

北京市高级教师编写组

1999年6月

目 录

第六章 数列(函数极限).....	(1)
第四节 函数的极限.....	(1)
课本习题解答或提示.....	(1)
课本习题同步类型题及解答.....	(10)
类型题选.....	(11)
第五节 函数的变化率.....	(11)
课本习题解答或提示.....	(11)
课本习题同步类型题及解答.....	(25)
类型题选.....	(26)
第六节 函数的单调性与极值.....	(26)
课本习题解答或提示.....	(26)
课本习题同步类型题及解答.....	(43)
类型题选.....	(44)
第七节 全章小结.....	(44)
课本习题同步类型题及解答.....	(44)
第七章 行列式和线性方程组.....	(54)
第一节 二阶行列式和线性方程组.....	(54)
课本习题解答或提示.....	(54)
课本习题同步类型题及解答.....	(62)
类型题选.....	(64)
第二节 三阶行列式和三元线性方程组.....	(64)
课本习题解答或提示.....	(64)
课本习题同步类型题及解答.....	(85)

类型题选	(88)
第三节 全章小结	(89)
课本习题解答或提示	(89)
课本习题同步类型题及解答	(101)
类型题选	(102)
(注第八章内容在高二分册中)	
第九章 排列、组合、二项式定理	(103)
第一节 排列	(103)
第二节 组合	(113)
第三节 二项式定理	(121)
第四节 全章小结	(128)
第十章 概率	(139)
第一节 随机事件和等可能事件概率	(139)
第二节 某些具有特殊条件的事件的概率	(151)
第三节 全章小结	(167)
类型题选参考答案	(177)

总复习综合练习

单元练习一 函数	(186)
单元练习二 三角函数图象与性质	(190)
单元练习三 两角和与差的三角函数	(193)
单元练习四 反三角函数及三角方程	(197)
单元练习五 不等式	(201)
单元练习六 数列、数学归纳法	(204)
单元练习七 复数	(207)
单元练习八 排列、组合、二项式定理	(211)
单元练习九 直线和平面	(214)
单元练习十 多面体和旋转体	(218)

单元练习十一 直线和圆	(222)
单元练习十二 圆锥曲线	(226)
单元练习十三 参数方程和极坐标	(229)
综合模拟练习一	(234)
综合模拟练习二	(237)
综合模拟练习三	(241)
综合模拟练习四	(245)
综合模拟练习五	(249)
单元及综合模拟练习解答	(254)
单元练习一解答	(254)
单元练习二解答	(261)
单元练习三解答	(272)
单元练习四解答	(282)
单元练习五解答	(292)
单元练习六解答	(301)
单元练习七解答	(311)
单元练习八解答	(323)
单元练习九解答	(330)
单元练习十解答	(341)
单元练习十一解答	(351)
单元练习十二解答	(360)
单元练习十三解答	(368)
综合模拟练习一解答	(376)
综合模拟练习二解答	(388)
综合模拟练习三解答	(399)
综合模拟练习四解答	(412)
综合模拟练习五解答	(420)

第六章 数 列

第四节 函数的极限

一、课本习题解答或提示

6.6 函数的极限

练习(第79页)

1. 给定函数 $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 。填写下表并画出函数的图象, 观察函数 y 当 $x \rightarrow \infty$ 时的变化趋势:

x	0	± 2	± 10	$\pm 10^2$	$\pm 10^3$	...
y						
$ y-0 $						

解答:

x	0	± 2	± 10	$\pm 10^2$	$\pm 10^3$	...
y	1	0.2	$\frac{1}{10^2+1}$	$\frac{1}{10^4+1}$	$\frac{1}{10^6+1}$	...
$ y-0 $	1	0.2	$\frac{1}{10^2+1}$	$\frac{1}{10^4+1}$	$\frac{1}{10^6+1}$	...

图象: 如图 6-1

2. 根据函数极限的定义和函数的图象, 说出下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^3};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^3}.$$

解答:

$$(1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3} = 0;$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^3} = 0;$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^3} = 0$$

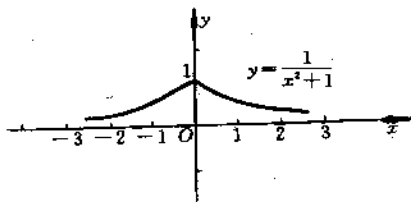


图 0-1

3. 对于函数 $y=2x+1$ 填写下表, 并画出函数的图象, 观察当 $x \rightarrow 1$ 时函数 $y=2x+1$ 的变化趋势:

x	0.5	0.9	0.99	0.999	0.9999	0.99999
y						
$ y-3 $						

x	1.5	1.1	1.01	1.001	1.0001	1.00001
y						
$ y-3 $						

(1) 当 $|x-1| < 0.01$ 时, $|y-3|$ 小于什么数? 当 $|x-1| < 0.00001$ 时, $|y-3|$ 小于什么数?

(2) 说出当 $x \rightarrow 1$ 时函数 y 的极限.

解答:

x	0.5	0.9	0.99	0.999	0.9999	0.99999
y	2	2.8	2.98	2.998	2.9998	2.99998
$ y-3 $	1	0.2	0.02	0.002	0.0002	0.00002

x	1.5	1.1	1.01	1.001	1.0001	1.00001
y	4	3.2	3.02	3.002	3.0002	3.00002
$ y-3 $	1	0.2	0.02	0.002	0.0002	0.00002

(1) 当 $|x-1| < 0.01$ 时, $|y-3| = 2|x-1| < 0.02$ 。

当 $|x-1| < 0.00001$ 时, $|y-3| = 2|x-1| < 0.00002$,

(2) 当 $x \rightarrow 1$ 时, 函数 $y = 2x + 1$ 的极限是 3。

图象: 如图 6-2

4. 根据函数极限的定义和函数的图象, 说出下列函数的极限(其中 C 是常数):

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} C$; (2) $\lim_{x \rightarrow 3} C$;

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}$; (4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2}$ 。

解答:

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} C = C$; (2) $\lim_{x \rightarrow 3} C = C$;

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = 0$; (4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4}$

图象如图 6-3

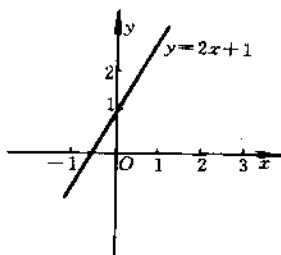


图 6-2

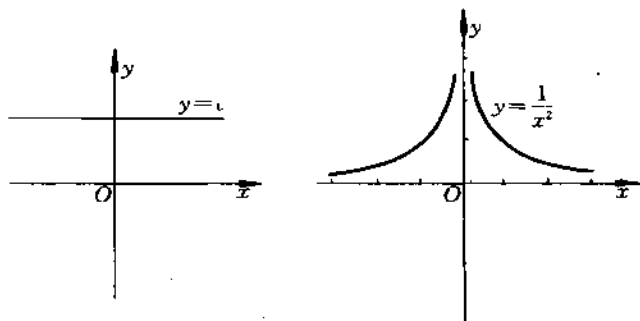


图 6-3

5. 说出下列各图中表示的函数在点 $x=a$ 的左极限、右极限和极限(如果存在的话):

解答:

图(1), $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2$;

图(2), $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \frac{3}{2}$;

图(3), $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$;

图(4), $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -1$, 所以 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 不存在。

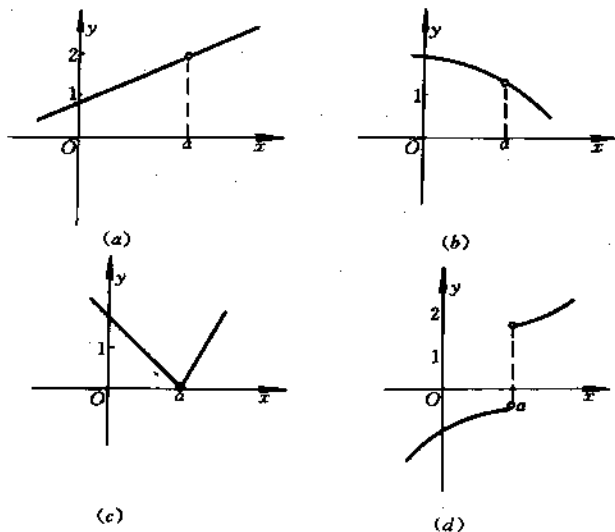


图 6-4

6.7 函数极限的运算法则

练习(第 84 页)

1. 利用函数极限的运算法则求下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (2x-3);$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - x + 1);$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 4} (2x-1)(x+3);$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2+1}{3x^2+4x-1}$$

解答:

$$(1) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (2x-3)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} 2x - 3 = 1 - 3 = -2$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - x + 1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} 2x^2 - \lim_{x \rightarrow 2} x + 1 = 8 - 2 + 1 = 7.$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 4} (2x-1)(x+3)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} (2x-1) \cdot \lim_{x \rightarrow 4} (x+3) = (8-1) \times (4+3) = 49$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2+1}{3x^2+4x-1}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2+1)}{\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2+4x-1)}$$

$$= \frac{2+1}{3+4-1} = \frac{1}{2}$$

2. 求下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x+1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+x-2}{3x^2-3x+1}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2y^2-y}{y^3-5}$$

解答:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2}{x+3}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (x-2)}{\lim_{x \rightarrow 3} (x+3)} = \frac{1}{6}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x+1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x+1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -1} (x^2-x+1) \\
 &= \lim_{x \rightarrow -1} x^2 - \lim_{x \rightarrow -1} x + 1 \\
 &= 1+1+1=3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+x-2}{3x^2-3x+1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}}{3-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}} = \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{2y^2-y}{y^2-5} \\
 &= \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{2-\frac{1}{y}}{1-\frac{5}{y^2}} = 2
 \end{aligned}$$

习 题 二 十

1. 根据函数极限的定义,说出下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x; \quad (2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2+1}$$

解答:

$$(1) 0; \quad (2) 0.$$

2. 根据函数极限的定义,说出下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} 3x; \quad (2) \lim_{x \rightarrow a} (2x-1);$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x^2}; \quad (4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-x}{x-1}.$$

解答:

$$(1) 6; \quad (2) 2a-1; \quad (3) 1$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x+1)(x-1)}{x-1}$$

$$=\lim_{x \rightarrow 1} x(x+1)=2$$

3. 求下列极限:

- | | |
|--|--|
| (1) $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^3 + 3x + 4);$ | (2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5}{x^2 - 3};$ |
| (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 - 3x + 1}{x - 4} + 1 \right);$ | (4) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x^4 + x^2 + 1};$ |
| (5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^3 - 8};$ | (6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{1 + x + x^2};$ |
| (7) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 1};$ | (8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 + x^2}{x^5 + 3x^4 - 2x^2};$ |
| (9) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6};$ | (10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+m)^3 - m^3}{x};$ |
| (11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right);$ | (12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{2x^2 + 2x - 1};$ |
| (13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x}{x^4 + 3x^2 + 1};$ | (14) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^3 + 1}{3x^3 - 2} \right)^2.$ |

解答:

$$\begin{aligned} (1) \quad & \lim_{x \rightarrow 1} (2x^3 + 3x + 4) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (2x^3) + \lim_{x \rightarrow 1} (3x) + 4 \\ &= 2 + 3 + 4 = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5}{x^2 - 3} \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 5)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3)} = \frac{9}{4 - 3} = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 - 3x + 1}{x - 4} + 1 \right) \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 3x + 1)}{\lim_{x \rightarrow 0} (x - 4)} + 1 \\ &= \frac{1}{-4} + 1 = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x^4 + x^2 + 1}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} (x^2 - 3)}{\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} (x^4 + x^2 + 1)} \\
&= \frac{0}{9 + 3 + 1} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(5) \quad &\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^3-8} \\
&= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x^2+x+4)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2+x+4} = \frac{1}{4+2+4} = \frac{1}{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(6) \quad &\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{1+x+x^2} \\
&= \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (2x)}{\lim_{x \rightarrow 1} (1+x+x^2)} = \frac{2}{1+1+1} = \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(7) \quad &\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 1} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x^2+x+1)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2+x+1} = \frac{0}{1+1+1} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(8) \quad &\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 + x^2}{x^5 + 3x^4 - 2x^2} \\
&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(3x+1)}{x^2(x^3+3x^2-2)} \\
&= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} (3x+1)}{\lim_{x \rightarrow 0} (x^3+3x^2-2)} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(9) \quad &\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6} \\
&= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x(x+1)(x+2)}{(x-3)(x+2)} \\
&= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x(x+1)}{x-3} = \frac{\lim_{x \rightarrow -2} x(x+1)}{\lim_{x \rightarrow -2} (x-3)}
\end{aligned}$$

$$= \frac{-2 \times (-2+1)}{-2-3} = -\frac{2}{5}$$

$$\begin{aligned} (10) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+m)^3 - m^3}{x} \\ = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+m-m)[(x+m)^2 + m(x+m) + m^2]}{x} \\ = \lim_{x \rightarrow 0} [(x+m)^2 + mx + 2m^2] = m^2 + 2m^2 = 3m^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (11) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}) \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} + 2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (12) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{2x^2 + 2x - 1} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{2 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (13) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x}{x^4 + 3x^2 + 1} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}}{1 + \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^4}} = \frac{0}{1} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (14) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^3 + 1}{3x^3 - 2} \right)^2 \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2 + \frac{1}{x^3}}{3 - \frac{2}{x^3}} \right)^2 = \left(\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{4}{9} \end{aligned}$$

4. 求下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x^2 - 6x^3}{2x - 5x^2 - 3x^3};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^2 - 6x^3}{2x - 5x^2 - 3x^3}.$$

解答: