



现代数学 教育选讲

王光明 苏 帆 编著
郑 强 周学智

西·南·师·范·大·学·出·版·社

现代数学教育选讲

王光明 苏 帆 编著
郑 强 周学智

西南师范大学出版社

特约编辑:李忠如
责任编辑:胡小松
封面设计:王 煤

现代数学教育选讲

王光明 苏 帆 编著
郑 强 周学智

西南师范大学出版社出版、发行

(重庆 北碚)

重庆电力印刷厂印刷

开本:850×1168 1/32 印张:8.75 字数:220 千

1998 年 12 月 第 1 版 1998 年 12 月 第 1 次印刷

印数:1~3 000

ISBN 7-5621-1427-7/G · 920

定价:11.00 元

前 言

新世纪的钟声已经隐约可闻了。

早在几年前,各行各业的人们就开始了热情洋溢的回顾,满怀憧憬的展望:国际、国内、本地区、本单位……。作为高等师范教育战线上的普通一兵,我们也是激情难止,而且也选择了一个课题:如何加速培养新世纪的优秀数学教师,推进数学教育改革不断前进?五年多来的调查、探索、实验、研究就理所当然地围绕着这个课题去展开。

一位重点中学的校长告诉我们,一个高师本科毕业生要成长为合格的中学数学教师至少需要八年时间。校长对我们屈指数来:初中一个循环三年,高中再一个循环又是三年,在初、高中毕业班总得多锻炼一年吧,八年的时间实在并不宽裕啊!……校长的算法确有一定道理,实际情况也似乎基本如此。但是,这种“自然成长法”能适应新世纪的要求吗?这个在时间上与抗日战争等量的八年是不是给人一种“路漫漫,水迢迢”的感觉呢?

近十年来,高师数学系数学教育类课程改革的步伐是有目共睹的。80年代以前只有教材教法与初等数学研究。现在,数学教育学、数学教育心理学、数学思维与数学方法论、竞赛数学等陆续以必修、选修或讲座形式进入了教学计划。有些院校还从大教育着眼增设了“三字一话”(粉笔字、钢笔字、毛笔字和普通话)、教育见习,直至调动微机、多媒体等先进手段来提高学生的教学能力。这些举措对于提高未来数学教师的素质无疑都是十分有利的。但是人们还是难以理解,为什么经过这般训练的毕业生,大多数还是难以快速成才,难道真的是“成才要待八年期”吗?

对此,我们探索的初步结论是:在数学教育类的课程链上还缺

少两个环节：一是引导学生不断更新数学教育观念；二是帮助学生及早参与数学教育科研。

1997年12月由天津教育出版社出版的《数学教育研究与写作导论》是我们对后一环节所做工作的记录之一。呈现在大家面前的这本《现代数学教育选讲》则是我们力图在后一环节的工作上有所前进的佐证。需要指出的是，所有这些工作都与我们在《数学教育学报》编辑部六年多的“兼职”密切相关。因此，如果我们的主张对促进高师数学系毕业生和在职数学教师的持续发展能有所裨益的话，那它正是全国数学教育工作者多年研究与实践的一个侧影。

本书的框架来自拙作《拟一份“现代数学教育”进修提纲》（载《数学通报》1995年第8期），并在此后三年的教学实践中有所增删与发展。为了做些实在的工作，我们对本书的撰写提出了四点自我要求：①不是系统的数学教育与心理理论阐述，但要将其主要思想溶入书中；②对不同的观点与存在的问题，既要客观介绍也要进行评述；③要有一定数量的、具有可操作性的实例剖析，以供读者理解、比较或选用；④要提供较丰富的资料与研究课题，以使有志者尽快接近数学教育科研的前沿。尽管这样，我们还是希望读者千万不要把这本书当成什么金科玉律，而是要用发展的眼光审视它，用更新的观点和例证来充实它……。这才是我们拟“提纲”、写“选讲”的本意所在。

天津师范大学王光明撰写了第五、六、七、九讲，苏凡撰写了第一、三、四讲，周学智撰写了第十讲；山东教育学院郑强撰写了第二、八讲。我则以“主审”的身份参与策划，阅读每章的初稿提出修改建议，并为全书统稿。我想，这种做法本身不也正是在实践对年青一代的加速培养吗？

张国杰

1998年8月于天津师大

目 录

第一讲 数学与素质教育	(1)
一、关于“素质”与“素养”	(1)
二、新世纪对人才的基本要求	(2)
三、数学教育对素质影响的几个侧面	(7)
四、由“应试教育”转向素质教育的必要性、可能性与艰巨性	(23)
第二讲 数学与大众数学	(31)
一、数学的归属	(31)
二、什么是数学	(32)
三、数学教育的多种功能	(35)
四、“大众数学”是社会发展的必然产物	(41)
第三讲 建构主义教学观	(46)
一、20 世纪以来几种主要的学习理论	(46)
二、建构主义教学观的基本观点	(49)
三、以建构主义分析、研究、指导数学教学	(63)
第四讲 问题解决、数学建模与数学活动课	(75)
一、问题解决的含义及其实施	(76)
二、数学建模将进一步推动数学教学改革	(84)
三、数学活动课的开展	(95)
第五讲 数学后进生问题	(101)
一、怎样界定“数学后进生”	(101)
二、为什么会产生数学后进生	(103)
三、促进“数学后进生”转化的几个典型实验	(108)

四、促进“数学后进生”转化的一些具体措施	(120)
第六讲 计算机与数学教育改革	(130)
一、计算机诞生与发展的简要回顾	(130)
二、计算机技术正在向方方面面渗透	(133)
三、计算机对数学教育的影响	(135)
四、几点说明	(152)
第七讲 数学思维研究综述	(158)
一、数学思维研究一瞥	(158)
二、从上述文献源看数学思维研究现状	(179)
三、关于数学思维研究方法的建议	(187)
第八讲 数学方法论与数学审美教育	(191)
一、什么是“数学方法论”	(192)
二、研究数学方法论的目的和意义	(193)
三、怎样用 MM 指导数学教学工作	(197)
四、数学教师要努力提高数学审美能力	(203)
第九讲 现代数学教学方法	(211)
一、现代数学教学方法简介	(212)
二、影响选择教学方法和发挥教学方法功能 的主要因素	(237)
三、现代数学教学方法改革的一些特征	(239)
第十讲 数学教育研究与写作指要	(244)
一、数学教育研究的主要内容	(245)
二、数学教育研究方法选介	(249)
三、数学教育研究的几个层次	(254)
四、数学教育写作方法指要	(258)
五、新思想、新思路采撷	(266)
参考文献	(270)

第一讲 数学与素质教育

彻底扭转“应试教育”倾向,全面推进素质教育,是我国基础教育领域的一场深刻的变革。1997年9月2日,原国家教委在烟台召开了“全国中小学素质教育经验交流会”,深入探讨了实施素质教育的总体思路、工作方针和政策措施。^①这一交流会的召开标志着我国素质教育将在过去十余年探索的基础上,进一步走向深入。为此,每一位数学教育工作者都应对数学素质教育的内容、措施等等做深入、细致的研究。

一、关于“素质”与“素养”

对于“素质”与“素养”两个概念,大家一定都不陌生,但要给出清晰、确切的定义,却又不大容易。这里我们试图综合有关的观点,给出一个简单的解释。

“素质”原本是一个心理学概念,指的是人的遗传素质,即人先天具有的生理、心理特点,是人的心理发展的生理条件,但不能决定人的心理内容的发展水平。而“素养”则指某种专门人才的基本品质,如道德素养、民族素养、教师素养、音乐素养……。

后来,随着“素质”一词被广泛用于许多不同的场合,它的涵义也就相应地得到了拓广,包容了“素养”的部分涵义。现在,人们对它的理解是一种新的约定俗成,即素质是指个人先天具有的生理、心理特点和后天通过环境、教育获得的基本品质。也就是说,既

^① 张玉文、赵显坤,全国中小学素质教育经验交流会召开,中国教育报,1997年9月3日

包括先天的特点又有后天的品质,而影响后天品质的一个重要因素就是教育。数学则以其独特的地位和方式对素质培养产生着广阔影响。受过良好数学教育的人,通过在数学方面的学习和训练所形成的科学素质,使得他们无论干什么工作,都会起到重要作用,如数学中必须准确把握概念,这会使他们在工作中不致走偏或曲解;数学中讨论的问题非常明确、实际,使他们在工作中避免遇事含糊不清或流于空泛议论;数学中严密的逻辑思维会使他们在工作中洞察事物的本质,迅速找出解决问题的方法;数学中严格、简洁的叙述和论证,会使他们的工作中不拖泥带水,谈话和行文简明扼要,避免和减少延误和失误;数学求解问题的技巧,会使他们妥善地解决工作中遇到的矛盾;数学中繁杂的精确计算会使他们善于经营管理,妥善安排;数学中的演绎和归纳的训练,会使他们的工作中善于分析和综合,避免片面性;如此等等,不一而足^①。几乎人的各方面的素质,都与数学教育息息相关。

二、新世纪对人才的基本要求

要把握“素质教育”的正确方向,就要树立正确的人才观。

提起人才,人们首先想到的是那些著名的科学家、艺术家、政治家,比如,数学家:陈省身、华罗庚,艺术家:张大千、齐白石,政治家:毛泽东、邓小平……。那么除了这些所谓的“家”之外,还有没有其它人才呢?像对待同志“像春天般温暖”的战士雷锋、对生活“像海燕般执着”的残疾青年张海迪,以及北京汽车售票员李素丽、上海水暖工徐虎、徐州下水道四班的女工们,等等,这些为人民提供了热心服务,为社会做出了无私奉献的普通劳动者,是不是人才呢?

^① 路见可. 重视数学教育,提高国民素质. 见:严士健主编. 面向 21 世纪的中国数学教育. 南京:江苏教育出版社,1994

答案自然是肯定的。任何人,无论从事何种行业,只要为社会做出了贡献,就应该称为“人才”。

俗话说:“行行出状元”,这每一行的“状元”实际上就是一种人才。所以,人才也是有层次、有类别的。不只科学家、艺术家、政治家是人才,只要是对社会有用的人都是人才。

“行行出状元”,因为行行需要“状元”,那么这些“状元”即人才从何而来呢?也许你马上会想到向工厂、机关、企业等用人单位输送劳动者的学校。但我们经常听到刚刚毕业的大学生,包括名牌大学的毕业生在工作之初往往循规蹈矩,不能做出突出的创造性工作。例如,^①天津大学校长吴咏诗教授在其所著《改革教学、培养学生的创造能力》一书中,在谈到调查天津大学毕业生的情况时指出:“有的毕业生反映:‘我们承担一般设计、试制任务是能胜任的,但缺乏创新精神,往往只是按照国外产品来仿制,真正独立设计的创新产品是很少的’”。但是,经过一段时间的实践锻炼,往往能做出突出成绩。甚至没有受到大学教育的人,经过实际工作的磨炼,也会取得令人瞩目的成果。例如,1956年初中毕业当农民的吉林省柳河县姜家店的孙致明,经过8年的实践,攻克了制造碳纤维密封材料这项高技术。碳纤维是20世纪70年代崛起的新材料。用它制造小汽车,从六层楼高度摔下,车体依然完整无损。用它代替石棉、橡胶,制造密封材料,使用寿命可延长几十倍。作为初中毕业的农民,孙致明是如何取得如此惊人的发明创造成果的呢?孙致明23岁就成为吉林省科协的年轻会员。他当过生产队长,搞过科学种田,在当乡办机电修配厂厂长时,研制出手提式潜水电焊机、可控硅充电机。从事这次科研活动的动机是为了救活面临倒闭的乡办企业。在研制过程中,孙致明反复做各种试验,在实践中不断总结经验,在干中学、学中干,最终走向了胜利。所以认为“人才是学

^① 叶惠新. 发明创造方法学. 天津:天津社会科学院出版社,1992

校造就的”实际上是一种误解。事实上,人才不是学校造就的,而是社会造就的,是工作岗位,是实践造就的。即使是优秀的毕业生,不经过社会的磨炼,不在实践中锻炼,也难以成才。但学校在人才培养,尤其是传授基础知识、培养基本能力,即打基础上,具有不可推卸的重大责任。我们常说的“学校是人才成长的摇篮”指的就是这一层含义。

尽管人才是有层次、有类别的,社会各行各业对人才的要求不一,随着时代的前进,对人才的要求也会不断改变。但也总有一些要求是普遍公认的,是每一个 21 世纪的人才都应当具有的。例如,1989 年在北京召开的国际数学教育会议为进入 21 世纪提出了“三张通行证”,即:一张职业的,一张学术的,一张证明一个人的事业心和创造力的。换一个角度考虑,我们也可将它概括为两点:均衡发展,有自学能力和创造力。

(1) 均衡发展

一位日本专家曾说:“日本的生命线在于公民的一般素质:外语、管理、史地、技术、数学等的均衡发展。”^①这一提法值得每一位教育工作者深思。

我国长久以来就有“全面发展”的提法,但事实上人的精力是有限的,要“门门全优”对多数学生来说近于苛求,而“均衡发展”的提法似乎更近情理,也更现实些。

为什么要“外语、管理、史地、技术、数学等的均衡发展”呢?这里有许多文章可做,也是我们建议读者今后探讨的重点之一,在此先略谈几句:

▲21 世纪将是信息的时代,我们每天都要接受大量信息,这就要求每一位现代公民有基本的组织、管理能力:不但能接受信息,更应会管理信息、利用信息,以适应日益复杂的工作与生活。为

^① 数学教育研究小组. 数学素质教育设计要点. 数学教学. 1993(3)

锻炼管理能力,建议你不妨试一试做“一分钟校长”、“一分钟厂长”、“一分钟经理”……,相信你会有所收获的。

▲ 随着改革开放的日益深入,我们与国外的交流合作也会愈来愈广泛,外语将成为每个人的必备知识,另外还应懂点历史、地理。

▲ 近十年来,计算机发展迅猛,已广泛渗入行行业业,以致有人说,在行将到来的 21 世纪,计算机盲将会像今日的文盲一样生活不便。为避免成为“现代文盲”,必须掌握计算机这一门工具。

据悉,目前有两种提法广为流传:“两翼说”与“四肢说”。“两翼说”认为外语与计算机对人的重要性犹如鸟的两翼;而“四肢说”则是将外语、计算机、数学及本国语言比喻为人的四肢。不论哪一种说法,都生动地说明了外语与计算机的重要性:不懂外语、计算机的人,在现代社会将“寸步难行”。

▲ 现代社会日益复杂,要很好地了解他人并被他人所了解,就少不了较强的语言、文字表达能力。只会在“茶壶里煮饺子”的“人才”将被社会无情地“埋没”。

▲ 要在学习、工作中做出成绩,和谐的生活环境、良好的人际关系也是必须的,这些都需要有一定的公关、社交能力。

.....

现代社会风云变幻,对人才的素质要求也将更广泛、更全面。教师作为培育人才的园丁,有责任帮助他的学生均衡、和谐地发展。自然,作为数学教师也不应例外,不应片面地要求学生“数学一枝独秀”。

(2) 有自学能力和创造力

有这样一个比喻:若将知识、技术比作“黄金”,那么自学能力犹如“点金术”。拥有了这项“技术”,你的知识“宝库”将永不枯竭。反之,你将不可避免地成为知识的“贫困户”、技术的“困难户”。据统计,一个人在校学习的知识是微不足道的,90% 以上的知识要

在走上社会、走上工作岗位后通过自学去获取。大量事实也告诉我们,不上大学的人可能会成才,上了大学的人也不一定成得了才,任何学校教育都是代替不了“自学”这个根本的。例如,我国著名数学家华罗庚先生由于家境原因,不得不在小学毕业后就辍学了。但他在当学徒期间,仍孜孜不倦地研究数学,这期间的自学,为他以后成长为数学家打下了坚实的基础。可以说,自学不仅是一种习惯、一种能力,还是锻炼人的素质的一种方法,即使是在校的学生也不要忽视了自学能力的培养^①。

另外,当今世界科学技术迅猛发展,市场竞争异常激烈。每个国家、每个民族、每个企业,不管人们的主观意愿如何,都不可避免地会卷入这个竞争浪潮之中。这就迫使人们不得不考虑,如何才能竞争中立于不败之地?人们已十分明白,“科学技术是第一生产力”,只有积极发展科学技术事业,特别是加速发明创造事业,才是一个可靠的出路。就是企业家们也已经愈来愈认识到,应该把新产品开发作为企业求生存、求发展,创造最佳经济效益的根本出路。这就是说,人们越来越认识到社会的最高经济效益,将来源于人的创造能力,将来源于发明创造和技术革新的成效。以日本为例,作为第二次世界大战的战败国,战后,工业总产值只有战前的30%,大批工厂倒闭,有两三千万人失业,农业落后,缺吃少穿,经济面临全面崩溃,社会一片混乱,科学技术落后于世界水平15年~20年。然而,四十多年后的今天,却一跃成为世界经济大国,其缘由何在呢?还需要特别指出的是,日本一缺发展工业的资源,二缺兴建工厂的土地,那么,他们靠的是什么呢?原因是多方面的,然而,日本人走了一条“引进、消化、吸收、创新”的技术发展道路,不能不说是一个重要原因。这里,贵在有创新,有自己的发明创造或技术革新。就拿钢铁工业来说,当时已经有了许多先进技术,如,奥地利

① 张国杰. 数学学习论导引. 重庆:西南师范大学出版社,1995

的氧气顶吹炼钢技术,法国的高炉吹重油技术,美国、苏联的高炉高温高压技术,西德的熔钢脱氧技术,瑞士的连续铸钢技术,美国的带钢轧制技术。日本人采用组合创新法,把这些技术组合配套,创造了自己的钢铁技术体系,形成了目前世界上一流的技术。总之,日本人战后发展工业的办法是,一搞情报调研,二抓引进,三搞科研,四抓创新,以先进技术争夺国际市场。如果只抓引进而没有自己的创新,则永远只会处于被动挨打的地位。^①

近年来,我国已数次自主地大幅度降低进口关税,为恢复我国的关贸总协定缔约国地位作准备,我国企业就将参与世界市场的剧烈竞争。这是机遇,也是挑战。聪明智慧的中华青年,应努力开发与提高自己的创造力,为迎接这一挑战与机遇作好充分的准备。

三、数学教育对素质影响的几个侧面

与我国基础教育由“应试教育”转向素质教育的提法相比较,数学教育界更早提出了“数学素质教育”这一口号。但随着研究的不断深入,人们逐渐发现“数学素质”的提法不够妥当。如果数学教育就是要培养学生的“数学素质”,那么物理、化学等等学科是不是就是要培养所谓的“物理素质”、“化学素质”等等呢?事实上,1996年柳斌先生在《实施素质教育,深化教育改革》一文中已指出:“如果‘人的全面发展’是教育方针中所指的‘德、智、体’等方面的发展,那么素质教育就是‘全面发展’这一教育方针的一种教育模式或教育体系。”即素质教育强调的是人的全面发展,而不能将其割裂。因此,在今天,所谓“数学素质教育”更恰当的提法似应是“通过数学教学对学生进行素质教育”,即旨在研究如何通过数学的教学促进人的素质的发展。

数学教学对人的素质培养的作用已成为数学教育研究的主要

^① 叶惠新. 发明创造方法学. 天津:天津社会科学院出版社,1992

课题。但几年来对这一问题一直没有统一的认识。分析各家之言,我们以为如下的两种观点是最具有代表性的:

(1) 张奠宙的“四层面”说

张奠宙先生在《数学素质教育设计要点》一文中从“知识观念、创造力、思维品质、科学语言”这四个层面阐述了数学教学对人才素质的影响,进而归纳道:“简言之,数学素质,应包括数学意识、问题解决、逻辑推理和信息交流这样四个部分。”^①

(2) 孙宏安的“五方面”说

孙宏安先生在其《“数学素质”界定我见》^②一文中,从中小学教育的总的素质目标及 21 世纪中国公民的数学修养两个角度,对数学素质的内容进行了细致深入的分析,总结出“数学素质包括数学知识、数学方法、数学思想和数学能力;数学意识;数学语言;科学精神和科学价值观以及使用计算机的技能和能力。”

综合比较以上两种观点,我们以为数学对素质的影响可从以下四方面考虑,即掌握一定的数学知识,具备基本的数学能力,注意数学思想与方法,具有数学应用意识。

1. 掌握一定的数学知识

旧社会的小贩,一称出斤两,就能随口报出价钱,技艺惊人,这是因为他们掌握了算术的基本知识,会背十六两制的计算口诀。数学知识作为谋生的手段,为一部分人所掌握。

现代社会,数学已经广泛地渗入生产、生活的各个方面,小至计算电费、水费,大至调查、实验等的数据处理,无不用到基本的数学知识。数学已不再只是某些行业的职业技术要求,而成为日常生活的必备“工具”,每一个现代社会的公民都要掌握一定的数学知识,才能轻松、愉快地工作和生活。

然而,我们也应当看到,掌握一定的数学知识并不是学习数学

^① 数学教育研究小组,《数学素质教育设计要点》,《数学教学》,1993(3)

^② 孙宏安,《“数学素质”界定我见》,《数学教育学报》,1996(4)

的最终目的。日本数学教育家米山国藏先生曾深刻地指出：“学生们在初中或高中所学到的数学知识，在进入社会后，几乎没有什么机会应用，因而这种作为知识的数学，通常在出校门后不到一两年就忘掉了。”然而，“不管他们从事什么业务工作，唯有深深地铭刻于头脑中的数学精神、数学的思维方法、研究方法、推导方法和着眼点等，都随时地发生作用，使他们受益终生。”^①因此，数学知识的重要性更在于它是培养能力、锻炼思维的基础。只有通过学习训练了思维并提高了解决问题的能力，才算得上真正掌握了数学知识。

2. 具备基本的数学能力

在数学教学实践中已有很多人注意到能力的重要性。不少教师提出：“授人以鱼，不如授人以渔”。项武义教授说：“基础数学教育的首要目的在于开发脑力，提供解析思路的基本训练，而其第二个主要目的才是让学生掌握现代科技与工艺上普遍应用的基础数学知识。数学基础当然是十分有用，十分重要的，但是，认识问题，解决问题的思维训练实在更加有用，更加重要。在传统的许多基础数学课本中，往往注重前者而未能足够重视后者，我们觉得这是在今后的基础数学课程发展中应力求改正之点，至于某些知识的增与减倒是不必斤斤计较的次要问题。”这就是说，能力比知识更重要、更有用。

据我们所知，许多高深的数学课都是美国西点军校学生的必修课。闻名于世的美国西点军校被誉为西方名将的摇篮，建校将近两个世纪，美国许多高级将领都是西点军校的毕业生。如第一次世界大战时的欧洲远征军司令潘兴，第二次世界大战时的名将巴顿、艾森豪威尔等等。然而以培养将帅为目标的西点军校之所以要设置许多高深的数学课程（据悉徐利治教授于1992年赴美国访问讲

^① [日]米山国藏. 数学的精神、思想和方法. 毛正中, 等译, 成都: 四川教育出版社, 1986

学时, 还曾两次应邀到西点军校研究生院为学生作报告), 其目的并不在于未来实战指挥中要以这些数学知识作为工具, 而主要是出于如下的原则: 那就是只有经过严格的数学训练, 才能使学员们在军事行动中, 把那种特殊的活力与灵活快速性相互结合起来, 才能使学员们具有把握军事行动的能力和适应性, 从而为他们驰骋于疆场打下坚实的基础。几乎可以说, 当这些学生成为运筹帷幄的将帅时, 实际上早把学生时代所学的那些具体的数学知识忘得一干二净了; 但他们在当年所受的数学训练, 却一直在他们的事业和生存方式中起着重要作用, 直到受用终生。^①

虽然 21 世纪的公民应具备基本的数学能力已逐渐成为人们的共识, 但何为“基本的数学能力”, 它应包括哪些方面? 对这一问题的回答目前尚有争议, 我们综合、比较了有关资料, 发现如下几方面能力是大家比较公认的中学生应具备的基本的数学能力。

(1) 计算能力

计算能力, 包括口算、心算、笔算及借助计算工具等的计算。

在数学应用中, 计算发挥着巨大的作用, 以致于提起数学的应用, 许多人首先想到的就是“加、减、乘、除”, 即数学的基本运算。所以, 培养中小学生的计算能力十分重要。即使是在计算机普及的发达国家, 也没有忽视计算能力的训练, 因为人们意识到, 计算机, 特别是心算、口算、估算等在实际生活中无所不在, 已成为人们日常生活的必备“常识”。例如,^② 在日常生活中, 由于条件的限制, 人们常常无法(有时也不必要) 进行精确的运算和判断, 这时所采用的心理活动就是估计。如买药购物, 要估计价格; 行车走路, 要估计时间; 出差旅游, 要估计路程; 投资经商, 要估计成本; 生产销售, 要估计利润等等。放到实际情景中去, 让学生寻找最佳的估计方法, 那

^① 朱哲樾, 数学文化, 数学思维与数学教育. 见: 严士健主编. 面向 21 世纪的中国数学教育. 南京: 江苏教育出版社, 1994

^② 鲍建生, 估计——一种应用广泛的数学活动. 数学教学, 1997(5)