



珍藏本

汉译世界学术名著丛书

逻辑与  
演绎科学方法论  
导论

[波兰] 塔尔斯基 著



商务印书馆  
The Commercial Press

汉译世界学术名著丛书  
(珍藏本)

逻辑与  
演绎科学方法论  
导论

〔波兰〕塔尔斯基 著

周礼全 吴允曾 晏成书 译



商 务 印 書 館

2009年·北京

**图书在版编目(CIP)数据**

逻辑与演绎科学方法论导论 / [波兰] 塔尔斯斯基著；  
周礼全, 吴允曾, 晏成书译. —北京：商务印书馆，2009

“汉译世界学术名著丛书”(珍藏本)

ISBN 978 - 7 - 100 - 06452 - 1

I. 逻… II. ①塔… ②周… ③吴… ④晏… III.

①数理逻辑—概论 ②演绎推理—方法论—概论 IV.

0141 B812.23

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 207691 号



**所有权利保留。**

**未经许可, 不得以任何方式使用。**

汉译世界学术名著丛书(珍藏本)

**逻辑与演绎科学方法论导论**

[波兰] 塔尔斯基 著

周礼全 吴允曾 晏成书 译

---

商 务 印 书 馆 出 版

(北京王府井大街36号 邮政编码100710)

商 务 印 书 馆 发 行

河北新华印刷一厂印刷

ISBN 978 - 7 - 100 - 06452 - 1

---

2009年7月第1版

开本 880×1240 1/32

2009年7月第1次印刷

印张 8 1/2

定价：28.00 元



# 汉译世界学术名著丛书(珍藏本)

## 出版说明

从 1981 年开始,我馆编辑出版“汉译世界学术名著丛书”,移译世界各国学术经典,立场观点不囿于一派,学科领域不限于一门,所列选的著作都是文明开启以来各个时代、不同民族精神的精华,代表着人类已经到达过的精神境界。丛书在积累单本著作的基础上,先后分辑编印,迄今为止,出版了十辑,四百种,是我国自有现代出版以来最重大的学术翻译出版工程。

“汉译世界学术名著丛书”是改革开放三十年的思想奇葩。在改革开放过程中,这套丛书一直起着思想启蒙和升华的作用,为我国的思想文化建设做出了贡献。今天,我们各行各业的英才大都受过这套丛书的影响和熏陶。

“汉译世界学术名著丛书”是新中国成立以来几代学人心血的结晶。许多学界领袖、著名翻译家和出版家都以深厚的学养、严肃的态度和无私的奉献精神,投身于这套丛书的谋划、厘定和翻译、审校工作。没有他们虔诚的治学精神,也就没有丛书的品质和风格。

“汉译世界学术名著丛书”也是商务印书馆百年品质的传续。商务早在 20 世纪初年便出版以严复翻译的《原富》《天演论》为代

表的外国学术名著,20年代又规划出版了“汉译世界名著丛书”,50年代后期更致力于翻译出版外国哲学和社会科学著作,文化大革命中也没有中断,及至80年代,辑为丛书,汇涓为流,蔚为大观。百余年来,商务人以开启民智,昌明教育为宗旨,用文化承续国脉,“日新不已,望如朝曙”。

基于此,我们整体推出“汉译世界学术名著丛书”(珍藏本)四百种,向共和国六十华诞献礼,以襄盛举。同时,我们也是借此机会,向几十年来为这套丛书做出贡献的译者、编者和读者表示崇高的敬意。

中华民族在伟大复兴的历史进程中,始终以开放的心态借鉴和吸收人类文明的既有成果,“汉译世界学术名著丛书”就是佐证。我们会把此次珍藏本的出版看做一个新的开端,并以此为基点,进一步做好这套丛书的规划和出版工作,使其成为一个正在崛起的民族必要的文明情怀,成为一个日渐昌盛的国家必要的文化积淀,以不负前贤,有益社会。

商务印书馆编辑部

2009年3月



## 初 版 序 言

根据许多门外汉的意见,数学今天已经成为一门死科学:在达到不寻常的高度发展水平以后,它已经在一种严格的完全性中僵化了。这是对情况的一种完全错误的看法。在科学研究领域中现在很少有像数学那样经历着如此剧烈的发展阶段。而且,这种发展是极其多样化的:数学领域正在向一切可能的方向伸展,它在高、宽和深三方面都在成长着。它的高度在成长着,因为在数百年来(如果不是数千年以来的话)发展的旧的理论的土壤之上,新的问题不断地发生,而其所达到的结果越来越完全。它的宽度在成长着,因为它的方法渗透到其他各种科学部门中,而其研究的范围日益囊括着越来越广泛的现象界,并且越来越多的新的理论被包括在数学学科的庞大的范域之中。最后,它的深度在成长着,因为它的基础日益坚定地被建立起来了,它的方法日益完备,它的原则日益巩固。

本书的目的就是要向那些对于现代数学有兴趣、而不会实际参与它的工作的读者们,至少在数学发展的第三个方面、即其在深度方面的成长提供一个最一般的观念。我的目的是要使读者熟悉一种名为数理逻辑学科的最重要的概念,这门学科是为了把数学建立在更坚固、更深刻的基础上创造出来的;这一个学科,虽然它的存在只有短短的一个世纪,却已经达到了高度的完全性的水平,而且在

我们的知识的总和中它今天所起的作用远远超越于其原定的范围。我的目的是要表明,逻辑的一些概念渗透到数学的整体中,它把所有的专门的数学概念了解为特殊情况,并把逻辑规律恒应用于——自觉的或不自觉的——数学推理之中。最后,我试图提出构造数学理论的一些最重要的原则——这些原则也构成另外一种学科、数学方法论的主题——并指明怎样在实际上着手应用这些原则。

在这一本相当小的书的范围内,不假定读者有任何专门的数学知识或抽象的推理的任何专门的训练,要彻底地实现这全部计划是不容易的。在这一本书中,必须从头到尾力图把最大的可理解性和必要的简明性以及经常注意避免错误或从科学观点看来的粗糙的不精确性结合起来。其所用的语言必须是尽可能少地脱离日常生活的语言。必须放弃使用专门的逻辑符号,虽然这种符号是使我们把简明性和精确性结合起来,并使我们尽可能地排除含混和误解的可能性、从而在一切精细的思考中具有很大用处的极其宝贵的工具。必须把系统地处理的观念从一开始就放弃掉。在出现的很多问题之中只有少数能够详细地讨论,其他一些问题仅仅肤浅地接触到,还有一些问题则完全忽略过去了,并且我意识到,所讨论的题目的选择不可避免地表现了或多或少的任意性。对于现代科学还没有采取任何确定的态度,而是提出了许多可能的、同样正确的解答的那些事例,不可能客观地把所有已知的见解都提出来。不得不作出支持某一确定见解的决定来。当作出这种决定的时候,我是十分小心的,不是首先使之符合于个人的兴趣,而是宁取一种尽可能简单的并且适合于普通表达方式的解法。

我并不幻想我已经成功地克服了这些以及其他一些困难。

## 序　　言

本书是我的《论数理逻辑和演绎方法》(该书 1936 年最初用波兰文出版,又于 1937 年出版了确切的德文译本——书名是:《数理逻辑和数学方法论导论》)一书部分修正了的和扩充了的版本。最初写这本书,是企图把它当作一本通俗的科学著作;其目的是向受过相当教育的普通读者提供——用把科学的严格性和最大的可理解性结合起来的方式——集中于现代逻辑的强大的现代思潮的一个清楚的观念。这个思潮最初是从多少受到局限的巩固数学基础的任务发生的。可是,在现阶段它却具有远为广泛的目的。因为它试图创造出可为人类知识的整体提供一种共同基础的统一的概念工具。此外,它有助于使演绎方法完全化和敏锐化,这种演绎方法在某些科学中被当作确立真理的唯一的允许的方法,而且,的确,它至少在一切智力活动的领域内,是从被公认的假设中推导出结论来的必不可少的补助的工具。

根据对波兰文版和德文版的反应,特别是某些评论者的建议,产生了一个想法,要使这个新的版本不仅仅是一本通俗的科学著作,而且也是大学里的逻辑和演绎科学方法论的初级课程可以作为蓝本的教科书。由于在这个范围内合适的初级教科书相当缺乏,这一尝试就显得更为合适。

为了要进行这种尝试,必须在书中作某些改变。

在前几版中,把某些最基本的问题和概念完全忽略过去或仅略微微触及,这或是由于它们比较地具有专门性,或是为了避免一些具有争论性的论点。像这样一些题目,例如:在逻辑的有系统的发展中和在日常生活的语言中某些逻辑观念的用法之间的区别,证明语句演算的规律的一般方法,语词与其名字之间的明确区别的必要性,全类和空类的概念,关系运算的基本观念,以及最后,作为各科学的一般科学的方法论概念。在这一版中,所有这些题目都讨论到了(虽然所有这些题目并非同等详尽地讨论了的),因为我似乎觉得在现代逻辑的任何一本教科书中,不谈这些题目就会造成一种根本的缺陷。因此,本书前面的几章,即概论部分或多或少地扩展了;特别是第 II 章,即专门讨论语句演算的一章包含着很多新材料。对于这几章我又补充了许多新的练习,并且增加了历史的线索的资料。

在前几版中,专门符号的应用是缩减到最低限度,而在这一版中我以为有必要使读者熟悉逻辑符号的基本知识。但是,实际上这种符号的应用仍然受到很大限制,并且大部分限定在练习中。

在前几版中,为了说明一般的和抽象的思考而引出例子的主要领域是中学数学;因为我过去和现在都认为,基本数学、特别是代数,由于它的概念的简单性及其推论方法的一致性,特别适合于例证逻辑的和方法论性质的各种基本现象。但是,在这一版,特别是在新补充的篇幅中,我经常从其他领域、特别是从日常生活中举出了一些例子。

除了这些增补以外,凡是学习者们较难以掌握的某些部分我

也都重新写过了。

本书的基本面貌仍然没有改变。初版的序言(其主要部分重新发表在前面)将会为读者提供一个本书的一般性的观念。然而,也许有必要在这里很清楚地指出来读者在这本书中所找不到的是一些什么东西。

第一,本书不包括对逻辑的系统的和严格的演绎的陈述;这样一种陈述显然不在一本基本的教科书的范围之内。我原来企图在这一版中增加一章,名为作为演绎科学的逻辑,这一章——作为包含于第 VI 章中的一般方法论意见的一个说明——会为逻辑的某些基本部分的有系统的发展提供一个纲要。由于种种原因,这个企图未能实现;但是我希望包括在第 VI 章中的关于这个题目的几个新的练习在某种程度内将会补偿这个省略。

第二,除了两处很少的篇幅以外,这一本书没有提供关于传统的亚里士多德的逻辑的知识,并且不包含从之引申出来的材料。但是,我相信这里给予传统逻辑的篇幅是充分符合于它在现代科学中已经减低了的微小的作用的;而且我还相信我这个意见将会得到大多数现代逻辑学家的赞同。

最后,这一本书不涉及属于所谓经验科学的逻辑和方法论的任何问题。我必须说,我倾向于怀疑,作为与一般逻辑或“演绎科学的逻辑”相对立的任何特殊的“经验科学的逻辑”究竟是否存在(至少,按照“逻辑”一词在本书的用法——这就是说,它是一种学科的名称,这种学科分析一切科学所共有的一些概念的意义,并建立支配这些概念的一般规律)。但是这与其说是一个实际的问题,还不如说是一个术语的问题。总之,经验科学的方法论构成科学



研究的一个重要领域。当然,逻辑的知识在这种方法论的研究中,正如在任何其他学科中的情况一样,是宝贵的。可是,必须承认直到今天逻辑概念和方法在这个领域内并未得到任何特殊的或有成效的应用。并且至少这个情况可能不仅仅是现阶段方法论研究的一个后果。可能,这是由于下述情况所引起:为了对方法论作适当的处理,必须把经验科学作为不仅仅是一种科学理论——就是说,作为按照某种规则所排列起来的确定的命题体系——而且是部分的由这样的命题和部分的由人类的活动所构成的复合物。还必须补充说,与这些经验科学本身的高度发展显著地相反,这些科学的方法论很难夸耀有相应的确定的成就——尽管已经作了很大的努力。甚至这个领域所涉及的初步概念澄清工作也还不曾进行得令人满意。因此,经验科学的方法论课程必定具有一种有别于逻辑课程的完全不同的性质,而且它必定是大部分限于对试验性的探索和失败的努力的估价和批评。由于这些和其他一些理由,对于把逻辑和经验科学方法论的讨论结合于同一个大学课程之中,我认为很少合理的根据。

关于本书及其用作大学教科书的安排方面有几点说明。

本书区分为两部分。第一部分是逻辑和演绎科学方法论的一般的导论;第二部分,借助于一个具体的例子,表明逻辑和方法论在数学理论的构造中的一种应用方式,并因而为消化和深化在第一部分中所获得的知识提供一个机会。每一章的后面都附有相当的练习。简明的历史的线索写在脚注中。

记有星标“\*”的部分、甚至于整节,不论记在开始或末尾,都包含着较难的材料,或者假定读者已熟悉包含着这样的材料的其

他篇章；省略掉这些部分对于本书以下一些部分的理解不会有什么妨碍。这也适用于凡在号码前记上一个星标的各个练习。

本书包含着足够全年课程用的材料。不过，它的编排也使它同样适用于半年的课程。如果把它用为哲学系的半年逻辑课的课本，我建议学习整个第一部分、包括较难的部分在内，而完全略去第二部分。如果把本书用为数学系的半年课程——例如，数学基础课——的课本，我建议学习本书的两个部分，而略去较难的部分。

无论如何，我愿意强调小心地和详尽地作好练习的重要性；因为它们不仅有助于对所讨论的概念和原则的消化，并且也还触及正文中没有机会讨论的许多问题。

如果本书对于逻辑知识的更广泛的传播有所贡献的话，我将感到很快乐。历史事件的进程已经使现代逻辑的一些最杰出的代表集中在这个国家（指美国——译者），并因而为逻辑思想的发展在这儿创造了特别有利的条件。自然，这些有利的条件可能很易于为其他更强有力的因素所抵消。显然，未来的逻辑学，像所有理论科学一样，本质上依赖于人类政治的和社会的相互关系纳入规范，因而依赖于一种超越于职业学者的控制的因素。我并不幻想逻辑思想的发展会对于人类关系的正常化过程特别起很重要的作用；但我相信，逻辑知识的广泛传播可以积极地加速这个过程。因为，一方面，由于使概念的意义在其自身范围内精确并一致起来，以及由于强调这样的精确性和一致性在任何其他领域中的必要性，逻辑就使凡是愿意很好地了解的人们都可能彼此很好地了解。并且，另一方面，由于思想工具的完全化与敏锐化，它使人们更有

批判性——因而他们就不大容易为所有伪推论引入歧途，现在在世界各处他们不断有被这种伪推论引入歧途的危险。

我衷心感谢海尔麦(O. Helmer)博士的帮助，他把德文版译成了英文。我愿意对于霍夫斯塔德泰尔(A. Hofstadter)博士、克拉德尔(L. K. Krader)先生、纳盖(E. Nagel)教授、蒯恩(W. V. Quine)教授、怀特(M. G. White)先生、特别是麦克铿赛(J. C. C. McKinsey)博士和温纳(P. P. Wiener)博士表示最热诚的感谢，当我准备英文版时，他们慷慨地提出了意见并给予帮助。我也感激阿罗(K. J. Arrow)先生，他帮助阅读了校样。

塔尔斯基

1940年9月于哈佛大学

本书是英文第一版的影印本，不可能在其中作很大的改动。不过，印错出地方已经改正了，并在细节方面作了一些改进。对于读者和评论者的有益的建议，我表示感谢，我特别感激秦(Louise H. Chin)女士，因为她帮助准备了这一版的出版。

塔尔斯基

1945年8月于加利福尼亚大学，

伯克利

# 目 录

初版序言 .....	1
序言 .....	3

## 第一部分 逻辑的元素, 演绎方法

(I) 论变项的用法 .....	1
§ 1. 常项与变项 .....	1
§ 2. 包含变项的表达式——语句函项与指示函项 .....	3
§ 3. 应用变项形成语句——全称语句与存在语句 .....	5
§ 4. 全称量词与存在量词; 自由变项与约束变项 .....	8
§ 5. 变项在数学中的重要性 .....	12
练习 .....	13
(II) 论语句演算 .....	16
§ 6. 逻辑常项; 旧逻辑与新逻辑 .....	16
§ 7. 语句演算; 语句的否定, 合取式与析取式 .....	18
§ 8. 蕴涵式或条件语句; 实质蕴涵 .....	22
§ 9. 蕴涵式在数学中的应用 .....	28
§ 10. 语句的等值式 .....	32
§ 11. 定义的表述方式与定义的规则 .....	33
§ 12. 语句演算的定律 .....	37



§ 13. 语句演算的符号;真值函项与真值表	39
§ 14. 语句演算定律在推理中的应用	46
§ 15. 推论的规则,完全的证明	49
练习	51
(III) 同一理论	56
§ 16. 不属于语句演算的逻辑概念;同一概念	56
§ 17. 同一理论的基本定律	57
§ 18. 事物之间的同一与指示词之间的同一;引号的用法	61
§ 19. 算术与几何中的相等,和它与逻辑同一的关系	64
§ 20. 数的量词	66
练习	68
(IV) 类的理论	71
§ 21. 类与它的元素	71
§ 22. 类和包含一个自由变项的语句函项	73
§ 23. 全类与空类	77
§ 24. 类与类间的基本关系	78
§ 25. 类的运算	82
§ 26. 等数类,一个类的基数,有穷类与无穷类;算术作为逻辑 的一个部分	84
练习	87
(V) 关系的理论	92
§ 27. 关系,关系的前域与关系的后域;关系与有两个自由变项 的语句函项	92
§ 28. 关系的运算	95
§ 29. 关系的一些性质	99
§ 30. 自反的,对称的与传递的关系	101

§ 31. 序列关系;其他关系的例子 .....	103
§ 32. 一多关系或函项 .....	105
§ 33. 一一关系或一一函项与一一对应 .....	110
§ 34. 多项关系;包含几个变项的函项与运算 .....	113
§ 35. 逻辑对其他科学的重要性 .....	116
练习 .....	117
(VII) 论演绎方法 .....	124
§ 36. 一个演绎的理论的基本组成部分——基本词项与被定义 的词项,公理及定理 .....	124
§ 37. 一种演绎的理论的模型和解释 .....	128
§ 38. 演绎法定律;演绎科学的形式的特性 .....	133
§ 39. 公理与基本词项的选择;它们的独立性 .....	138
§ 40. 定义与证明的形式化,形式化的演绎理论 .....	140
§ 41. 一个演绎理论的无矛盾性与完全性;判定问题 .....	142
§ 42. 演绎科学方法论的扩大的概念 .....	146
练习 .....	148



## 第二部分 逻辑和方法论在构造 数学理论中的应用

(VIII) 一个数学理论的构造:数的次序的定律 .....	162
§ 43. 构造中的理论的基本词项;关于数与数之间基本关系的 公理 .....	162
§ 44. 基本关系的不自反律;间接证明 .....	165
§ 45. 基本关系的其它定理 .....	167
§ 46. 数之间的其它关系 .....	170

练习 .....	174
----------	-----

(VII)一个数学理论的构造:加法和减法的定律 .....	176
-------------------------------	-----

§ 47. 关于加法的公理;运算的一般性质,群和交换群的概念 .....	176
--------------------------------------	-----

§ 48. 对于较多的被加数的交换律和结合律 .....	178
------------------------------	-----

§ 49. 加法的单调定律以及它们的逆定律 .....	179
-----------------------------	-----

§ 50. 闭语句系统 .....	184
-------------------	-----

§ 51. 单调定律的推论 .....	186
---------------------	-----

§ 52. 减法的定义;反运算 .....	188
-----------------------	-----

§ 53. 被定义者包含等号的定义 .....	190
-------------------------	-----

§ 54. 关于减法的定理 .....	192
---------------------	-----

练习 .....	193
----------	-----

(IX)关于所构造的理论的方法论的讨论 .....	199
---------------------------	-----

§ 55. 在原来的公理系统中消去多余的公理 .....	199
------------------------------	-----

§ 56. 化简了的系统的公理的独立性 .....	202
---------------------------	-----

§ 57. 多余的基本词项的消去和公理系统的继续化简;一个有序
---------------------------------

交换群的概念 .....	205
--------------	-----

§ 58. 公理系统的进一步化简;基本词项系统的可能变换 .....	207
------------------------------------	-----

§ 59. 所构造理论的无矛盾性问题 .....	213
--------------------------	-----

§ 60. 所构造理论的完全性证明 .....	214
-------------------------	-----

练习 .....	216
----------	-----

(X)所构造的理论的扩充。实数算术的基础 .....	221
----------------------------	-----

§ 61. 实数算术的第一个公理系统 .....	221
--------------------------	-----

§ 62. 第一个公理系统的进一步描述,它的方法论上的优点和
--------------------------------

教学上的缺点 .....	222
--------------	-----

§ 63. 实数算术的第二个公理系统 .....	225
--------------------------	-----

§ 64. 第二个公理系统的进一步描述;域的概念和有序域的概念 .....	227
---------------------------------------	-----

