

大学物理实验

Experiment of College Physics

黄思俞 主编



厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS

大学物理实验

主 编 黄思俞

副主编 魏茂金 魏炽旭

编 委 黄思俞 魏茂金 魏炽旭
郑冬梅 肖荣辉

厦门大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/黄思俞主编. —厦门:厦门大学出版社, 2010

ISBN 978-7-5615-3458-8

I. 大… II. 黄… III. 物理学-实验-高等学校-教材 IV. O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 031479 号

厦门大学出版社出版发行

(地址: 厦门大学 邮编: 361005)

<http://www.xmupress.com>

xmup @ public.xm.fj.cn

南平市武夷美彩印中心印刷

2010 年 2 月第 1 版 2010 年 2 月第 1 次印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 17.75

字数: 448 千字 印数: 1~3000 册

定价: 27.00 元

本书如有印装质量问题请直接寄承印厂调换

前 言

大学物理实验是理工科学生必修的一门重要基础实验课程。本书是我们在多年教学实践的基础上,经过不断修改、充实和完善,从实验讲义到校本自编教材,结合本课程的基本要求,以及目前各高校普遍使用的仪器设备情况编写而成的。本书适用于应用型本科院校理工科学生的大学物理实验教学,也可作为师范院校理工类各专业的大学物理实验教材。

全书共分为五章,第一章讲述了测量误差、不确定度和数据处理的基础知识。所涉及的内容以本课程必须掌握的基本要求为主,个别地方略有扩充。第二章为基础实验,通过这些实验让学生学习基本物理实验方法和测量技术,熟悉基本物理实验仪器的工作原理和使用方法,学习实验数据分析和处理的基本方法。第三章为综合性应用性实验,这是在学生做了一定数量的基础实验后,要求学生自行综合已掌握的知识,解决某一实际问题,有助于锻炼和提高学生对知识的综合运用能力。第四章为设计性研究性实验,所选实验是近几年在教学实践中曾经尝试过的实验题目,在这些题目中提出了一些实验要求,一般没有给出具体的实验原理和方法,只是给出一定的提示。由于实验方案不同,所用仪器也会不同,所以题目中只给出了一些参考仪器。通过设计实验的训练,使学生体验查阅资料、设计实验方案、搭建实验设备、解决实验中出现的问题,以及分析实验结果等全过程,从而锻炼学生分析和解决实际问题的能力。第五章为仿真实验,共编写了7个较典型的计算机仿真实验。

参加本教材编写的有黄思俞、魏炽旭、魏茂金、郑冬梅、肖荣辉,他们的分工是:黄思俞编写绪论、第四章的基本知识、附录及实验8、9、10、11、19、20、21、22、25、26、29、30、37、38;魏炽旭编写第一章及实验1、2、5、6、7、17、18、34、35、36、39、40;魏茂金编写实验12、13、14、15、16、23、24、31、32、33;郑冬梅编写实验3、4;肖荣辉编写实验27、28。魏炽旭对书中的图做了精心处理。全书由黄思俞组织编写和统稿。

教材在编写的过程中,得到了物理与机电工程系彭永仙主任和物理学科带头人王宗篪教授的关心和指导,也广泛参考和吸收了其他老师在使用校本自编教材过程中提出的许多建设性意见,在此向他们表示衷心的感谢!

由于编者水平有限,错误和疏漏之处在所难免,恳请读者批评指正。

编 者
2010年1月

目 录

前 言

绪 论	1
一、大学物理实验课程的主要任务	1
二、大学物理实验课程的基本程序及要求	2
三、大学物理实验成绩的评定	3
第一章 误差估算与数据处理	4
第一节 误差基础知识	4
第二节 误差的处理	11
第三节 直接测量的数据处理	14
第四节 间接测量的数据处理	17
第五节 数据处理的几种常用方法	19
第二章 基础实验	33
实验一 长度的测量	33
实验二 刚体转动惯量的测定	40
实验三 冷却法测量金属的比热容	45
实验四 不良导体导热系数的测定	48
实验五 电阻元件伏安特性的测量	52
实验六 双臂电桥测低电阻	57
实验七 万用表的使用	62
实验八 双踪示波器的调整及使用	67
实验九 霍耳效应及其应用	82
实验十 电表的改装与校准	89
实验十一 RLC 电路稳态特性的研究	97
实验十二 薄透镜焦距的测定	103
实验十三 牛顿环测透镜球面的曲率半径	108
实验十四 分光计的调整和三棱镜顶角的测定	114
实验十五 双棱镜干涉测定钠光的波长	122
实验十六 迈克尔孙干涉测定 He-Ne 激光的波长	126
第三章 综合性应用性实验	130
实验十七 复摆特性的研究	130
实验十八 超声声速的测量	136
实验十九 交流电桥测量阻抗元件	142

实验二十 RLC 电路暂态过程的研究	149
实验二十一 磁阻效应及其应用.....	155
实验二十二 硅光电池特性的研究.....	159
实验二十三 分光计测三棱镜材料的折射率.....	165
实验二十四 衍射光栅的特性与光波波长的测量.....	168
实验二十五 光通信技术及应用.....	171
实验二十六 光拍法测量光速.....	178
第四章 设计性研究性实验.....	184
第一节 设计实验的基本程序和要求.....	184
第二节 设计实验应遵循的基本原则.....	185
第三节 设计实验的典型分析.....	188
实验二十七 单摆测重力加速度的研究.....	192
实验二十八 简谐振动的研究.....	195
实验二十九 自组惠斯登电桥桥路参数选择的研究.....	197
实验三十 RC 串联电路充电与放电过程的研究	202
实验三十一 自组望远镜或显微镜.....	204
实验三十二 等厚干涉法测液体的折射率.....	206
实验三十三 迈克尔孙干涉法测玻璃片的厚度.....	207
第五章 仿真实验.....	208
实验三十四 碰撞和动量守恒.....	208
实验三十五 拉伸法测杨氏弹性模量.....	214
实验三十六 热敏电阻温度特性的研究.....	223
实验三十七 铁磁材料动态磁滞回线的测量.....	229
实验三十八 居里温度的测量.....	236
实验三十九 密立根油滴实验.....	242
实验四十 光电效应测普朗克常数.....	248
附录.....	259
附录一 常用物理数据.....	259
附录二 实验报告范例.....	267
参考文献.....	275

绪 论

物理学是一门实验科学，在物理学的建立和发展中，物理实验起到了直接的推动作用。从经典物理到近代、现代物理，物理实验在发现新事物、建立新规律、检验理论、测量物理量等诸多方面发挥着巨大作用。随着现代科学技术水平的高度发展，物理实验的思想、方法、技术与装置已广泛地渗透到自然学科和工程技术的各个领域，解决了一大批生产和科研问题。

大学物理实验是一门重要的基础课程，是学生进入大学后系统地接受科学实验方法和实验技能训练的开端。通过学习，可以提高学生用实验手段发现、分析和解决问题的能力，激发学生的创新意识和创造力，培养和增强独立开展科学的研究的素质。

对于理工科学生来说，不仅要具有一定的理论基础，更应具备较强的实践操作技能。本课程将通过一年的时间训练大学生基本的实验能力，使其初步具有完成实验设计的能力，为从事科学实验打下坚实的基础。

一、大学物理实验课程的主要任务

1. 通过对实验现象的观察分析和对物理量的测量，使学生掌握物理实验的基本知识、基本方法和基本技能。运用物理学原理和物理实验方法研究物理规律，加深对物理学原理的理解。
2. 培养与提高学生从事科学实验的能力。主要包括：
 - (1) 自学能力。能够自行阅读实验教材与参考资料，正确理解实验内容，做好实验前的准备工作。
 - (2) 动手能力。能借助教材与仪器说明书，正确调整和使用仪器，制作样品，发现和排除故障。
 - (3) 思维判断能力。运用物理学理论，对实验现象与结果进行分析和判断。
 - (4) 书面表达能力。能够正确记录和处理实验数据，绘制图表，分析实验结果，撰写规范、合格的实验报告或总结报告。
 - (5) 综合运用能力。能够将多种实验方法、实验仪器结合在一起，运用经典与现代测量技术和手段，完成某项实验任务。
 - (6) 初步的实验设计能力。根据课题要求，能够确定实验方法和条件，合理选择、搭配仪器，拟定具体的实施步骤。
3. 培养学生从事科学实验的素质。包括理论联系实际、实事求是的科学作风；严肃认真的工作态度；不怕困难、勇于探索的创新精神；遵章守纪、爱护公物的优良品德；团结协作、共同进取的作风。

二、大学物理实验课程的基本程序及要求

1. 课前预习

预习是训练和提高自学能力的极好途径。为了在规定时间内高质量地完成实验内容,必须做好预习工作。

预习时,通过阅读实验教材及参考资料,重点考虑三方面的问题:做什么(实验目的);根据什么去做(实验原理);怎样做(实验内容、步骤和注意事项)。

在此基础上做好实验预习报告,即根据《大学物理实验报告的书写规范》,预先在统一制定的实验报告册中填写好实验目的、实验仪器、实验原理等相关内容(作为实验报告的一部分,不必重复书写)。同时,为了在实验过程中节省时间,应把实验中相关的记录实验数据的表格预先用直尺画在实验报告册的最后一页(实验数据记录部分)。以上内容即为大学物理实验的预习报告要求。在每次实验课前,应将实验报告册交给教师检查实验的预习情况。若没有按规定完成实验的预习工作,则不允许做实验。

2. 实验操作

实验操作与观测是动手能力、思维判断能力和综合运用能力训练的过程,也是培养学生科学实验素质的主要环节。在教师指导性讲解的基础上,主要做到以下几方面要求:

(1) 遵守课堂纪律,不大声喧哗。上实验课时,应准时到实验室,若迟到十分钟以上,则不允许做实验。

(2) 熟悉仪器,弄清实验内容的具体要求和注意事项,并进行调整测试,符合要求后,方可进行正式操作。

(3) 科学、实事求是地记录下实验中观察到的各种现象和测量数据,并把数据记录在实验报告册的最后一页(实验数据记录部分)。记录数据时要注意有效数字和单位,并用水笔或圆珠笔(不得使用铅笔)记录。

(4) 实验完毕后,应把实验数据交给教师检查。经检查无误后,由教师签字,此实验数据才有效。最后,整理完仪器,才可离开实验室。

3. 实验报告

实验报告是实验工作的全面总结和深入理解的一个环节。一份完整的实验报告包括:实验目的、实验仪器、实验原理、实验内容与数据处理、实验结论、实验思考题六个部分。

- 实验目的

说明本实验的目的和实验方法。

- 实验仪器

记录实验所用的主要仪器、材料等。

- 实验原理

在理解的基础上,用简短的文字扼要地阐述实验原理,切忌整篇照抄,力求做到图文并茂。其中,图是指原理图、电路图或光路图等。写出实验所用的主要公式,说明式中各物理量的意

义、单位和测试手段,以及公式的适用条件或实验的必要条件。

- 实验内容与数据处理

实验内容:根据实验内容的要求,记录相关的实验数据,数据的记录应做到整洁清晰且有条理。记录数据时,应尽量采用列表法,表格的设计力求简洁明了,分类清楚且有条理,便于计算与复核,达到省工省时的目的。

数据处理:包括计算、作图、误差估算等。计算时,先将文字、公式化简,再代入数值进行运算。图解法要求使用正式的坐标纸并按作图规则进行。误差估算要预先写出误差公式,并把数据代入。

- 实验结论

按标准形式写出实验结论,必要时注明结果的实验条件。

- 实验思考题

根据实验原理及数据分析,结合自己的理解,认真地回答每道思考题。

书写实验报告:要求一律用专用的“大学物理实验报告”纸,并努力做到书写清晰,字迹端正,数据记录整洁,图表合格,文理通顺,内容简明扼要。

三、大学物理实验成绩的评定

1. 平时成绩的评定

单个实验成绩由实验操作成绩和实验报告成绩组成,其中,实验操作成绩和实验报告成绩各占 50%。

整学期的平时成绩为各个实验成绩的平均值,并转化为百分制。

2. 期末考核方式

期末考试分为“笔试”和“操作考试”两种。

第一学期采用闭卷笔试的方式,内容包括误差理论及其应用、实验仪器的正确使用、实验数据的处理、实验的操作方法等。

第二学期采用现场操作的考核方式,内容包括平时做过的实验、扩展性实验、选做实验、设计性实验、综合性实验。

3. 学期成绩的评定

学期成绩由本学期的平时成绩和期末成绩两部分组成。其中,平时成绩占 40%,期末成绩占 60%。

第一章 误差估算与数据处理

第一节 误差基础知识

1.1 测量

一、定义

所谓测量,就是借助专门设备,通过一定的实验方法,以确定物理量值为目的所进行的操作。它是一个实验比较的过程,即把一个量(待测量)与另外一个量(标准量)相比较。

二、分类

从不同的角度考虑,测量有不同的分类法。

- 按照测量结果获得方法的不同,测量分为直接测量和间接测量。

将待测量与标准量直接比较,从而直接读出待测量的测量值,称为直接测量。例如,用米尺测物体的长度,用秒表测时间,用电压表测电压等都属于直接测量,相应的被测物理量称为直接测量量。

如果待测量的量值是由若干个直接测量量经过一定的函数运算获得的,则这种测量称为间接测量。例如,测量一个小圆柱体的密度,我们可以用游标卡尺和螺旋测微计测出它的高 H 和直径 D ,再用天平称出它的质量 M ,则待测圆柱体的密度 $\rho = M/V = 4M/\pi D^2 H$ 。

实际测量中多数物理量采用间接测量,这是因为待测量不能直接测量,或者直接测量复杂,或者直接测量准确度不高。

- 按照测量条件的不同,测量可分为等精度测量和非等精度测量。

在相同的测量条件下(同一测量水平的观测者,同一精度的仪器,同样的实验方法和环境等)对某一待测量所做的重复性测量,称为等精度测量。等精度测量获得的所有数据的可信赖程度是相同的,在数据处理过程中地位相同。

尽管实际测量中,很难保证所有条件不变,但由于等精度测量数据处理方法相对简单,因此只要测量条件变化不大,一般都可近似为等精度测量。大学物理实验学习阶段,主要考虑等精度测量。

在不同的测量条件下对某一待测量所做的重复性测量,称为非等精度测量。非等精度测量获得的所有数据的可信赖程度是不同的,在数据处理过程中应按精度高低区别对待。

- 按照被观测对象在测量过程中所处的状态,可分为静态测量和动态测量。

如果待测量在测量过程中是固定不变的,这时所进行的测量称为静态测量。静态测量不需要考虑时间因素对测量结果的影响,应把被测量或误差作为随机变量进行处理。

如果待测量在测量过程中随时间不断变化,这时所进行的测量称为动态测量。动态测量需考虑时间因素对测量结果的影响,应把被测量或误差作为随机过程来进行处理。

1.2 误差

一、定义

任何物质都有自身的各种特性,反映这种特性的物理量所具有的客观真实数值称为真值。测量的目的就是力求得到真值,然而由于测量仪器的限制、测量方法的不完善、周围环境的变化、人的感官的缺陷等因素的影响,测量结果总是与真值之间有一定的差异。这种差异就是误差。

误差 δ 是指测量值 x 与被测量的真值 x_0 之差,用式子表示为

$$\delta = x - x_0 \quad (1-1-1)$$

误差可以设法减少,但是不能完全消除。它自始至终存在于一切科学实验的过程之中。

二、误差的分类

根据误差的性质,可将误差分为系统误差、随机误差和粗大误差三类。

1. 系统误差

在同一测量条件下,多次测量同一物理量时,误差的大小和符号保持恒定或随条件的改变而按某一确定规律变化的误差,称为系统误差。系统误差来源主要有:

(1) 仪器误差

这是由于仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用仪器造成的。如仪器零点不准,天平不等臂,在 20 °C 下标定的标准电阻在 30 °C 下使用等。

(2) 环境误差

由于各种环境因素,如温度、湿度、压力、震动、电磁场等,与要求的标准状态不一致而引起的测量装置和被测量本身的变化所造成的误差。

(3) 理论或方法误差

由于测量所依据的理论公式本身的近似性或测量方法不完善、不合理等原因引起的误差。例如:用单摆测量重力加速度时,公式 $g = 4\pi^2 L/T^2$ 的近似性;用伏安法测电阻时,忽略电表内阻的影响等。

(4) 人员误差

由于测量人员分辨力有限,感官的生理变化,反应速度及固有习惯等原因引起的误差。例如,测量滞后与超前,肉眼在刻度上估读时习惯地偏向一个方向等。

2. 随机误差

在同一测量条件下,多次测量同一物理量时,误差的绝对值时大时小,符号时正时负,以不可预知的方式变化,这种误差称为随机误差。随机误差是由测量过程中一些随机的或不确定的因素引起的。例如,人的感官灵敏度及仪器精度有限,实验环境(温度、湿度、气流等)变化,电源电压起伏,微小振动等都会导致随机误差。由于引起随机误差的因素复杂,又往往交叉在一起,不能分开,因此,随机误差是无法控制的,无法从实验中完全消除,一般通过多次测量来减小。

从一次测量来看,随机误差是随机的。但当测量次数足够多时,随机误差服从一定的统计规律,可按统计规律对误差进行估计。

3. 粗大误差

粗大误差又称疏失误差,它是由于工作人员疏失、仪器失灵等原因造成的超出规定条件下预期的误差。含有粗大误差的测量值明显偏离被测量的真值,在数据处理时,应首先检验,并将

含有粗大误差的数据剔除。

应当指出,系统误差是由测量过程中某一突出因素变化引起的,随机误差是由测量过程中多种因素微小变化综合引起的,两者不存在绝对的界限,变化的系统误差数值较小时与随机误差的界限不明显。随机误差和系统误差有时可以相互转化。

三、误差的表示形式

1. 绝对误差

用绝对大小给出的误差定义为绝对误差。用式子表示为

$$\text{误差}(\delta) = \text{测量值}(x) - \text{真值}(x_0)$$

绝对误差是带有单位的数,可正可负。它反映了测量值偏离真值的大小与方向。

2. 相对误差

绝对误差与被测量真值的比值称为相对误差。用式子表示为

$$E = \frac{\delta}{x_0} \quad (1-1-2)$$

由于一般情况下真值未知,通常用测量值(一次测量值或多次测量的平均值)代替真值。

相对误差通常用百分数表示,即 $E = \frac{\delta}{x_0} \times 100\%$,因此相对误差又称为百分误差。它可以反映测量的精度高低。

【例 1-1-1】 测量两个长度量,测量值分别为 $L_1 = 100.0 \text{ mm}$, $L_2 = 80.0 \text{ mm}$,其测量误差分别为 $\delta_1 = 0.8 \text{ mm}$, $\delta_2 = 0.7 \text{ mm}$ 。试比较两个测量结果精度的高低。

解: $E_1 = \frac{\delta_1}{L_1} \times 100\% = \frac{0.8}{100.0} \times 100\% = 0.80\%$

$$E_2 = \frac{\delta_2}{L_2} \times 100\% = \frac{0.7}{80.0} \times 100\% = 0.90\%$$

从绝对误差的角度看,第一个量测量值的误差大于第二个量;但从相对误差的角度来看,第一个量的测量精度却高于第二个量。

3. 引用误差

引用误差定义为绝对误差与测量范围上限(或量程)的比值,即

$$E = \frac{\delta}{x_{\max}} \times 100\% \quad (1-1-3)$$

其中, x_{\max} 表示测量范围上限(或量程)。引用误差通常用“%”表示,主要用于仪器误差的表示,实际是一种简化和使用方便的仪器仪表的相对误差。仪表量程或测量范围内各点的引用误差一般不相同,其中最大的引用误差称为引用误差限,去掉引用误差的正负号及“%”后,称为仪器的准确度等级。电工仪表的准确度等级分别规定为 0.05、0.1、0.2、0.3、0.5、1.0、1.5、2.0、2.5、3.0 和 5.0 这 11 级。

【例 1-1-2】 检定 2.5 级,上限为 100 V 的电压表,发现 50 V 分度点的示值误差为 2 V,并且比其他各点的误差大,试问该电表的最大引用误差为多少?该表是否合格?

解:由引用误差定义可知,该表的最大引用误差 $E = \frac{2 \text{ V}}{100 \text{ V}} \times 100\% = 2.0\%$ 。根据准确度等级的含义, $2.0\% < 2.5\%$,显然该电表合格。

1.3 精度

精度又称为精确度,用来描述测量结果与真值的接近程度。它是一个定性的概念,不能用

数值大小来表示,只能讲高低。主要分为:

一、精密度

精密度用来描述测量结果中随机误差的大小程度,即在一定条件下,进行多次重复测量时,各测量值之间的接近程度。精密度反映随机误差大小的程度。

二、正确度

正确度用来描述测量结果与真值的偏离程度,它反映系统误差的大小程度。

三、准确度(精确度)

准确度反映系统误差与随机误差综合大小程度。准确度高说明测量结果既精密又正确。

通过图 1-1-1 打靶弹着点的分布图,可以形象地说明上述三个概念。图(a)表示精密度高,正确度低;图(b)表示正确度高,精密度低;图(c)表示正确度与精密度都高,即准确度高,或精度高。

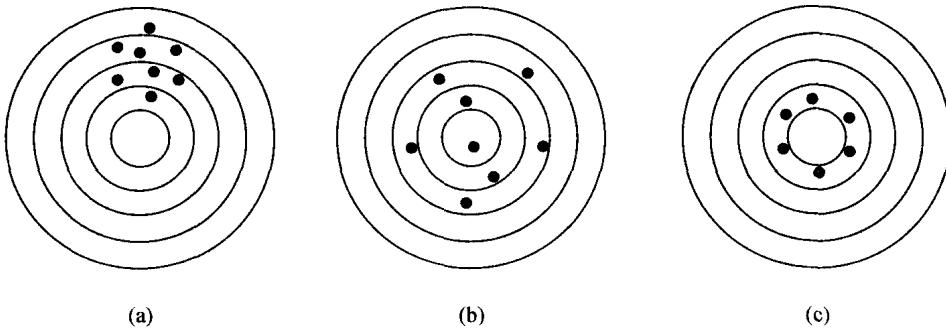


图 1-1-1 精度示意

1.4 测量不确定度

由于真值的未知性,使得测量误差的大小与正负难以确定。因此,在对测量结果的质量进行定量评定时,往往只是给出误差以一定概率出现的范围,而这个用来定量评定测量结果质量的参数,即为测量不确定度。

一、不确定度的定义

测量不确定度是对测量结果不确定范围的标度,也可以理解为测量误差可能出现的范围。

不确定度是与测量结果相联系的一种参数,是对测量结果可信赖程度的评定。不确定度是评价测量质量的一个重要的指标。不确定度大,可信赖程度低;不确定度小,可信赖程度高。

二、不确定度的相关表述

- (1) 测量不确定度可以用标准差表示,称为标准不确定度,用符号 u 表示。
- (2) 如果是几个不确定度的合成,称为合成标准不确定度,用符号 u_c 表示。
- (3) 测量不确定度有时也可以将合成标准不确定度乘以某一倍数,即置信(包含)因子 k ,这时称为扩展不确定度,用符号 U 表示:

$$U = k u_c \quad (1-1-4)$$

三、不确定度的表示形式

测量不确定度有绝对不确定度 u_c 和相对不确定度 E 两种表示形式。

四、测量结果的表示形式

完整的测量结果表达中,应包括测量不确定度。例如,某一被测量 x 最佳估计值为 \bar{x} ,测量

的标准不确定度为 u , 则结果表示为

$$x = \bar{x} \pm u \quad (1-1-5)$$

误差与不确定度是两个不同的概念, 不应混淆。误差是客观存在的测量结果与真值之差, 是一个确定的值。但由于真值往往无法知道, 因此误差一般不能准确得到。测量误差与不确定度的区别可归纳为以下几方面:

1. 测量不确定度是一个无正负的参数, 用标准差或标准差的倍数表示; 而测量误差则可正可负, 其值为测量结果减去被测量的真值。
2. 测量不确定度表示测量值的分散性。误差表示测量结果偏离真值的大小及方向。
3. 测量不确定度受人们对被测量、影响量及测量过程的认识程度影响; 而测量误差是客观存在的, 不因人的认识程度而改变。
4. 测量不确定度可由人们根据实验、资料、经验等信息进行评定, 可以定量确定。由于真值未知, 测量误差往往不能准确得到, 只有用约定真值代替真值时, 才可以得到误差的估计值。
5. 评定测量不确定度各分量时一般不必区分其性质, 需要区分时应表述为“由随机效应引入的不确定度分量”和“由系统效应引入的不确定度分量”; 而测量误差按性质不同可分为随机误差与系统误差两类。

五、测量不确定度的分类

测量不确定度的来源较多, 是由许多分量组成的。按评定方法, 一般可将其分为两大类:

1. A 类分量

用统计方法评定的不确定度称为不确定度 A 类分量, 用 u_A 表示。

2. B 类分量

用非统计方法评定的不确定度称为不确定度 B 类分量, 用 u_B 表示。

1.5 有效数字

一、定义

有效数字是指能正确表达某物理量数值和精度的一个近似数, 由准确数字和可疑数字组成。如图 1-1-2 所示, 用最小刻度为 1 mm 的米尺测量一物体的长度, 测得的结果可能为 2.55 cm、2.56 cm、2.57 cm 等。其中, 前两位数是根据米尺的刻度准确读出的, 不随观测者变化, 是可靠的, 称为准确数字; 最后一位数是在两个刻度之间估读出的, 随观测者个人情况可能略有不同, 是不准确的, 称为可疑数字。尽管可疑数字不准确, 但它能客观、合理地反映出该物体比 2.5 cm 长, 比 2.6 cm 短的事实, 是有效的。因此, 测量结果的有效数字是由若干位准确数字和一位可疑数字组成的。

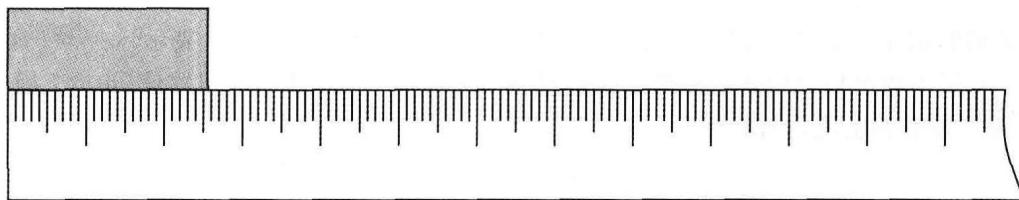


图 1-1-2 米尺测量物体的长度

学习有效数字应注意以下几个问题:

1. 有效数字与测量条件密切相关

测量结果的有效数字位数由测量条件和待测量的大小共同决定。对于大小已定的物理量，测量仪器的精度越高，有效数字位数越多，因此，有效数字可以在某种程度上反映出测量仪器的精度。例如，图 1-1-2 中物体的长度，用米尺测量是 3 位有效数字，而采用 1/50 游标卡尺测量，可得 4 位有效数字，用千分尺测量，可得 5 位有效数字。当测量条件一定时，待测量越大，有效数字位数越多。

2. 数字“0”在有效数字中的作用

“0”在数据中的位置不同，可能是有效数字，也可能不是有效数字。如：0.03020 m 这个数中共有 4 个“0”，其中数字“3”前面的两个“0”只用来表示小数点位置，不是有效数字，而其余两个“0”是有效数字，即数字中间和末尾的“0”是有效的。

既然数字末尾的“0”是有效数字，那么就不能在数字的末尾随意加 0 或去掉 0，否则物理意义将发生变化。在物理上， $0.0302 \text{ m} \neq 0.03020 \text{ m}$ ，因为 0.03020 m 中的“2”是准确测量出来的，是可靠的，而 0.0302 m 中的“2”则是可疑数字，是不准确的。

由于数字“3”前面的两个“0”只用来表示小数点位置，不是有效数字，那么数字 0.03020 m、3.020 cm、30.20 mm 的有效数字都是 4 位。因此，在十进制单位进行换算时，有效数字的位数不应发生变化。如 3.5 A 的电流值，若用 mA 表示，不能写成 3500 mA，而应采用科学记数法，写成 $3.5 \times 10^3 \text{ mA}$ 。

3. 有效数字的舍入(修约)规则

用“4 舍 6 入 5 凑偶”的方法舍取尾数，此方法是：4 以下“舍”，6 以上“入”，5 是否“入”，要看其前一位是否为奇数：若前一位为奇数，则 5 进位，把前一位凑成偶数，即“5 凑偶”；若前一位为偶数，则 5 舍去，不凑偶。

【例 1-1-3】 按照上述舍入规则，将下面各个数据保留四位有效数字。

解：

原有数据	舍入后数据
3.17152	3.172
5.10150	5.102
5.10250	5.102
4.376501	4.376
4.376499	4.376
2.71729	2.717

二、有效数字的确定

1. 直接测量有效数字的确定

直接测量有效数字的确定，实际上就是如何读数的问题。

(1) 有指针或刻度的仪器：最小刻度以下再估读一位。如毫米刻度尺测量数据，有效数字要估读到 0.1 mm 位。注意：读取的数据数值恰好为整数时，需在后面补“0”。例如，若图 1-1-2 物体的末端恰好与刻度 25 mm 对齐，则测量结果应记为 2.50 cm，而不能写为 2.5 cm。

(2) 数字显示仪表：显示值均为有效数字，不再估读。

2. 间接测量有效数字的确定

间接测量量有效数字的确定，应遵循由不确定度来确定测量量的有效数字的原则，即间接测量量有效数字的末位与不确定度的末位对齐。例如，为得到某一长方形面积 S，直接测量其

长度和宽度后,经计算得到 $S = 3.84525 \text{ cm}^2$,绝对不确定度 $u_s = 0.02 \text{ cm}^2$,则面积 S 的正确结果 $S = (3.84 \pm 0.02) \text{ cm}^2$ 。但在中间运算过程中,由于参与运算的量可能很多,有效数字的位数可能不一致,使得数据计算显得繁琐和复杂。

为了简化运算过程,同时又不会造成过大的计算误差,一般可采用以下规则进行运算:

(1) 加减法运算

加减运算应以参与运算各数据中末位数数量级最大的数据为准,其余各数据在中间计算过程中向后可多取一位,最后结果与末位数数量级最大的那一位对齐。例如:

$$71.3 - 0.753 + 6.262 + 271 = 71.3 - 0.8 + 6.3 + 271 = 347.8 = 348$$

(2) 乘除法运算

乘除法运算以参与运算各数据中有效数位数最少的为准,其余数字在中间运算过程中可多取一位有效数字,最后结果的有效数字与有效数位数最少的那个数相同。例如:

$$39.5 \times 4.08437 \times 0.0013 = 39.5 \times 4.08 \times 0.0013 = 0.21$$

(3) 乘方和开方运算

规则与乘除法运算规则相同,即结果的有效数字与被乘方、开方数的有效数据位数相同。例如, $1.40^2 = 1.96$, $\sqrt{200} = 14.1$; 而 $25^2 \neq 625$, 应用科学计数法表示为 62×10^1 。

(4) 对数运算

自然对数的有效数位数与真数有效位数相同,而以 10 为底的对数,其尾数(小数点后的数字)的有效数位数与真数的有效数位数相同。例如:

$$\ln 5.374 = 1.682, \lg 21.308 = 1.32854$$

(5) 指数运算

对于 e^x ,其有效数位数用如下方法决定:把 e^x 的结果用科学计数法表达,小数点前保留一位,小数点后保留的位数与指数 x 在小数点后面的位数相同。如:

$$e^{8.134} = 3.408 \times 10^3 \text{ (四位有效数字)}$$

$$e^{0.00081} = 1.00081 \text{ (六位有效数字)}$$

$$e^{75} = 4 \times 10^{32} \text{ (一位有效数字)}$$

对于 10^x ,其有效数位数取法与 e^x 相同,或少取一位(一般当 10^x 的结果第一位数大于 5 时少取一位)。例如:

$$10^{8.134} = 1.361 \times 10^8$$

$$10^{0.8134} = 6.507 \text{ (少取了一位有效数字,因 } 6 > 5\text{)}$$

(6) 三角函数运算

三角函数运算,其有效数位数取法是:通过改变 x 末位数的一个单位,观察函数值的变化,以决定原来函数值有效数字的位数。如计算 $\sin 30^\circ 17'$ 时,先计算 $\sin 30^\circ 16'$ 与 $\sin 30^\circ 18'$,由于两者在 0.0001 位数值出现不同,则 $\sin 30^\circ 17'$ 计算结果的有效数字就取到该位。

$$\sin 30^\circ 18' = 0.50453$$

$$\sin 30^\circ 16' = 0.50408$$

则

$$\sin 30^\circ 17' = 0.5043$$

应当说明的是,在函数运算中有效数字的位数取法没有简单的规律可循,作上述粗略规定,是为了使我们实验中的计算简化。严格说来,对数、三角函数以及其他函数运算的有效数字应按间接测量误差传递公式进行计算后决定,即测量值运算结果的最后一位与不确定度所在位对齐。

(7) 常数(如 π 、 e)、系数、指数等有效数字位数可认为是无限的,例如,球体的面积 $S = 4\pi R^2$,式中“4”是系数, π 是常量。计算时一般取比运算各数中有效数字位数最多的还多一位。

上述所述有效数字的运算规则,只是一个基本原则。实际问题中,为了防止取舍所造成的误差过大,常常在运算过程中多取 1 位,特别是随着计算机和计算器的普及,这种处理不会带来太多的麻烦,只是在最后结果根据不确定度所在位进行截断。

三、不确定度有效数字的确定

一般情况下绝对不确定度只取 1 位有效数字,对重要的、比较精密的测量或其他特殊情況,可取 2 位或 2 位以上有效数字,相对不确定度可取 1 ~ 2 位。如无特殊说明,在实验数据处理中,绝对不确定度取 1 位有效数字,相对不确定度取 2 位有效数字。

不确定度有效数字的取舍,应遵循“只进不舍”的原则,如经计算得到绝对不确定度 $u = 0.22 \text{ cm}$,根据“只进不舍”的原则,绝对不确定度最终应写为 $u = 0.3 \text{ cm}$ 。

第二节 误差的处理

2.1 随机误差的处理

一、随机误差的分布及其数字特征

1. 正态分布及特点

尽管单次测量时随机误差的大小与正负是不确定的,但对多次测量来说服从一定的统计规律。随机误差的统计分布规律有很多,正态分布是最常见的分布之一。

服从正态分布的随机误差的概率密度函数:

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad \text{或} \quad f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (1-2-1)$$

式中, x 为测量值; x_0 为真值; δ 为误差; f 表示在 δ (或 x) 附近单位区间内, 被测量误差(或测量值)出现的概率。分布曲线如图 1-2-1 所示。

由图可以看出,正态分布的随机误差具有以下特点:

(1) 单峰性: 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的机会多;

(2) 对称性(抵偿性): 大小相同、符号相反的误差出现的机会相同;

(3) 有界性: 实际测量中,超过一定限度(如 $\pm 3\sigma$)的绝对值的误差一般不会出现。

2. 方差与标准差

方差与标准差是定量描述统计规律分布的重要参数。

根据(1-2-1)式,满足正态分布的随机变量 δ 或 x ,方差 D 及标准差 σ 为

$$D(\delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta^2 f(\delta) d\delta = \sigma^2 \quad \text{或} \quad D(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - x_0)^2 f(x) dx = \sigma^2 \quad (1-2-2)$$

$$\sigma = \sqrt{D(\delta)} \quad (1-2-3)$$

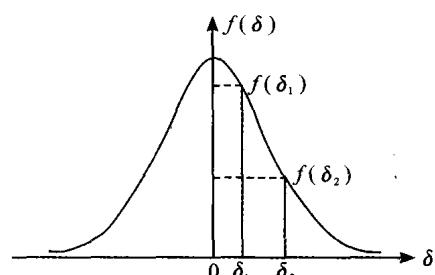


图 1-2-1 正态分布