应用数学

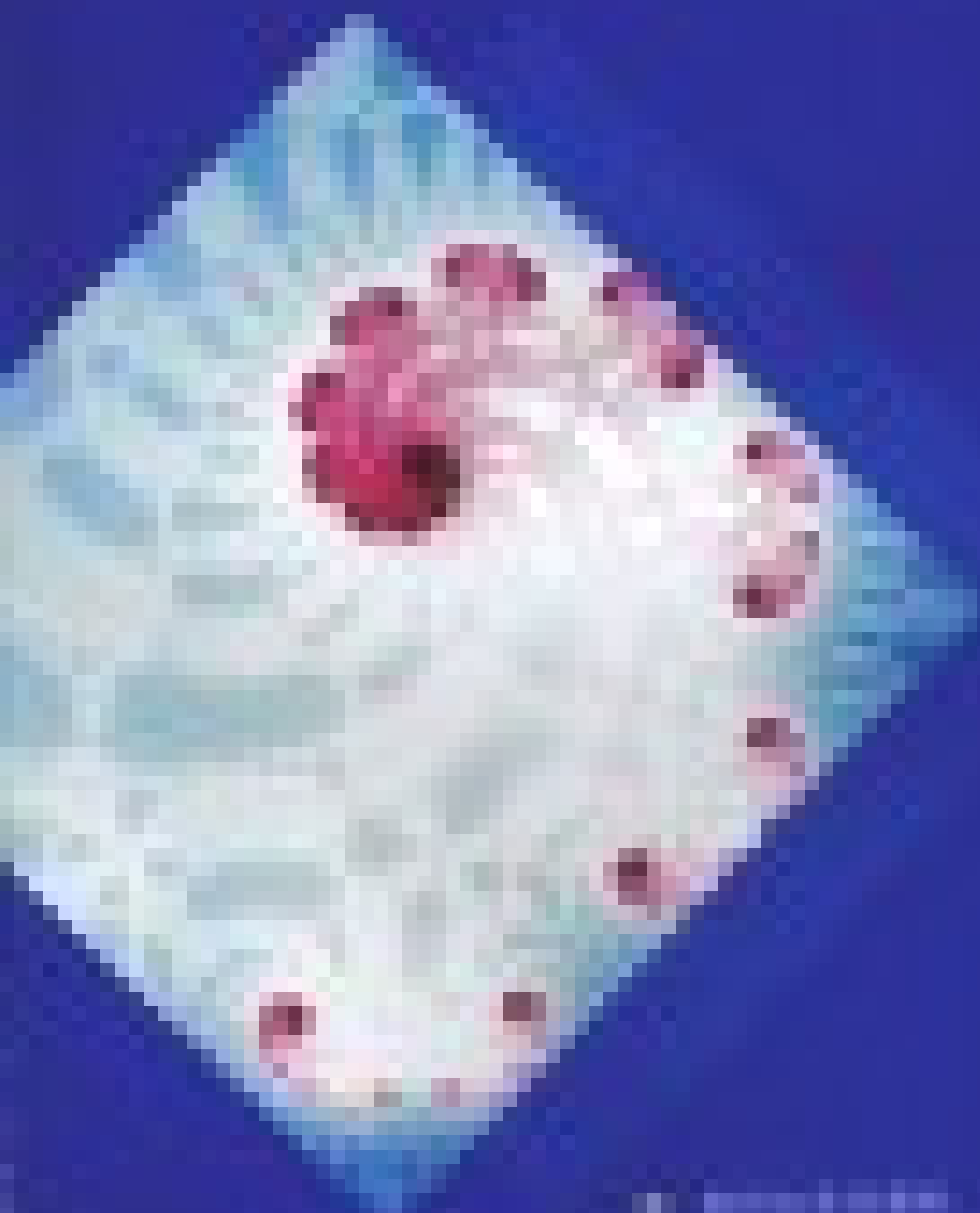
上

主编 毛珍玲 屈寅春
主审 顾惠明

苏州大学出版社

医用数学

上



应用数学(上)

主　编　毛珍玲　屈寅春
主　审　顾惠明

苏州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

应用数学. 上/毛珍玲,屈寅春主编. —苏州:
苏州大学出版社,2010. 8
ISBN 978-7-81137-527-5

Ⅰ. ①应… Ⅱ. ①毛…②屈… Ⅲ. ①应用数学—高
等学校: 技术学校—教材 Ⅳ. ①O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 163178 号

应用数学(上)
毛珍玲　屈寅春　主编
责任编辑　征　慧

苏州大学出版社出版发行
(地址: 苏州市十梓街 1 号　邮编: 215006)
宜兴市盛世文化印刷有限公司印装
(地址: 宜兴市万石镇南漕河滨路 58 号　邮编: 214217)

开本 787mm×1 092mm　1/16　印张 13.25　字数 330 千
2010 年 8 月第 1 版　2010 年 8 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-81137-527-5　定价: 26.50 元

苏州大学版图书若有印装错误,本社负责调换
苏州大学出版社营销部　电话: 0512-65225020
苏州大学出版社网址　http://www.sudapress.com

前言

本套教材是在“系统改革高职课程体系”的大背景下，应高职教育基础课的改革要求而编写的．在编写中努力体现以下特点：

（1）按照“进一步优化课程体系、降低理论要求、扩大知识容量、增加工程氛围、加强实际应用”的原则，结合各专业需求选取教学内容，尽可能地让数学基础知识与工程实际应用相结合，使数学教学与数学软件、数学建模有机地结合起来．

（2）编写过程中，注重理论联系实际，由浅入深、由易到难，注意培养学生的数学素质和应用意识，激发学生的学习兴趣．

（3）通过数学建模的教学，更好地培养学生的创新意识和应用数学知识、数学方法解决实际问题的能力．

本套教材分上、下两册，本书为上册．本书由无锡职业技术学院毛珍玲、屈寅春主编，顾惠明主审．其中，第一章由毛珍玲编写，第二、三章由屈寅春编写，第四、五章由朱永强编写，第六章由黄飞编写，第七章由傅小波编写．

由于时间仓促，编者水平有限，书中错误不当之处在所难免，恳请读者批评指正．

编　者

2010 年 3 月

目　　录

第一章　函数、极限与连续

在自然界和工程技术中，存在着各种各样不停变化且又相互依赖、相互联系着的量. 函数是变量的变化关系最基本的数学描述，极限揭示了函数的变化趋势. 微积分就是以函数为研究对象，以极限为研究手段，研究变量的最基础的数学理论和数学方法. 因此，函数与极限作为最基本的概念，是学习微积分学的重要基础. 本章将在复习并进一步加深理解函数概念的基础上，引入函数极限的概念，建立函数极限的运算法则，并讨论函数连续的有关内容.

§1-1　函　　数

一、函数的概念

1. 函数的定义

在某一变化过程中始终保持不变、取固定数值的量称为常量，如圆周率 π、物体的重力加速度 g 等；在某一变化过程中可以取不同数值的量称为变量，如自然界中的温度、运动物体经过的路程等. 函数是变量的变化关系最基本的数学描述.

函数的定义： 设 D 是一个实数集，如果对于 D 中的每一个数 x，变量 y 按照某种对应法则 f，总有确定的数值与之对应，那么 y 就称为定义在数集 D 上的 x 的**函数**，记作 $y=f(x)$，x 称为**自变量**，数集 D 称为函数的**定义域**.

当 x 取定数值 x_0 时，与 x_0 对应的 y 的值称为函数在点 x_0 处的**函数值**，记作 $f(x_0)$. 当 x 取遍 D 中的所有值时，对应的函数值全体组成的集合称为函数的**值域**.

如果对于 D 中的每一个 x，都只有唯一的 y 与它对应，那么这种函数称为**单值函数**，否则称为**多值函数**. 以下如不特别说明，研究的都是单值函数.

函数的形式多种多样，除常见的幂函数、指数函数等外，数列可认为是一类特殊函数，它是以正整数为自变量的函数值的排列. 下面看几个函数的例子.

例 1　函数 $f(x)=|x-1|-1$，$x\in\{-1,0,1,2,3,4\}$，值域为 $\{-1,0,1,2\}$，其图形如图 1-1 所示，是一些离散点.

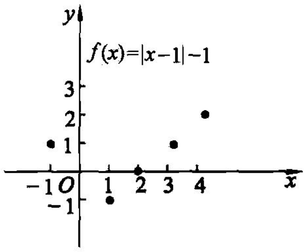


图 1-1

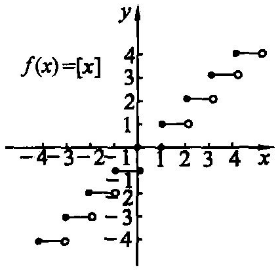


图 1-2

例 2 函数 $f(x)=[x]$ 称为**取整函数**,其图形如图 1-2 所示,称为**阶梯曲线**. 如某厂每 5 分钟生产一台机器,则在 t 分钟内生产出的机器数为 $f(t)=\left[\frac{t}{5}\right]$,就是一个关于时间 t 的取整函数.

例 3 函数

$$y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1, & 当\ x>0,\\ 0, & 当\ x=0,\\ -1, & 当\ x<0\end{cases}$$

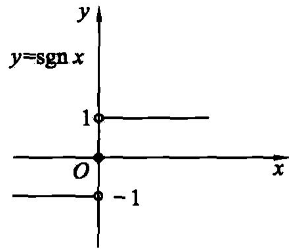


图 1-3

称为**符号函数**,它的定义域是$(-\infty,+\infty)$,值域是$\{-1,0,1\}$,图形如图 1-3 所示. 它在$(-\infty,+\infty)$的不同区间段上,函数值的取值方式不同. 这种在定义域内不同区间上用不同的解析式表示的函数,称为**分段函数**.

例 4 已知 $f(x)=x^2-1,g(x)=\begin{cases}x-1, & x>0,\\ 2-x, & x<0,\end{cases}$ 求 $f[g(x)]$.

解 当 $x>0$ 时,$g(x)=x-1,f[g(x)]=(x-1)^2-1=x^2-2x$;

当 $x<0$ 时,$g(x)=2-x,f[g(x)]=(2-x)^2-1=x^2-4x+3$.

所以,$f[g(x)]=\begin{cases}x^2-2x, & x>0,\\ x^2-4x+3, & x<0.\end{cases}$

2. *函数的二要素*

函数的定义域 D 与对应法则 f 唯一确定一个函数,因而定义域与对应法则称为函数的二要素. 如果函数的两个要素相同,那么它们就是相同的函数,否则,就是不同的函数.

例 5 求下列函数的定义域:

(1) $y=\sqrt{x+5}-\dfrac{1}{x^2-1}$;

(2) $y=\ln(1-x)+\arcsin\dfrac{x}{2}$.

解 (1) 要使 $\sqrt{x+5}$ 有意义,必须 $x\geqslant-5$;要使 $\dfrac{1}{x^2-1}$ 有意义,必须 $x^2-1\neq0$,即 $x\neq\pm1$. 所以函数 $y=\sqrt{x+5}-\dfrac{1}{x^2-1}$ 的定义域为 $\left[-5,-1\right)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$.

(2) 要使 $\ln(1-x)$ 有意义,必须 $x\leqslant1$;要使 $\arcsin\dfrac{x}{2}$ 有意义,必须 $\left|\dfrac{x}{2}\right|\leqslant1$,即 $-2\leqslant x\leqslant2$.

所以函数 $y=\ln(1-x)+\arcsin\frac{x}{2}$ 的定义域为 $[-2,1]$.

二、函数的几种特性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D.

1. 奇偶性

设 D 关于原点对称,若对于任意 $x\in D$,都有 $f(-x)=-f(x)$,则称 $f(x)$ 为**奇函数**;若 $f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$ 为**偶函数**. 显然,奇函数的图形关于原点对称,偶函数的图形关于 y 轴对称. 如 $y=x^3$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是奇函数,$y=x^4+3x^2$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是偶函数,$y=\sin x+1$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是非奇非偶函数.

2. 单调性

设区间 $I\in D$,若对于 I 内的任意两点 x_1,x_2,当 $x_1<x_2$ 时,有 $f(x_1)<f(x_2)$,则称 $f(x)$ 在区间 I 上**单调增加**,区间 I 称为**单调增加区间**;当 $x_1<x_2$ 时,有 $f(x_1)>f(x_2)$,则称 $f(x)$ 在区间 I 上**单调减少**,区间 I 称为**单调减少区间**. 单调增加区间或单调减少区间统称为**单调区间**. 如 $y=x^2$ 在 $(-\infty,0]$ 内是单调减少的,在 $[0,+\infty)$ 内是单调增加的,但 $y=x^2$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内不是单调函数.

3. 周期性

若存在一个常数 $T\neq0$,使得对于任意的 $x\in D$ 有 $(x\pm T)\in D$,且

$$f(x+T)=f(x)$$

成立,则称函数 $f(x)$ 为**周期函数**,常数 T 称为函数 $f(x)$ 的**周期**. 周期函数的周期通常是指它的最小正周期. 如 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 是以 $\frac{2\pi}{\omega}$ 为周期的周期函数.

4. 有界性

若存在一个正数 M,使得对于 D 上的任意 x,都有

$$|f(x)|\leqslant M$$

成立,则称函数 $f(x)$ 在 D 上有界,也称 $f(x)$ 是 D 上的有界函数,否则称函数 $f(x)$ 在 D 上无界. 如 $f(x)=\sin x$ 在其定义域内是有界函数.

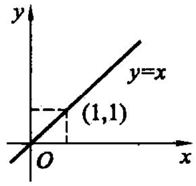
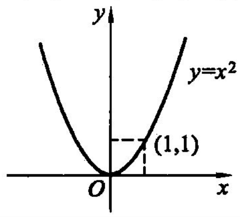
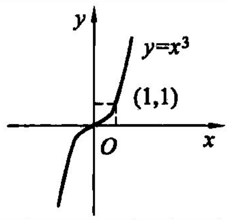
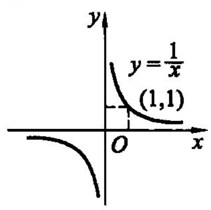
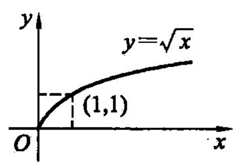
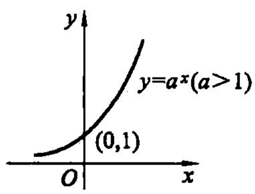
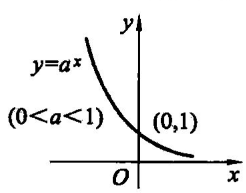
注意 函数的有界性与自变量的变化范围有关,如 $f(x)=\frac{1}{x}$ 在区间 $(0,1)$ 上是无界的,但在区间 $[1,+\infty)$ 上却是有界的.

三、初等函数

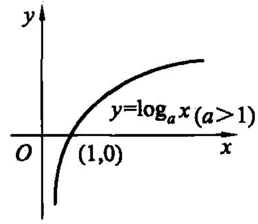
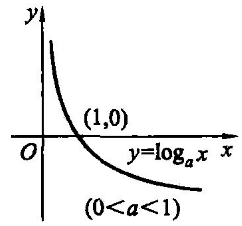
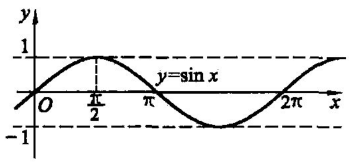
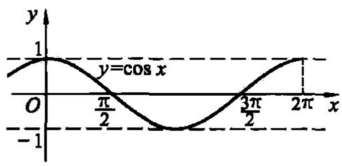
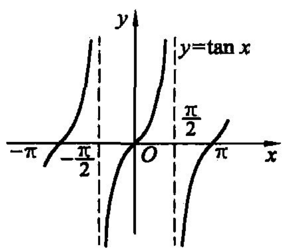
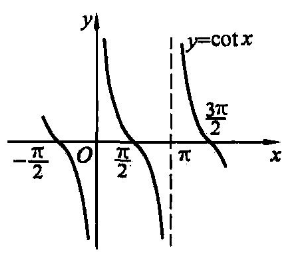
1. 基本初等函数

我们把学过的幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为**基本初等函数**. 为便于应用,现将常用的基本初等函数的定义域、值域、图形、特性列表如下(表 1-1).

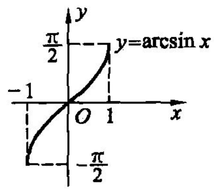
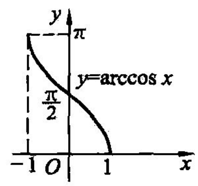
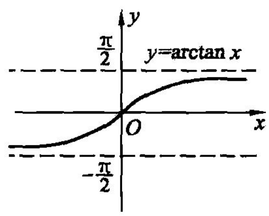
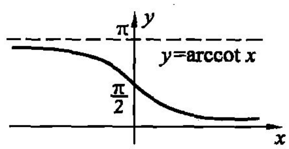
表 1-1

	函数	定义域与值域	图 形	特 性
幂函数	$y=x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数 单调增加
	$y=x^2$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		偶函数 在$(-\infty,0)$内单调减少 在$(0,+\infty)$内单调增加
	$y=x^3$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数 单调增加
	$y=x^{-1}$	$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$		奇函数 在$(-\infty,0)$内单调减少 在$(0,+\infty)$内单调减少
	$y=x^{\frac{1}{2}}$	$x\in[0,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		单调增加
指数函数	$y=a^x$ $(a>1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调增加
	$y=a^x$ $(0<a<1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调减少

续表

	函数	定义域与值域	图　形	特　性
对数函数	$y=\log_a x$ $(a>1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		单调增加
	$y=\log_a x$ $(0<a<1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		单调减少
三角函数	$y=\sin x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		奇函数，周期 2π，有界，在 $\left(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加，在 $\left(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)$ 内单调减少，其中 $k\in\mathbf{Z}$
	$y=\cos x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		偶函数，周期为 2π，有界，在 $(2k\pi,2k\pi+\pi)$ 内单调减少，在 $(2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi)$ 内单调增加，其中 $k\in\mathbf{Z}$
	$y=\tan x$	$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，周期为 π，在 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加，其中 $k\in\mathbf{Z}$
	$y=\cot x$	$x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，周期为 π，在 $(k\pi,k\pi+\pi)$ 内单调减少，其中 $k\in\mathbf{Z}$

续表

	函数	定义域与值域	图 形	特 性
反三角函数	$y=\arcsin x$	$x\in[-1,1]$ $y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$		奇函数,单调增加,有界
	$y=\arccos x$	$x\in[-1,1]$ $y\in[0, \pi]$		单调减少,有界
	$y=\arctan x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$		奇函数,单调增加,有界
	$y=\operatorname{arccot} x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0, \pi)$		单调减少,有界

2. 复合函数

在实际应用中,我们常见的函数并非就是基本初等函数本身,或由它们通过四则运算所得到的. 如自由落体的动能 E 是速度 v 的函数 $E=\frac{1}{2}mv^2$,而速度 v 又是时间 t 的函数 $v=gt$. 因而,动能 E 通过速度 v 的关系,构成关于 t 的函数关系式为 $E=\frac{1}{2}m(gt)^2$. 类似地,由三角函数 $y=\sin u$ 与幂函数 $u=x^2$ 可构成函数 $y=\sin x^2$. 对于这样的函数,给出如下定义:

定义 1 如果 y 是 u 的函数 $y=f(u)$,而 u 又是 x 的函数 $u=\varphi(x)$,且 $u=\varphi(x)$的值域包含在函数 $y=f(u)$的定义域内,那么 y(通过 u 的关系)也是 x 的函数,我们称这样的函数为 $y=f(u)$与 $u=\varphi(x)$复合而成的函数,简称**复合函数**,记作

$$y=f[\varphi(x)],$$

其中 u 称为中间变量.

复合函数的概念可以推广到多个中间变量的情形.

注意　正确分析复合函数的构成,是正确掌握求导法则的关键.要会对复合函数进行分解,直至基本初等函数与常数的和、差、积、商.

例 6　求由下列所给函数构成的复合函数:

(1) $y=u^3,u=\sin x$;　　　(2) $y=\ln u,u=(x+1)^2$.

解　(1) 将 $u=\sin x$ 代入 $y=u^3$ 中,即得所求复合函数为 $y=\sin^3 x$.

(2) 将 $u=(x+1)^2$ 代入 $y=\ln u$ 中,即得所求复合函数为 $y=\ln(x+1)^2$.

例 7　指出下列函数的复合过程:

(1) $y=\sqrt{x^3-2x^2+5}$;　　　(2) $y=\arcsin(\ln x)$;

(3) $y=e^{\sqrt{1+x^2}}$;　　　(4) $y=(\arctan\sqrt{x})^2$.

解　(1) $y=\sqrt{x^3-2x^2+5}$ 由 $y=\sqrt{u}$ 与 $u=x^3-2x^2+5$ 复合而成.

(2) $y=\arcsin(\ln x)$ 由 $y=\arcsin u$ 与 $u=\ln x$ 复合而成.

(3) $y=e^{\sqrt{1+x^2}}$ 由 $y=e^u,u=\sqrt{v}$ 与 $v=1+x^2$ 复合而成.

(4) $y=(\arctan\sqrt{x})^2$ 由 $y=u^2,u=\arctan v$ 与 $v=\sqrt{x}$ 复合而成.

注意　并非任意两个函数都能构成复合函数.例如,$y=\arcsin u$ 与 $u=x^2+2$ 便不能复合成一个函数,因为 u 的值域为 $[2,+\infty)$,不包含在 $y=\arcsin u$ 的定义域 $[-1,1]$ 内,因而不能复合.

3. 初等函数

由基本初等函数和常数经过有限次的四则运算和有限次复合步骤所构成的,并能用一个解析式表示的函数,叫做**初等函数**.

例如,$y=\ln(x^2+\sin x)$,$y=\dfrac{\arccos\dfrac{1}{x}}{2x^2+1}$,$y=e^{\cos^2 x}\tan x$ 等都是初等函数.

四、建立函数关系举例

在实际中,许多变量之间的关系都可用函数关系来刻画.因而,运用数学工具来解决这些问题的关键,首先就是要使这些问题数学化,建立适当的数学模型,确定变量间的函数关系.一般地,建立函数关系的步骤如下:

第一步　分析出问题中的常量与变量,分别用字母表示;

第二步　根据所给条件,运用数学、物理等相关知识,确定等量关系;

第三步　写出函数解析式,指明定义域.

例 8　如图 1-4 所示,用一块边长为 a 的正方形铁皮,在其四角各截去一个边长为 x 的小正方形,然后把四边折起来做成一个无盖的容器,求容器的容积与 x 之间的函数关系.

解　设容器的容积为 V,由于铁皮四角各截去了一个边长为 x 的小正方形,所以容器底面的边长为 $a-2x$,高为 x,于是容器的容积为

$$V=(a-2x)^2\cdot x=x(a-2x)^2.$$

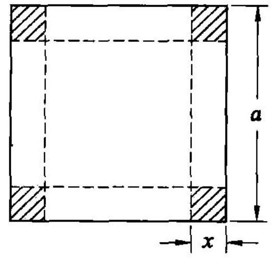


图 1-4

由于截去的小正方形的边长必须满足 $0<x<\frac{a}{2}$，所以函数的定义域为 $\left(0,\frac{a}{2}\right)$.

例 9 如图 1-5 所示，重力为 P 的物体置于地平面上，设有一与水平方向成 α 角的拉力 F，使物体由静止开始移动，求物体开始移动时拉力 F 与角 α 之间的函数关系.

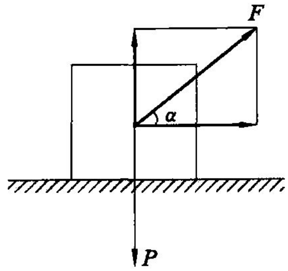


图 1-5

解 由物理知识可知，当水平拉力与摩擦力平衡时，物体开始移动，而摩擦力是与正压力 $P-F\sin\alpha$ 成正比的，设摩擦系数为 μ，则有

$$F\cos\alpha=\mu(P-F\sin\alpha),$$

即

$$F=\frac{\mu P}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}.$$

显然这里 $0\leqslant\alpha<\frac{\pi}{2}$，所以该函数的定义域为 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$.

例 10 测量弓形零件 $FAPBG$ 的直径时，可以用如图1-6 所示的仪器，仪器的两尖点 A，B 间的距离为 100mm，高度 x 可从千分表中读出，根据 x 的读数就可算出直径 D 的大小，试写出 D 与 x 之间的函数关系式.

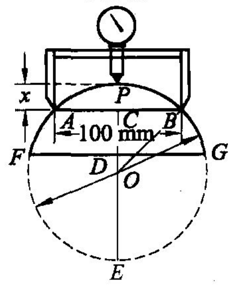


图 1-6

解 设圆心为 O，由 $PC=x$，得 $OC=\frac{D}{2}-x$.

在直角三角形 BOC 中，$BO^2=BC^2+OC^2$，即

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2=50^2+\left(\frac{D}{2}-x\right)^2,$$

于是

$$D=\frac{2500}{x}+x, x\in(0,+\infty).$$

例 11 已知一个单三角脉冲电压，其波形如图 1-7 所示，试建立电压 U(V)与时间 t(μs)之间的函数关系.

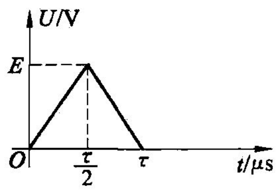


图 1-7

解 由图 1-7 可见，U 随时间 t 变化的规律在不同的时间段内是各不相同的，所以下面分段进行讨论.

当 $0\leqslant t<\frac{\tau}{2}$ 时，函数的图形是连结原点(0,0)与点 $\left(\frac{\tau}{2}, E\right)$ 的直线段，其方程为

$$U=\frac{E}{\frac{\tau}{2}}t,$$

即

$$U=\frac{2E}{\tau}t.$$

当 $\frac{\tau}{2}\leqslant t<\tau$ 时，函数的图形是连结点 $\left(\frac{\tau}{2}, E\right)$ 与点 $(\tau, 0)$ 的直线段，其方程为

$$U-0=\frac{E-0}{\frac{\tau}{2}-\tau}(t-\tau),$$

即
$$U=-\frac{2E}{\tau}(t-\tau).$$

当 $t\geqslant\tau$ 时，函数的图形是点 $(\tau,0)$ 以右的 x 轴，其方程为
$$U=0.$$

归纳以上三种情况，可得电压 U 与时间 t 之间的分段函数关系如下：
$$U=\begin{cases}\frac{2E}{\tau}t, & 0\leqslant t<\frac{\tau}{2},\\ -\frac{2E}{\tau}(t-\tau), & \frac{\tau}{2}\leqslant t<\tau,\\ 0, & t\geqslant\tau.\end{cases}$$

例 12　某工厂今年一、二、三月份的产品销量分别为 1 万件、1.2 万件和 1.3 万件，呈上升趋势. 为了估测以后每个月的销量，拟选用二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 或指数函数 $y=a\cdot b^x+c$ $(a,b,c$ 皆为常数)加以模拟. 后来四月份的销量是 1.37 万件，那么根据一、二、三月份销量确定所选定的两个模拟函数哪一个更好？

解　假设选用二次函数，设 $f(x)=ax^2+bx+c$（x 是月份，$f(x)$ 是销量函数），则
$$\begin{cases}f(1)=a+b+c=1,\\ f(2)=4a+2b+c=1.2,\\ f(3)=9a+3b+c=1.3.\end{cases}$$

解得　$a=-0.05,\ b=0.35,\ c=0.7.$

于是　$f(x)=-0.05x^2+0.35x+0.7.$

假设选用指数函数设 $g(x)=a\cdot b^x+c$（意义同上），则
$$\begin{cases}g(1)=ab+c=1,\\ g(2)=ab^2+c=1.2,\\ g(3)=ab^3+c=1.3.\end{cases}$$

解得　$a=-\frac{4}{5},\ b=\frac{1}{2},\ c=\frac{7}{5}.$

于是　$g(x)=-\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x+\frac{7}{5}.$

将四月份的销量分别代入两个函数进行计算，则 $f(4)=1.3$，$g(4)=1.35$. 可见 $g(4)$ 与 1.37 更接近，故宜用 $g(x)$. 同时 $g(x)$ 是增函数，而 $f(x)$ 是先增后减，如果从销量呈上升趋势来看，用 $g(x)$ 也更为合适，所以采用 $g(x)=a\cdot b^x+c$ 为模拟函数更好.

练习 1-1

1. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\sqrt{2x^2-8}$；　　(2) $y=\frac{5x}{x^2+x-6}$；

(3) $y=\ln(3x-5)$；　　(4) $y=\arcsin 2x$.

2. 填空：

(1) 判断单调性，$y=\frac{1}{x}$ 在区间 $(-1,0)$ 内单调________，$y=\arctan x$ 在区间

$(-\infty,+\infty)$内单调__________；

(2) 判断奇偶性，$y=2x^3+3x$ 是__________函数，$y=\dfrac{1}{x^4-3x^2}$是__________函数，$y=x^2\cos x$ 是__________函数，$y=\ln(x+\sqrt{x^2-1})$是__________函数；

(3) 判断有界性，$y=\sin x+\cos x$ 在区间$(-\infty,+\infty)$内__________，$y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$在区间$(-\infty,+\infty)$内__________.

3. 将下列各题中的 y 表示为 x 的函数：

(1) $y=\ln u$，$u=x+\sin x$； (2) $y=u^2$，$u=x^3-2x+1$；

(3) $y=e^u$，$u=\arctan v$，$v=\dfrac{x}{2}$.

4. 指出下列函数的复合过程：

(1) $y=\sqrt{x^3-1}$； (2) $y=\sin^2 x$；

(3) $y=\sin x^3$； (4) $y=\ln(\cos 2x)$.

习 题 1-1

1. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\dfrac{x^2-1}{x^2-4x-5}$； (2) $y=\dfrac{1}{\sqrt{1-|x|}}$；

(3) $y=\lg\dfrac{1}{1-x}+\sqrt{x+2}$； (4) $y=\arcsin\sqrt{\dfrac{x-2}{3}}$.

2. 已知 $y=f(x)$的定义域是$[0,1]$，求下列函数的定义域：

(1) $f(x^2)$； (2) $f(x+a)$.

3. 作出函数 $y=\dfrac{x^2-4}{x-2}$的图形，并求函数的定义域.

4. 作出函数

$$y=\begin{cases} x-1, & x<0, \\ 0, & x=0, \\ x+1, & x>0 \end{cases}$$

的图形，并求 $f(-1)$，$f(0)$.

5. 设 $f(x)=x^3-1$，求 $\dfrac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$.

6. 指出下列函数的复合过程：

(1) $y=2^{3x-1}$； (2) $y=\ln\sqrt{1-x^2}$；

(3) $y=\cos^2(3x-1)$； (4) $y=\tan(1+4x^2)^3$.

7. 如图 1-8 所示，将直径为 d 的圆木料锯成截面为矩形的木材，列出矩形截面的两条边长之间的函数关系式.

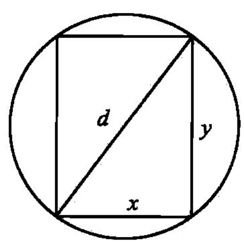


图 1-8