

# 2011 高考总复习

2011Gaokaozongfuxi

## 3年高考命题

## 2年模拟训练

## 1年冲刺母题

本册主编 胡永兵 胡洪波  
黄健来 胡 勇

# 成功高考

文数



- ★ 3年高考+2年模拟+1年冲刺，助考生轻松迎接高考。
- ★ 精设“一年冲刺母题”栏目，所谓“千题万题源于母题，母题衍生万千考题”，升华高考总复习思路；强调母题举一反三，狠抓临门一脚，以不变应万变。
- ★ 优化归纳近三年高考命题和近两年模拟训练题。



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

3年高考命题

2年模拟训练

1年冲刺母题

# 成功高考

文数

丛书主编 华小明 陈晓红 黄余平（按姓氏笔画排序）

丛书副主编 熊福生 胡永兵 何汉卿 胡洪波 付文峰 邹 敏

本册主编 胡永兵 胡洪波 黄健来 胡 勇

编 者 胡永兵 胡洪波 黄健来 胡 勇 熊志远 张小保 彭晨艳 刘金华

丁 娟 傅小军 郭 娟 程牡荣 周淑霞 刘告根 容升军 吴金波

谢荣春 张明明 钟 敏 吴小平 高宜宏 李 蕊 王英杰 饶晓青

刘 芬 罗燕红 郑永盛 邓军保 钟洪亮 宁红华 江新材 周宽瑞

周学胜 张勇昌 胡忠发 吴国江 万和平 赵万龙 余雪明

本书归纳总结了近三年高考命题和近两年模拟试题,同时,本书精设“一年冲刺母题”栏目,“千题万题源于母题,母题衍生万千考题”,强调母题冲刺的精准度及其举一反三,以不变应万变,狠抓临门一脚,为近年来高考复习之精粹思路。本书能够较好地体现近年来的高考趋势,目标非常明确,别具特色,能够极大地方便学生们学习和老师教学,成为读者们得心应手的教辅工具。

#### 图书在版编目 (CIP) 数据

321 成功高考·文数 / 胡永兵等主编. —2 版. —北京: 机械工业出版社,  
2010.5

ISBN 978-7-111-30449-4

I. ①3… II. ①胡… III. ①数学课·高中·升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 068329 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑: 石晓芬 贾 雪

责任印制: 杨 曦

北京京丰印刷厂印刷

2010 年 5 月第 2 版第 1 次印刷

210mm×297mm · 24 印张 · 1200 千字

标准书号: ISBN 978-7-111-30449-4

定价: 49.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心: (010) 88361066

门户网: <http://www.cmpbook.com>

销售一部: (010) 68326294

教材网: <http://www.cmpedu.com>

销售二部: (010) 88379649

封面无防伪标均为盗版

读者服务部: (010) 68993821

# 丛 书 目 序



高考试题汇编或高考试题加高考模拟试题汇编在图书市场上已有不少,但本套书的立意是全新的:它不但内容鲜活、形式新颖、定位高档、品位高雅,同时更着重于适用、好用,让老师用起来得心应手,学生用起来收益良多。为此,我们在编写过程中力争做到以下几点:

## 一、精心策划

高考复习最忌讳的是:会做的题不断重复,不会做的题总是不会。为了使学生避免做大量的重复无用的题目,本丛书在选题上是精益求精的,题源来自凝结了众多命题专家的心血和智慧的高考试题、名校的模拟试题和冲刺母题。本丛书特别精设“一年冲刺母题”栏目,强调母题冲刺的精准度及其举一反三,以不变应万变,狠抓临门一脚,为近年来高考复习之精粹思路。所谓“千题万题源于母题,母题衍生万千考题”,我们的宗旨是:让学生通过做少量的题,掌握一个个典型的题解。

## 二、适用好用

对于高考题及浩如烟海的模拟试题,我们只选择极具针对性的题目,既针对基本知识、基本技能、基本方法的掌握,也针对能力的提高。本丛书的编排体系是:理科与课时紧密联系,按课时编选题目;文科与单元搭配。

## 三、分类科学

高考的结果不但决定谁上大学,而且还决定谁上一流大学、谁上一般大学。因此题目必须有梯度,考分必须拉开档次。那么拉开分数档次的决定因素是什么?实践表明,中档题得分高低是最为关键的,于是,我们除按最新的《考试说明》中规定的考试内容及先后顺序重新分类编排外,还对同一内容的试题作了整体的考试,包括前后顺序、难易程度,使得整本书的题目保持基础题、中档题、难题的比例与高考命题相当。

总而言之,希望我们的努力会换来你们的成功!愿本书能帮助千千万万的莘莘学子考入自己理想的大学!

1001	函数与方程	必修一	1.1
1002	数列	必修一	1.2
1003	等差数列	必修一	1.3
1004	等比数列	必修一	1.4
1005	数列求和	必修一	1.5
1006	数列综合问题	必修一	1.6
1007	数列的应用	必修一	1.7
1008	数列的综合应用	必修一	1.8
1009	数列的综合应用	必修一	1.9
1010	数列的综合应用	必修一	1.10
1011	数列的综合应用	必修一	1.11
1012	数列的综合应用	必修一	1.12
1013	数列的综合应用	必修一	1.13
1014	数列的综合应用	必修一	1.14
1015	数列的综合应用	必修一	1.15
1016	数列的综合应用	必修一	1.16
1017	数列的综合应用	必修一	1.17
1018	数列的综合应用	必修一	1.18
1019	数列的综合应用	必修一	1.19
1020	数列的综合应用	必修一	1.20
1021	数列的综合应用	必修一	1.21
1022	数列的综合应用	必修一	1.22
1023	数列的综合应用	必修一	1.23
1024	数列的综合应用	必修一	1.24
1025	数列的综合应用	必修一	1.25
1026	数列的综合应用	必修一	1.26
1027	数列的综合应用	必修一	1.27
1028	数列的综合应用	必修一	1.28
1029	数列的综合应用	必修一	1.29
1030	数列的综合应用	必修一	1.30
1031	数列的综合应用	必修一	1.31
1032	数列的综合应用	必修一	1.32
1033	数列的综合应用	必修一	1.33
1034	数列的综合应用	必修一	1.34
1035	数列的综合应用	必修一	1.35
1036	数列的综合应用	必修一	1.36
1037	数列的综合应用	必修一	1.37
1038	数列的综合应用	必修一	1.38
1039	数列的综合应用	必修一	1.39
1040	数列的综合应用	必修一	1.40
1041	数列的综合应用	必修一	1.41
1042	数列的综合应用	必修一	1.42
1043	数列的综合应用	必修一	1.43
1044	数列的综合应用	必修一	1.44
1045	数列的综合应用	必修一	1.45
1046	数列的综合应用	必修一	1.46
1047	数列的综合应用	必修一	1.47
1048	数列的综合应用	必修一	1.48
1049	数列的综合应用	必修一	1.49
1050	数列的综合应用	必修一	1.50
1051	数列的综合应用	必修一	1.51
1052	数列的综合应用	必修一	1.52
1053	数列的综合应用	必修一	1.53
1054	数列的综合应用	必修一	1.54
1055	数列的综合应用	必修一	1.55
1056	数列的综合应用	必修一	1.56
1057	数列的综合应用	必修一	1.57
1058	数列的综合应用	必修一	1.58
1059	数列的综合应用	必修一	1.59
1060	数列的综合应用	必修一	1.60
1061	数列的综合应用	必修一	1.61
1062	数列的综合应用	必修一	1.62
1063	数列的综合应用	必修一	1.63
1064	数列的综合应用	必修一	1.64
1065	数列的综合应用	必修一	1.65
1066	数列的综合应用	必修一	1.66
1067	数列的综合应用	必修一	1.67
1068	数列的综合应用	必修一	1.68
1069	数列的综合应用	必修一	1.69
1070	数列的综合应用	必修一	1.70
1071	数列的综合应用	必修一	1.71
1072	数列的综合应用	必修一	1.72
1073	数列的综合应用	必修一	1.73
1074	数列的综合应用	必修一	1.74
1075	数列的综合应用	必修一	1.75
1076	数列的综合应用	必修一	1.76
1077	数列的综合应用	必修一	1.77
1078	数列的综合应用	必修一	1.78
1079	数列的综合应用	必修一	1.79
1080	数列的综合应用	必修一	1.80
1081	数列的综合应用	必修一	1.81
1082	数列的综合应用	必修一	1.82
1083	数列的综合应用	必修一	1.83
1084	数列的综合应用	必修一	1.84
1085	数列的综合应用	必修一	1.85
1086	数列的综合应用	必修一	1.86
1087	数列的综合应用	必修一	1.87
1088	数列的综合应用	必修一	1.88
1089	数列的综合应用	必修一	1.89
1090	数列的综合应用	必修一	1.90
1091	数列的综合应用	必修一	1.91
1092	数列的综合应用	必修一	1.92
1093	数列的综合应用	必修一	1.93
1094	数列的综合应用	必修一	1.94
1095	数列的综合应用	必修一	1.95
1096	数列的综合应用	必修一	1.96
1097	数列的综合应用	必修一	1.97
1098	数列的综合应用	必修一	1.98
1099	数列的综合应用	必修一	1.99
1100	数列的综合应用	必修一	1.100
1101	数列的综合应用	必修一	1.101
1102	数列的综合应用	必修一	1.102
1103	数列的综合应用	必修一	1.103
1104	数列的综合应用	必修一	1.104
1105	数列的综合应用	必修一	1.105
1106	数列的综合应用	必修一	1.106
1107	数列的综合应用	必修一	1.107
1108	数列的综合应用	必修一	1.108
1109	数列的综合应用	必修一	1.109
1110	数列的综合应用	必修一	1.110
1111	数列的综合应用	必修一	1.111
1112	数列的综合应用	必修一	1.112
1113	数列的综合应用	必修一	1.113
1114	数列的综合应用	必修一	1.114
1115	数列的综合应用	必修一	1.115
1116	数列的综合应用	必修一	1.116
1117	数列的综合应用	必修一	1.117
1118	数列的综合应用	必修一	1.118
1119	数列的综合应用	必修一	1.119
1120	数列的综合应用	必修一	1.120
1121	数列的综合应用	必修一	1.121
1122	数列的综合应用	必修一	1.122
1123	数列的综合应用	必修一	1.123
1124	数列的综合应用	必修一	1.124
1125	数列的综合应用	必修一	1.125
1126	数列的综合应用	必修一	1.126
1127	数列的综合应用	必修一	1.127
1128	数列的综合应用	必修一	1.128
1129	数列的综合应用	必修一	1.129
1130	数列的综合应用	必修一	1.130
1131	数列的综合应用	必修一	1.131
1132	数列的综合应用	必修一	1.132
1133	数列的综合应用	必修一	1.133
1134	数列的综合应用	必修一	1.134
1135	数列的综合应用	必修一	1.135
1136	数列的综合应用	必修一	1.136
1137	数列的综合应用	必修一	1.137
1138	数列的综合应用	必修一	1.138
1139	数列的综合应用	必修一	1.139
1140	数列的综合应用	必修一	1.140
1141	数列的综合应用	必修一	1.141
1142	数列的综合应用	必修一	1.142
1143	数列的综合应用	必修一	1.143
1144	数列的综合应用	必修一	1.144
1145	数列的综合应用	必修一	1.145
1146	数列的综合应用	必修一	1.146
1147	数列的综合应用	必修一	1.147
1148	数列的综合应用	必修一	1.148
1149	数列的综合应用	必修一	1.149
1150	数列的综合应用	必修一	1.150
1151	数列的综合应用	必修一	1.151
1152	数列的综合应用	必修一	1.152
1153	数列的综合应用	必修一	1.153
1154	数列的综合应用	必修一	1.154
1155	数列的综合应用	必修一	1.155
1156	数列的综合应用	必修一	1.156
1157	数列的综合应用	必修一	1.157
1158	数列的综合应用	必修一	1.158
1159	数列的综合应用	必修一	1.159
1160	数列的综合应用	必修一	1.160
1161	数列的综合应用	必修一	1.161
1162	数列的综合应用	必修一	1.162
1163	数列的综合应用	必修一	1.163
1164	数列的综合应用	必修一	1.164
1165	数列的综合应用	必修一	1.165
1166	数列的综合应用	必修一	1.166
1167	数列的综合应用	必修一	1.167
1168	数列的综合应用	必修一	1.168
1169	数列的综合应用	必修一	1.169
1170	数列的综合应用	必修一	1.170
1171	数列的综合应用	必修一	1.171
1172	数列的综合应用	必修一	1.172
1173	数列的综合应用	必修一	1.173
1174	数列的综合应用	必修一	1.174
1175	数列的综合应用	必修一	1.175
1176	数列的综合应用	必修一	1.176
1177	数列的综合应用	必修一	1.177
1178	数列的综合应用	必修一	1.178
1179	数列的综合应用	必修一	1.179
1180	数列的综合应用	必修一	1.180
1181	数列的综合应用	必修一	1.181
1182	数列的综合应用	必修一	1.182
1183	数列的综合应用	必修一	1.183
1184	数列的综合应用	必修一	1.184
1185	数列的综合应用	必修一	1.185
1186	数列的综合应用	必修一	1.186
1187	数列的综合应用	必修一	1.187
1188	数列的综合应用	必修一	1.188
1189	数列的综合应用	必修一	1.189
1190	数列的综合应用	必修一	1.190
1191	数列的综合应用	必修一	1.191
1192	数列的综合应用	必修一	1.192
1193	数列的综合应用	必修一	1.193
1194	数列的综合应用	必修一	1.194
1195	数列的综合应用	必修一	1.195
1196	数列的综合应用	必修一	1.196
1197	数列的综合应用	必修一	1.197
1198	数列的综合应用	必修一	1.198
1199	数列的综合应用	必修一	1.199
1200	数列的综合应用	必修一	1.200
1201	数列的综合应用	必修一	1.201
1202	数列的综合应用	必修一	1.202
1203	数列的综合应用	必修一	1.203
1204	数列的综合应用	必修一	1.204
1205	数列的综合应用	必修一	1.205
1206	数列的综合应用	必修一	1.206
1207	数列的综合应用	必修一	1.207
1208	数列的综合应用	必修一	1.208
1209	数列的综合应用	必修一	1.209
1210	数列的综合应用	必修一	1.210
1211	数列的综合应用	必修一	1.211
1212	数列的综合应用	必修一	1.212
1213	数列的综合应用	必修一	1.213
1214	数列的综合应用	必修一	1.214
1215	数列的综合应用	必修一	1.215
1216	数列的综合应用	必修一	1.216
1217	数列的综合应用	必修一	1.217
1218	数列的综合应用	必修一	1.218
1219	数列的综合应用	必修一	1.219
1220	数列的综合应用	必修一	1.220
1221	数列的综合应用	必修一	1.221
1222	数列的综合应用	必修一	1.222
1223	数列的综合应用	必修一	1.223
1224	数列的综合应用	必修一	1.224
1225	数列的综合应用	必修一	1.225
1226	数列的综合应用	必修一	1.226
1227	数列的综合应用	必修一	1.227
1228	数列的综合应用	必修一	1.228
1229	数列的综合应用	必修一	1.229
1230	数列的综合应用	必修一	1.230
1231	数列的综合应用	必修一	1.231
1232	数列的综合应用	必修一	1.232
1233	数列的综合应用	必修一	1.233
1234	数列的综合应用	必修一	1.234
1235	数列的综合应用	必修一	1.235
1236	数列的综合应用	必修一	1.236
1237	数列的综合应用	必修一	1.237
1238	数列的综合应用	必修一	1.238
1239	数列的综合应用	必修一	1.239
1240	数列的综合应用	必修一	1.240
1241	数列的综合应用	必修一	1.241
1242	数列的综合应用	必修一	1.242
1243	数列的综合应用	必修一	1.243
1244	数列的综合应用	必修一	1.244
1245	数列的综合应用	必修一	1.245
1246	数列的综合应用	必修一	1.246
1247	数列的综合应用	必修一	1.247
1248	数列的综合应用	必修一	1.248
1249	数列的综合应用	必修一	1.249
1250	数列的综合应用	必修一	1.250
1251	数列的综合应用	必修一	1.251
1252	数列的综合应用	必修一	1.252
1253	数列的综合应用	必修一	1.253
1254	数列的综合应用	必修一	1.254
1255	数列的综合应用	必修一	1.255
1256	数列的综合应用	必修一	1.256
1257	数列的综合应用	必修一	1.257



## 目 录

丛书序	
<b>第一模块 集合与简易逻辑</b>	1
1.1 集合	1
1.2 命题与量词, 基本逻辑联结词	5
1.3 充分条件、必要条件与命题的四种形式	10
1.4 一元二次不等式及其解法	12
<b>第二模块 函数</b>	17
2.1 函数及其表示	17
2.2 函数的定义域与值域	21
2.3 函数的单调性	24
2.4 函数的奇偶性和周期性	28
2.5 二次函数	32
2.6 幂函数	37
2.7 指数与指数函数	41
2.8 对数与对数函数	45
2.9 函数的图像	49
2.10 函数的应用	55
2.11 函数与方程	59
<b>第三模块 数列</b>	63
3.1 数列的概念	63
3.2 等差数列	67
3.3 等比数列	72
3.4 数列求和、递推数列	78
3.5 数列的综合应用	83
<b>第四模块 不等式</b>	89
4.1 不等关系与不等式	89
4.2 基本不等式	93
4.3 二元一次不等式(组)与简单线性规划	97
<b>第五模块 三角函数</b>	102
5.1 任意角的概念与弧度制、任意角的三角函数	102
5.2 同角三角函数的基本关系及诱导公式	105
5.3 三角函数的图像和性质	109
5.4 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像	115
5.5 两角和与两角差公式	121
5.6 倍角和半角公式	126
<b>第六模块 平面向量</b>	131
6.1 平面向量的概念及运算	131
6.2 平面向量的基本定理及坐标运算	134
6.3 平面向量的数量积	138
6.4 平面向量的应用	142
6.5 正弦定理和余弦定理	146
<b>第七模块 立体几何</b>	152
7.1 简单几何体和三视图	152
7.2 平面的基本性质及两直线的位置关系	166
7.3 空间中的平行关系	160
7.4 空间中的垂直关系	164
7.5 空间几何体的表面积及体积	168
<b>第八模块 圆锥曲线</b>	173
8.1 基本公式、直线的斜率与直线方程	173
8.2 两条直线的位置关系、点到直线的距离	176
8.3 圆的方程	179
8.4 直线与圆、圆与圆的位置关系	182
8.5 椭圆	186
8.6 双曲线	191
8.7 抛物线	196
8.8 直线与圆锥曲线	200
8.9 曲线与方程	206
<b>第九模块 概率与统计</b>	211
9.1 随机事件的概率、古典概率、几何概率	211
9.2 互斥事件有一个发生的概率、条件概率	215
9.3 随机抽样	220
9.4 用样本估计总体	226
9.5 变量的相关性、回归分析、独立性检验	230
<b>第十模块 导数及其应用</b>	237
10.1 导数及其运算	237
10.2 导数的应用	242
<b>第十一模块 推理证明与算法初步</b>	249
11.1 合情推理与演绎推理	249
11.2 直接证明与间接证明	253
11.3 算法与程序框图	257
11.4 基本算法语句与算法案例	262
<b>第十二模块 复数</b>	266
答案全解全析	271



# 第一模块 集合与简易逻辑



## 1.1 集合

### 考纲解读导航

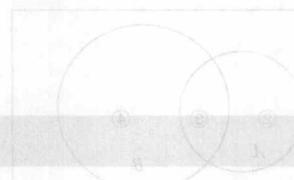
#### 考试内容

集合、子集、补集、交集、并集、空集、全集的概念；属于、包含、相等关系；集合及运算符号

#### 能力要求

理解集合及相关概念，掌握集合的运算，会用数轴和韦恩

图表示集合的交、并、补运算和集合与集合的关系，掌握集合的表示方法，能够判断出集合的元素属性和元素特征（即集合的元素是什么，集合的元素需要满足什么性质），会用集合来分类讨论，通过补集思想从对立面分析问题和解决问题，能够准确地应用集合及其符号表示数学概念和命题。



### 知识结构梳理

#### 夯实基础

##### 1. 元素与集合

(1) 集合中元素的三个特征：\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_。

(2) 集合中元素与集合的关系

文字语言	符号语言
属于	_____
不属于	_____

(3) 常见集合的符号表示

数集	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集	复数集
符号	_____	_____	_____	_____	_____	_____

(4) 集合的表示法：\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_。

在集合的描述法中特别关注代表元素的形式。

如： $\{x \mid y=x^2\}$ ， $\{y \mid y=x^2\}$ ， $\{(x, y) \mid y=x^2\}$ 均表示不同的集合。

##### 2. 集合的基本关系

表示 关系	文字语言	符号语言
相等	集合A与集合B中的所有元素都相同	$A \subseteq B, \quad \Leftrightarrow A=B$

子集	集合A中任意一个元素都是集合B中的元素	_____或_____
真子集	集合A中任意一个元素均为集合B中的元素，且集合B中至少有一个元素不是集合A中的元素	_____或_____
空集	空集是任何集合的子集，是任何_____的真子集	$\emptyset \subset A, \emptyset \subset B (A, B \neq \emptyset)$

##### 3. 集合的基本运算

	集合的并集	集合的交集	集合的补集
符号表示	_____	_____	若全集为U，则集合A的补集为_____
图形表示			
意义	$\{x \mid \text{_____}\}$	$\{x \mid \text{_____}\}$	$\{x \mid \text{_____}\}$

##### 4. 集合的运算性质

###### (1) 交集

性质： $A \cap A = \text{_____}$ ； $A \cap B = \text{_____}$ （交换律）；  
 $A \cap \emptyset = \text{_____}$ ； $A \cap B = \text{_____}$ ； $A \cap B = \text{_____}$ 。

数学家名言(一)

数学是一种精神，一种理性的精神。正是这种精神，激发、促进、鼓舞并驱使人类的思维得以运用到最完善的程度。亦正是这种精神，试图决定性地影响人类的物质、道德和社会生活；试图回答有关人类自身存在提出的问题；努力去理解和控制自然；尽力去探求和确立已经获得知识的最深刻的和最完美的内涵。——克莱因《西方文化中的数学》



$B$ ; 若  $A \subseteq B$ , 则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(2) 并集

$A \cup A = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$  (交换律);

$A \cup \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $A = \underline{\hspace{2cm}} (A \cup B)$ ;

$B = \underline{\hspace{2cm}} (A \cup B)$ ; 若  $A \subseteq B$ , 则  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(3) 补集

$A \cup (\complement_U A) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $A \cap (\complement_U A) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

$\complement_U (\complement_U A) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $\complement_U \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

$\complement_U U = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(4) 反演律(摩根法则)

$\complement_U (A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $\complement_U (A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(5) 分配律、结合律

$A \cup (B \cup C) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $A \cap (B \cap C) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

$A \cap (B \cup C) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $A \cup (B \cap C) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(6) 对于集合中元素个数的计算问题, 可参照图 1-1-1, 其中  $U$  为全集

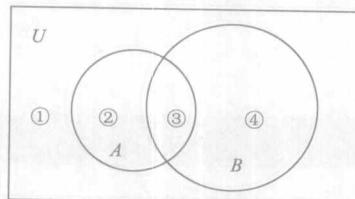


图 1-1-1

区域 ①、②、③、④ 分别表示  $\underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\underline{\hspace{2cm}}$ .

#### 自我反馈

1. (1) 确定性 互异性 无序性

(2)  $\in$   $\notin$

(3)  $N$   $N^*$   $Z$   $Q$   $R$   $C$

(4) 列举法 描述法

2. 且  $B \subseteq A$   $A \subseteq B$  若  $x \in A \Rightarrow x \in B$   $A \subset B$

$\forall x \in A \Rightarrow x \in B$  且  $\exists x \in A \Rightarrow x \notin B$

非空集合

3.  $A \cup B$   $A \cap B$   $\complement_U A$

$x \in A$  或  $x \in B$   $x \in A$  且  $x \in B$

$x \in U$  且  $x \notin A$

4. (1)  $A \cap B \cap \emptyset = \underline{\hspace{2cm}} \subseteq A$

(2)  $A \cup B \cup A = \underline{\hspace{2cm}} \subseteq B$

(3)  $U \setminus \emptyset = A \cup U \setminus \emptyset$

(4)  $\complement_U A \cup \complement_U B = \complement_U A \cap \complement_U B$

(5)  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$   $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

$(A \cup B) \cap (A \cap C)$

(6)  $\complement_U (A \cup B) = (\complement_U B) \cap A$   $A \cap B = (\complement_U A) \cap B$

## 三年高考真题

### 一、填空题

1. (2009·安徽) 若集合  $A = \{x \mid |2x-1| < 3\}$ ,  $B = \{x \mid \frac{2x+1}{3-x} < 0\}$ , 则  $A \cap B$  是 ( )

A.  $\{x \mid -1 < x < -\frac{1}{2}$  或  $2 < x < 3\}$

B.  $\{x \mid 2 < x < 3\}$

C.  $\{x \mid -\frac{1}{2} < x < 2\}$

D.  $\{x \mid -1 < x < -\frac{1}{2}\}$

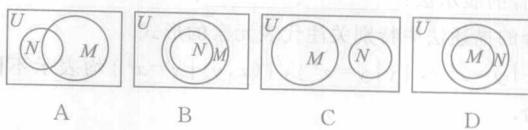
2. (2009·江西) 已知全集  $U = A \cup B$  中有  $m$  个元素,  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$  中有  $n$  个元素, 若  $A \cap B$  非空, 则  $A \cap B$  的元素个数为 ( )

A.  $mn$  B.  $m+n$  C.  $n-m$  D.  $m-n$

3. (2009·山东) 集合  $A = \{0, 2, a\}$ ,  $B = \{1, a^2\}$ . 若  $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 16\}$ , 则  $a$  的值为 ( )

A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

4. (2009·广东) 已知全集  $U = \mathbb{R}$ , 则正确表示集合  $M = \{-1, 0, 1\}$  和  $N = \{x \mid x^2 + x = 0\}$  关系的韦恩(Venn)图是 ( )



5. (2009·全国Ⅰ) 设集合  $A = \{4, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{3, 4, 7, 8, 9\}$ ,

全集  $U = A \cup B$ , 则集合  $\complement_U (A \cap B)$  中的元素具有 ( )

A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

6. (2008·江西) 定义集合运算:  $A * B = \{z \mid z = xy, x \in A, y \in$

### 数学家名言(二)

问题是数学的心脏.

只要一门科学分支能提出大量的问题, 它就充满着生命力, 而问题缺乏则预示着独立发展的终止或衰亡.

数学中的一些美丽定理具有这样的特性: 它们极易从事实中归纳出来, 但证明却隐藏得极深.

哲学家也要学数学, 因为他必须跳出浩如烟海的万变现象而抓住真正的实质……又因为这是使灵魂过渡到真理和永存的捷径.

P. R. Halmos

Hilbert

高斯

柏拉图

智  
趣  
素  
材



B}. 设  $A=\{1, 2\}$ ,  $B=\{0, 2\}$ , 则集合  $A * B$  的所有元素之和为 ( )

A. 0      B. 2      C. 3      D. 6

7. (2008·湖北) 若非空集合  $A, B, C$  满足  $A \cup B = C$ , 且  $B$  不是  $A$  的子集, 则 ( )

- A. “ $x \in C$ ”是“ $x \in A$ ”的充分不必要条件
- B. “ $x \in C$ ”是“ $x \in A$ ”的必要不充分条件
- C. “ $x \in C$ ”是“ $x \in A$ ”的充要条件
- D. “ $x \in C$ ”既不是“ $x \in A$ ”的充分条件, 也不是“ $x \in A$ ”的必要条件

8. (2008·天津) 设集合  $S=\{x \mid |x-2|>3\}$ ,  $T=\{x \mid a < x < a+8\}$ ,  $S \cup T = \mathbb{R}$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $-3 < a < -1$
- B.  $-3 \leq a \leq -1$
- C.  $a \leq -3$  或  $a \geq -1$
- D.  $a < -3$  或  $a > -1$

9. (2008·安徽) 集合  $A=\{y \in \mathbb{R} \mid y=\lg x, x>1\}$ ,  $B=\{-2, -1, 1, 2\}$ , 则下列结论中正确的是 ( )

- A.  $A \cap B=\{-2, -1\}$
- B.  $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cup B=(-\infty, 0)$
- C.  $A \cap B=(0, +\infty)$
- D.  $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B=\{-2, -1\}$

10. (2007·江西) 若集合  $M=\{0, 1, 2\}$ ,  $N=\{(x, y) \mid x-2y+1 \geq 0$  且  $x-2y-1 \leq 0, x, y \in M\}$ , 则  $N$  中元素的个数为 ( )

- A. 9 个
- B. 6 个
- C. 4 个
- D. 2 个

11. (2007·湖北) 设  $P$  和  $Q$  是两个集合, 定义集合  $P-Q=\{x \mid x \in P, \text{ 且 } x \notin Q\}$ , 如果  $P=\{x \mid \log_2 x < 1\}$ ,  $Q=\{x \mid |x-2| < 1\}$ , 那么  $P-Q$  等于 ( )

- A.  $\{x \mid 0 < x < 1\}$
- B.  $\{x \mid 0 < x \leq 1\}$
- C.  $\{x \mid 1 \leq x < 2\}$
- D.  $\{x \mid 2 \leq x < 3\}$

12. (2007·福建) 已知集合  $A=\{x \mid x < a\}$ ,  $B=\{x \mid 1 < x < 2\}$ , 且  $A \cup (\complement_{\mathbb{R}} B)=\mathbb{R}$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $a \leq 1$       B.  $a < 1$       C.  $a \geq 2$       D.  $a > 2$

## 二、填空题

1. (2009·天津) 设全集  $U=A \cup B=\{x \in \mathbb{N}^* \mid \lg x < 1\}$ . 若  $A \cap (\complement_U B)=\{m \mid m=2n+1, n=0, 1, 2, 3, 4\}$ , 则集合  $B=\underline{\hspace{2cm}}$ .

2. (2009·北京) 设  $A$  是整数集的一个非空子集, 对于  $k \in A$ , 如果  $k-1 \notin A$ , 且  $k+1 \notin A$ , 那么称  $k$  是  $A$  的一个“孤立元”. 给定  $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , 由  $S$  的 3 个元素构成的所有集合中, 不含“孤立元”的集合共  $\underline{\hspace{2cm}}$  个.

3. (2009·湖南) 某班共 30 人, 其中 15 人喜爱篮球运动, 10 人喜爱乒乓球运动, 8 人对这两项运动都不喜爱, 则喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

4. (2008·福建) 设  $P$  是一个数集, 且至少含有两个数, 若对任意  $a, b \in P$ , 都有  $a+b, a-b, ab, \frac{a}{b} \in P$  (除数  $b \neq 0$ ), 则称  $P$  是一个数域. 例如有理数集  $\mathbb{Q}$  是数域, 有下列命题: ①数域必含有 0, 1 两个数; ②整数集是数域; ③若有理数集  $\mathbb{Q} \subseteq M$ , 则数集  $M$  必为数域; ④数域必为无限集. 其中正确的命题的序号是  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (把你认为正确的命题序号都填上)

## 三、解答题

(2007·北京) 记关于  $x$  的不等式  $\frac{x-a}{x+1} < 0$  的解集为  $P$ , 不等式  $|x-1| \leq 1$  的解集为  $Q$ .

- (1) 若  $a=3$ , 求  $P$ ;
- (2) 若  $Q \subseteq P$ , 求正数  $a$  的取值范围.

## 规律方法总结



### 命题探究

从近三年全国高考试题来看:

1. 在考查内容上, 高考命题仍以考查概念与计算为主.
2. 题型主要是选择题、填空题, 以解答题形式出现的题基

本没有.

3. 从考核的背景上看, 多与不等式、不等关系联系, 并时有创新题出现.

4. 在能力要求上, 注重基本知识和基本技能的考查, 要求具备数形结合的思想意识, 会借助 Venn 图、数轴等工具解决集合

### 数学家名言(三)

拿破仑说:“一个国家只有数学蓬勃地发展, 才能展现它国力的强大. 数学的发展和至善与国家繁荣昌盛密切相关”.

爱因斯坦说:“数学之所以比一切其他科学受到尊重, 一个理由是因为他的命题是绝对可靠和无可争辩的, 而其他的科学经常处于被新发现的事实推翻的危险……数学之所以有高声誉, 另一个理由就是数学使得自然科学实现定理化, 给予自然科学某种程度的可靠性.”

智趣素材

运算问题.如2009辽宁,1;2009广东,1;2008上海,15等.

## 复习攻略

### 一、学法指导

1. 集合是中学数学最基本的概念之一,基础问题往往体现集合的概念、运算、语言及简单的运用,而集合经常作为工具广泛应用于函数、方程、不等式、三角及曲线、轨迹等知识中,在高考中占有重要地位,逻辑思维能力是一种重要的思维能力,要注意逻辑思维能力在其他数学知识点中的渗透.

2. 遇到集合问题首先要弄清这个集合的元素是什么(即代表元是什么),集合中的元素要满足什么条件.如 $\{x \mid y = f(x)\}$ , $\{y \mid y = f(x)\}$ , $\{(x, y) \mid y = f(x)\}$ , $\{x \mid f(x) > 0\}$ 等分别表示什么集合.

### 二、解题指导

#### 1. 注意 $0, \{0\}, \emptyset, \{\emptyset\}$ 的关系

数 $0$ 不是集合, $\{0\}$ 是含有一个元素 $0$ 的集合, $\emptyset$ 是不含任何元素的集合, $\{\emptyset\}$ 是指以 $\emptyset$ 为元素的集合.

### 2. 注意数集与点集的区别

以数或点为元素的集合分别叫做数集或点集,要防止出现以下偏差:

(1)书写上的错误,误把点集 $\{(2, 3)\}$ 写成 $\{2, 3\}$ 或 $\{x=2, y=3\}$ ;

(2)理解上的错误,误认为 $\{y \mid y = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}$ 等价于 $\{(x, y) \mid y = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}$ 或 $\{x \mid y = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}$ .

3.“ $A$ 是 $B$ 的子集”的理解,意思是集合 $A$ 中的任何一个元素都是 $B$ 的元素,但不能把 $A$ 是 $B$ 的子集解释成 $A$ 是由 $B$ 中部分元素组成的集合,因为空集 $\emptyset$ 是 $B$ 的子集.

4.“且”和“或”这两个联结词的意思,“且”的意思与通常理解的“既是,同时”是一样的,“或”的意思与通常所理解的“非此即彼”有区别,它是两者可兼的.

5. 元素和集合的从属关系(“ $\in$ ”表属于,“ $\notin$ ”表不属于);集合与集合之间的包含关系,如: $P \subseteq A$ 与 $P \sqsubseteq A$ 意义是不同的,注意弄清 $A \subseteq B$ 与 $A \subset B$ , $A \sqsubseteq B$ 与 $A = B$ 的关系与区别.

## 二年模拟训练

### 一、选择题

1. (2009·哈尔滨)已知集合 $A = \{y \mid y = \log_2 x, x > 1\}$ , $B = \left\{y \mid y = \frac{1}{2^x}, 0 < x < 1\right\}$ ,则 $A \cap B$ 为

- A.  $(0, \frac{1}{2})$       B.  $(\frac{1}{2}, +\infty)$   
C.  $(\frac{1}{2}, 1)$       D.  $(0, 2)$

2. (2009·岳阳)已知 $A = \{x \mid x^2 + x + a \leq 0\}$ , $B = \{x \mid x^2 - x + 2a - 1 < 0\}$ , $C = \{x \mid a \leq x \leq 4a - 9\}$ 且 $A, B, C$ 中至少有一个不是空集,则 $a$ 的取值范围为

- A.  $a \geq 3$       B.  $a < \frac{5}{8}$   
C.  $a < \frac{5}{8}$ 或 $a \geq 3$       D.  $a \leq \frac{5}{8}$ 或 $a > 3$

3. (2008·天津)若集合 $M = \{x \mid x^2 - a < 0\}$ , $N = \{x \mid |2-x| > x-2\}$ ,则“ $0 < a \leq 4$ ”是“ $M \cap N = M$ ”的

- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

4. (2008·大连)若 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 \leq 2^{2-x} < 8\}$ , $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-1| > 1\}$ ,则 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B)$ 的元素个数为

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

5. (2007·湖南)已知 $M = \{y \mid y = x^2\}$ , $N = \{y \mid x^2 + y^2 = 2\}$ ,则

- $M \cap N =$       A.  $\{(1, 1), (-1, 1)\}$       B.  $\{1\}$       C.  $[0, 1]$       D.  $[0, \sqrt{2}]$

6. (2007·北京)设全集 $U = \mathbb{R}$ ,集合 $M = \{x \mid \sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 2}, x \in \mathbb{R}\}$ ,

- $N = \{x \mid \sqrt{x+1} \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$ ,则 $(\complement_{\mathbb{R}} M) \cap N$ 等于
- A. {2}      B.  $\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$   
C.  $\{x \mid x < 2$ 或 $2 < x < 3\}$       D.  $\{x \mid -1 \leq x < 2$ 或 $2 < x \leq 3\}$

### 二、填空题

1. (2008·南京)设 $P$ 和 $Q$ 是两个集合,定义集合 $P-Q =$

$\{x \mid x \in P, \text{且 } x \notin Q\}$ ,若 $P = \{1, 2, 3, 4\}$ , $Q = \{x \mid \sqrt{x+\frac{1}{2}} < 2, x \in \mathbb{R}\}$ ,则 $P-Q =$

2. (2008·徐州)已知集合 $A = \{3, m^2\}$ , $B = \{-1, 2m-1, 3\}$ ,若 $A \subseteq B$ ,则实数 $m$ 的值为

3. (2007·银川)给出下列命题:① $\{\text{正四棱柱}\} \cap \{\text{长方体}\} = \{\text{正方体}\}$ ;②函数 $y = x^3$ 既是奇函数又是增函数;③不等式 $x^2 - 4ax + 3a^2 < 0$ 的解集为 $\{x \mid a < x < 3a\}$ ;④函数 $y = f(x)$ 的图像与直线 $x = a$ 至多有一个交点;⑤ $A = \{x \mid f(x) = 0, x \in \mathbb{R}\}$ , $B = \{x \mid g(x) = 0, x \in \mathbb{R}\}$ , $C = \{x \mid f(x) \cdot g(x) = 0, x \in \mathbb{R}\}$ ,则 $C = A \cup B$ .其中正确命题的序号是

### 数学家名言(四)

邱成桐说:“现代高能物理到了量子物理以后,有很多根本无法做实验,在家用纸笔来算,这跟数学家想象的差不了多远,所以说数学在物理上有着不可思议的力量.”

4. (2007·潍坊)若集合  $A=\{1,2,3,4\}$ ,  $a \in A$ ,  $b \in A$ , 那么方程  $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$  表示中心在原点、焦点在  $y$  轴上的椭圆有\_\_\_\_\_个.

## 三、解答题

- (2008·广州)已知全集  $U=\mathbb{R}$ , 集合  $A=\left\{x \mid \frac{6}{x+1} \geqslant 1\right\}$ , 集合  $B=\{x \mid x^2-2x-m<0\}$ .

- (1) 当  $m=3$  时, 求  $A \cap (\complement_U B)$ ;  
(2) 若  $A \cap B=\{x \mid -1 < x < 4\}$ , 求  $m$  的值.

## 一年冲刺母题

- 【母题】** 设函数  $f(x)=\frac{x-a}{x-1}$ , 集合  $M=\{x \mid f(x)<0\}$ ,  $P=\{x \mid f'(x)>0\}$ , 若  $M \subset P$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )  
A.  $(-\infty, 1)$       B.  $(0, 1)$   
C.  $(1, +\infty)$       D.  $[1, +\infty)$

**【解析】**  $f(x)=\frac{x-a}{x-1}=\frac{x-1+1-a}{x-1}=1+\frac{1-a}{x-1}$ , 当  $1-a<0$  时, 即  $a>1$  时,  $f(x)$  在  $(-\infty, 1)$  和  $(1, +\infty)$  上是增函数. 此时  $M=\{x \mid 1 < x < a\}$ ,  $\therefore M \subset P$ , 故选 C.

- 【变题 1】** 设集合  $M=\{(x, y) \mid x^2+y^2=1, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$ ,  $N=\{(x, y) \mid x^2-y=0, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$ , 则集合  $M \cap N$  中元素的个数为

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

- 【变题 2】** 含有三个实数的集合可表示为  $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$ , 也可表示为  $\{a^2, a+b, 0\}$ , 则  $a^{2009}+b^{2009}=$

- 【变题 3】** 对于集合  $M, N$ , 定义  $M-N=\{x \mid x \in M$  且  $x \notin N\}$ ,  $M \oplus N=(M-N) \cup (N-M)$ , 设  $A=\{y \mid y=x^2-3x, x \in \mathbb{R}\}$ ,  $B=\{y \mid y=-2^x, x \in \mathbb{R}\}$ , 则  $A \oplus B=$

- A.  $(-\frac{9}{4}, 0)$

- B.  $[-\frac{9}{4}, 0]$

- C.  $(-\infty, -\frac{9}{4}) \cup [0, +\infty)$

- D.  $(-\infty, -\frac{9}{4}) \cup (0, +\infty)$



## 1.2 命题与量词, 基本逻辑联结词

## 考纲解读导航

**考试内容**

命题的概念, 逻辑联结词的含义, 复合命题的真假判定, 全称量词与存在量词的意义

能理解命题的概念, 理解逻辑联结词的含义, 会判定复合命题的真假, 能理解全称量词与存在量词的意义, 能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

**能力要求**

从一加到一百  
大约在高斯十岁时, 老师出了一道难题: 把 1 到 100 的整数写下来, 然后把它们加起来! 这个难题当然难不倒学过算术级数的人, 但这些孩子才刚刚开始学算数呢! 老师心想他可以休息一下了。但他错了, 因为还不到几秒钟, 高斯已经得出答案: 5050. 老师吃了一惊, 高斯就解释他如何找到答案:  $1+100=101, 2+99=101, 3+98=101, \dots, 49+52=101, 50+51=101$ , 一共有 50 对和为 101 的数目, 所以答案是  $50 \times 101=5050$ . 由此可见高斯找到了算术级数的对称性, 然后就像求解一般算术级数和的过程一样, 把数目一对对地凑在一起。

**智趣素材**



知识结构梳理

## 夯实基础

## 1. 命题

能 \_\_\_\_\_ 的语句叫做命题

## 2. 全称量词与全称命题

- (1) 全称量词: 短语“\_\_\_\_\_”在陈述中表示所述事物的\_\_\_\_\_，在逻辑中通常叫做全称量词.

- (2)全称命题:含用\_\_\_\_\_的命题.

- ### (3) 全称命题的符号表示

形如“对  $M$  中所有  $x$ ,  $p(x)$ ”的命题,可用符号简记为  
且记“ $\forall x$ ”.

### 3. 存在量词与存在性命

- (1) 存在量词：短语“存在”或“至少一个”或“且有一个”  
在陈述中表示所述事物的\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_, 逻辑中  
通常叫做\_\_\_\_\_

- (2) 存在性命题: \_\_\_\_\_ 的命题.

- ### (3) 存在性命题的符号表示

形如“存在集合  $M$  中的元素  $x, q(x)$ ”的命题，用符号简记为  $\exists x \in M, q(x)$  .

#### 4. 基本逻辑联结词

常用的基本逻辑联结词有“      ”、“      ”、“      ”。

### 三年高考真题

### 一、选择题

1. (2009·浙江) 设  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面,  $l$  是一条直线, 以下命题正确的是 ( )

  - 若  $l \perp \alpha, \alpha \perp \beta$ , 则  $l \subset \beta$
  - 若  $l \parallel \alpha, \alpha \parallel \beta$ , 则  $l \subset \beta$
  - 若  $l \perp \alpha, \alpha \parallel \beta$ , 则  $l \perp \beta$
  - 若  $l \parallel \alpha, l \perp \beta$ , 则  $l \perp \beta$

2. (2009·江西) 下列命题是真命题的为 ( )

  - 若  $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$ , 则  $x = y$
  - 若  $x^2 = 1$ , 则  $x = 1$
  - 若  $x = y$ , 则  $\sqrt{x} = \sqrt{y}$
  - 若  $x < y$ , 则  $x^2 < y^2$

3. (2009·浙江) 若函数  $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$  ( $a \in \mathbb{R}$ ), 则下列结论正确的是 ( )

### 国际数学界的最高奖——菲尔兹奖(一)

诺贝尔奖金中为什么没有设数学奖？对此人们一直有着各种猜测与议论。一年一度的诺贝尔物理、化学、生理学和医学奖，表彰了这几个学科中的重大成就，奖励了科学精英，可谓举世瞩目。不设数学奖，对于这个重要的基础学科，岂不是失去了一个在世界范围内评价重大成就和杰出人才的机会？

其实,数学领域中也有一种世界性的奖励,这就是每四年颁发一次的菲尔兹奖。在各国数学家的眼里,菲尔兹奖所带来的荣誉可与诺贝尔奖金媲美。

### 5. 命题 $p \wedge q$ , $p \vee q$ , $\neg p$ 的真假判断

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$
真	真	_____	_____	_____
真	假	_____	_____	_____
假	真	_____	_____	_____
假	假	_____	_____	_____

### 6. 含有一个量词的命题的否定

命题	命题的否定
$\forall x \in M, p(x)$	_____
$\exists x \in M, p(x)$	_____

自我反馈

1. 判定真假
  2. (1) 对所有的 全体 (2) 全称量词  
 $(3) \forall x \in M, P(x)$
  3. (1) 有一个 有些 至少有一个 个体 部分  
 存在量词  
 $(2) \exists x, q(x)$
  4. 或 且 非
  5. 真 真 假 假 真 假 假 真 真 假
  6.  $\exists x \in M, \neg p(x)$      $\forall x \in M, \neg p(x)$

- A.  $\forall a \in \mathbf{R}$ ,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上是增函数  
 B.  $\forall a \in \mathbf{R}$ ,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上是减函数  
 C.  $\exists a \in \mathbf{R}$ ,  $f(x)$  是偶函数  
 D.  $\exists a \in \mathbf{R}$ ,  $f(x)$  是奇函数

(2009·辽宁)下列 4 个命题:

$P_1: \exists x \in (0, +\infty), \left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ;  
 $P_2: \exists x \in (0, 1), \log_{\frac{1}{2}}x > \log_{\frac{1}{3}}x$ ;  
 $P_3: \forall x \in (0, +\infty), \left(\frac{1}{2}\right)^x > \log_{\frac{1}{2}}x$ ;  
 $P_4: \forall x \in \left(0, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{2}\right)^x < \log_{\frac{1}{2}}x$





其中的真命题是 ( )

- A.  $P_1, P_3$     B.  $P_1, P_4$     C.  $P_2, P_3$     D.  $P_2, P_4$

5. (2009·宁夏、海南)有四个关于三角函数的命题:

$$P_1: \exists x \in \mathbb{R}, \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P_2: \exists x, y \in \mathbb{R}, \sin(x-y) = \sin x - \sin y$$

$$P_3: \forall x \in [0, \pi], \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2}} = \sin x$$

$$P_4: \sin x = \cos y \Rightarrow x + y = \frac{\pi}{2}$$

其中的假命题是 ( )

- A.  $P_1, P_4$     B.  $P_2, P_4$     C.  $P_1, P_3$     D.  $P_2, P_3$

6. (2008·宁夏、海南)平面向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  共线的充要条件是 ( )

- A.  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  方向相同  
B.  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  两向量中至少有一个为零向量  
C.  $\exists \lambda \in \mathbb{R}, \mathbf{b} = \lambda \mathbf{a}$   
D. 存在不全为零的实数  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_1 \mathbf{a} + \lambda_2 \mathbf{b} = \mathbf{0}$

7. (2007·山东)命题“对任意的  $x \in \mathbb{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ ”的否定是 ( )

- A. 不存在  $x \in \mathbb{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$   
B. 存在  $x \in \mathbb{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$   
C. 存在  $x \in \mathbb{R}, x^3 - x^2 + 1 > 0$   
D. 对任意的  $x \in \mathbb{R}, x^3 - x^2 + 1 > 0$

## 二、填空题

1. (2009·安徽)对于四面体  $ABCD$ , 下列命题正确的是 \_\_\_\_\_。(写出所有正确命题的编号)

- ①相对棱  $AB$  与  $CD$  所在直线是异面直线;  
②由顶点  $A$  作四面体的高,其垂足是  $\triangle BCD$  三条高线的

交点;

③若分别作  $\triangle ABC$  和  $\triangle ABD$  的边  $AB$  上的高,则这两条高的垂足重合;

④任何三个面的面积之和都大于第四个面的面积;

⑤分别作三组相对棱中点的连线,所得的三条线段相交于一点.

2. (2009·江苏)设  $\alpha$  和  $\beta$  为不重合的两个平面,给出下列命题:

- ①若  $\alpha$  内的两条相交直线分别平行于  $\beta$  内的两条直线,则  $\alpha$  平行于  $\beta$ ;  
②若  $\alpha$  外一条直线  $l$  与  $\alpha$  内的一条直线平行,则  $l$  和  $\alpha$  平行;  
③设  $\alpha$  和  $\beta$  相交于直线  $l$ ,若  $\alpha$  内有一条直线垂直于  $l$ ,则  $\alpha$  和  $\beta$  垂直;  
④直线  $l$  与  $\alpha$  垂直的充分必要条件是  $l$  与  $\alpha$  内的两条直线垂直.

上面命题中,真命题的序号是 \_\_\_\_\_. (写出所有真命题的序号)

3. (2009·四川)设  $V$  是已知平面  $M$  上所有向量的集合.对于映射  $f: V \rightarrow V, a \in V$ , 记  $a$  的象为  $f(a)$ .若映射  $f: V \rightarrow V$  满足: 对所有  $a, b \in V$  及任意实数  $\lambda, \mu$  都有  $f(\lambda a + \mu b) = \lambda f(a) + \mu f(b)$ , 则  $f$  称为平面  $M$  上的线性变换.现有下列命题:

- ①设  $f$  是平面  $M$  上的线性变换,  $a, b \in V$ , 则  $f(a+b) = f(a)+f(b)$ ;  
②若  $e$  是平面  $M$  上的单位向量, 对  $a \in V$ , 设  $f(a) = a+e$ , 则  $f$  是平面  $M$  上的线性变换;  
③对  $a \in V$ , 设  $f(a) = -a$ , 则  $f$  是平面  $M$  上的线性变换;  
④设  $f$  是平面  $M$  上的线性变换,  $a \in V$ , 则对任意实数  $k$  均有  $f(ka) = kf(a)$ .

其中的真命题是 \_\_\_\_\_. (写出所有真命题的编号)

## 规律方法总结

### 命题探究

1. 近几年高考试题仍以基本概念和逻辑思维为考查对象,并且以本节知识作为工具而考查三角不等式、函数、立体几何、解析几何中的知识点.

2. 题型主要是选择题和填空题.另外,逻辑推理知识是一个新的命题背景,赋分 5 分.如 2009 浙江,4;2009 江苏,12;2009 安徽,5 等.

### 复习攻略

#### 一、学法指导

1. “若  $p$  则  $q$ ”的非命题是“若  $p$  则  $\neg q$ ”,与它的否命题并不相同.分清否命题与命题的否定的区别,设  $p$  表示命题,非  $p$  就叫做命题的否定,如果原命题是“若  $p$ ,则  $q$ ”那么这个原命题的否定是“若  $p$ ,则非  $q$ ”,即只否定结论,而原命题的否命题是“若非  $p$ ,则非  $q$ ”,即既否定条件,又否定结论.

2. 对逻辑联结词“或”、“且”、“非”的理解是学好简易逻辑的基础.对“或”的理解可联想到集合中“并集”的概念;对“且”的理解,可联想到集合中“交集”的概念;对“非”的理解,“非”是

### 国际数学界的最高奖——菲尔兹奖(二)

菲尔兹奖是由国际数学联盟(简称 IMU)主持评定的,并且只在每四年召开一次的国际数学家大会(简称 ICM)上颁发.菲尔兹奖的权威性,部分地即来自于此.

### 智趣素材



对命题的结论的否定。

### 3. 全称量词与存在量词

命题	全称命题 “ $\forall x \in A, p(x)$ ”	存在性命题 “ $\exists x \in A, p(x)$ ”
①所有的 $x \in A, p(x)$ 成立	①存在 $x \in A$ , 使 $p(x)$ 成立	
②对一切 $x \in A, p(x)$ 成立	②至少有一个 $x \in A$ , 使 $p(x)$ 成立	
③对每一个 $x \in A, p(x)$ 成立	③对有些 $x \in A$ , 使 $p(x)$ 成立	
④任选一个 $x \in A$ , 使 $p(x)$ 成立	④对某个 $x \in A$ , 使 $p(x)$ 成立	
⑤凡 $x \in A$ , 都有 $p(x)$	⑤有一个 $x \in A$ , 使 $p(x)$ 成立	

### 二、解题指导

1. 反证法是通过证明命题的结论的反面不成立而肯定原命题成立的方法,其步骤是先假设命题的结论不成立,然后从这个假设出发,经过推理论证,得出矛盾,最后由矛盾判定假设不正确,从而肯定命题的结论正确,当待证命题的结论涉及“不”时,常采用反证法。

### 一、选择题

- (2009·广州)如果命题“ $p \wedge q$ ”是假命题,“非  $p$ ”是真命题,那么( )
  - 命题  $p$  一定是真命题
  - 命题  $q$  一定是真命题
  - 命题  $q$  一定是假命题
  - 命题  $q$  可以是真命题,也可以是假命题
- (2009·广州)下列命题错误的是( )
  - 命题“若  $xy=0$ , 则  $x, y$  中至少有一个为零”的否定是:“若  $xy \neq 0$ , 则  $x, y$  都不为零”
  - 对于命题  $p$ : “ $\exists x \in \mathbb{R}$ , 使得  $x^2 + x + 1 < 0$ ”, 则  $\neg p$  是:“ $\forall x \in \mathbb{R}$ , 均有  $x^2 + x + 1 \geq 0$ ”
  - 命题“若  $m > 0$ , 则方程  $x^2 + x - m = 0$  有实根”的逆否命题为“若方程  $x^2 + x - m = 0$  无实根, 则  $m \leq 0$ ”
  - “ $x=1$ ”是“ $x^2 - 3x + 2 = 0$ ”的充分不必要条件
- (2009·东莞)下列命题中,真命题是( )
  - $\exists x \in \mathbb{R}, \sin x + \cos x = 1.5$
  - $\forall x \in (0, \pi), \sin x > \cos x$
  - $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x = -1$
  - $\forall x \in (0, +\infty), e^x > 1 + x$
- (2009·潍坊)已知命题  $p$ :  $\exists x \in \mathbb{R}, \sin x \leq 1$ , 则( )
  - 可能”、“不是”、“至少”、“唯一”字眼时,常常用反证法。
  - 要判定全称命题是真命题,需对集合  $M$  中每个元素  $x$ , 证明  $p(x)$  成立; 如果在集合  $M$  中找到一个元素  $x_0$ , 使得  $p(x_0)$  不成立, 那么这个全称命题就是假命题。
  - 要判定一个特称命题是真命题,只要在限定集合  $M$  中, 至少能找到一个  $x=x_0$ , 使  $P(x_0)$  成立即可; 否则, 这一特称命题就是假命题。
  - 命题的否定形式有:

可能”、“不是”、“至少”、“唯一”字眼时,常常用反证法。

2. 要判定全称命题是真命题,需对集合  $M$  中每个元素  $x$ , 证明  $p(x)$  成立; 如果在集合  $M$  中找到一个元素  $x_0$ , 使得  $p(x_0)$  不成立, 那么这个全称命题就是假命题。

3. 要判定一个特称命题是真命题,只要在限定集合  $M$  中, 至少能找到一个  $x=x_0$ , 使  $P(x_0)$  成立即可; 否则, 这一特称命题就是假命题。

4. 命题的否定形式有:

原语句	是	都是	>	至少有一个	至多有一个	$\forall x \in A$ 使 $p(x)$ 真
否定形式	不是	不都是	$\leq$	一个也没有	至少有两个	$\exists x \in A$ 使 $p(x)$ 假

全称命题的否定是特称命题, 特称命题的否定是全称命题, 因此, 我们可以通过“举反例”来否定一个全称命题。

## 二年模拟训练

$$\neg p: \exists x \in \mathbb{R}, \sin x \geq 1$$

$$\neg p: \forall x \in \mathbb{R}, \sin x \geq 1$$

$$\neg p: \exists x \in \mathbb{R}, \sin x > 1$$

$$\neg p: \forall x \in \mathbb{R}, \sin x > 1$$

- (2009·天津)已知命题  $p$ : “ $\forall x \in [1, 2], x^2 - a \geq 0$ ”, 命题  $q$ : “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2ax + 2 - a = 0$ ”, 若命题“ $p \wedge q$ ”是真命题, 则实数  $a$  的取值范围是( )
  - $a \leq -2$  或  $a = 1$
  - $a \leq -2$  或  $1 \leq a \leq 2$
  - $a \geq 1$
  - $-2 \leq a \leq 1$

### 二、填空题

- (2009·韶关)下列四个命题中:

$$\text{① } \forall x \in \mathbb{R}, 2x^2 - x + 1 > 0;$$

②“ $x > 1$  且  $y > 2$ ”是“ $x + y > 3$ ”的充要条件;

$$\text{③函数 } y = \sqrt{x^2 + 2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}} \text{ 的最小值为 } 2.$$

其中是假命题的为\_\_\_\_\_。(将你认为是假命题的序号都填上)

- (2008·潍坊)已知命题  $p$ : 不等式  $|x| + |x - 1| > m$  的解集为  $\mathbb{R}$ ; 命题  $q$ : 函数  $f(x) = -(5 - 2m)^x$  是减函数。若  $p$  或  $q$  为真命题,  $p$  且  $q$  为假命题, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

### 长度单位“米”

在日常生活中,计算长度的单位我们一般使用“米”。但是关于“米”的使用,则是近二百年的事情。

18世纪,随着科学技术的不断发展,人们对地球的知识了解得更加透彻。为了方便,科学家们假想出了经线和纬线。到了1791年,法国科学家认为,要测量地球的经线,首先要有一个明确的度量单位,于是他们规定地球经线的四千万分之一为1米。在法国科学界的大力推动下,“米”作为一种长度度量单位而得到世界各国的承认。

现在,“米”是一种最常用的长度度量单位。在公制中,科学家把通过巴黎子午线全长的四千万分之一作为1米。

3. (2008·广东)已知下列三个方程:  $x^2 + 4ax - 4a + 3 = 0$ ,  $x^2 + (a-1)x + a^2 = 0$ ,  $x^2 + 2ax - 2a = 0$  至少有一个方程有实根, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

4. (2009·南京)若命题“ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + ax + 1 < 0$ ”是真命题, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

1. (2009·中山)已知函数  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = x - 1$ .

(1) 若  $\exists x \in \mathbb{R}$  使  $f(x) < bg(x)$ , 求实数  $b$  的取值范围;

(2) 设  $F(x) = f(x) - mg(x) + 1 - m - m^2$ , 且  $|F(x)|$  在  $[0, 1]$  上单调递增, 求实数  $m$  的取值范围.

2. (2008·徐州)若  $r(x): \sin x + \cos x > m$ ,  $s(x): x^2 + mx + 1 > 0$ , 如果  $\forall x \in \mathbb{R}, r(x)$  为假命题且  $s(x)$  为真命题, 求实数  $m$  的取值范围.

## 一年冲刺母题

**【母题】** 已知两个命题  $r(x): \sin x + \cos x > m$ ,  $s(x): x^2 + mx + 1 > 0$ . 如果对  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $r(x)$  与  $s(x)$  有且仅有一个是真命题. 求实数  $m$  的取值范围.

**【解析】**  $\because \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \geqslant -\sqrt{2}$

$\therefore$  当  $r(x)$  是真命题时,  $m < -\sqrt{2}$

又  $\because$  对  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $s(x)$  为真命题, 即  $x^2 + mx + 1 > 0$  恒成立, 有  $\Delta = m^2 - 4 < 0$

$\therefore -2 < m < 2$   $\therefore$  当  $r(x)$  为真,  $s(x)$  为假时,  $m < -\sqrt{2}$

同时  $m \leqslant -2$  或  $m \geqslant 2$ , 即  $m \leqslant -2$

当  $r(x)$  为假,  $s(x)$  为真时,  $m \geqslant -\sqrt{2}$

且  $-2 < m < 2$ , 即  $-\sqrt{2} \leqslant m < 2$

综上, 实数  $m$  的取值范围是  $m \leqslant -2$  或  $-\sqrt{2} \leqslant m < 2$

**【变题 1】** 已知命题  $p: \exists x \in \mathbb{R}$ , 使  $\tan x = 1$ , 命题  $q: x^2 - 3x + 2 < 0$  的解集是  $\{x | 1 < x < 2\}$ , 下列结论: ① 命题“ $p \wedge q$ ”是真命题; ② 命题“ $p \wedge \neg q$ ”是假命题; ③ 命题“ $\neg p \vee q$ ”是真命题; ④ 命题“ $\neg p \vee \neg q$ ”是假命题. 其中正确的是 ( )

A. ②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ①②③④

**【变题 2】** 判断下列命题是全称命题还是存在性命题, 并判断其真假.

(1) 对数函数都是单调函数;

(2) 至少有一个整数, 它既能被 2 整除, 又能被 5 整除;

(3)  $\forall x \in \{x | x \text{ 是无理数}\}, x^2$  是无理数;

(4)  $\exists x \in \{x | x \in \mathbb{Z}\}, \log_2 x > 0$ .

**【变题 3】** 写出下列命题的否定, 并判断命题的否定的真假, 指出命题的否定属全称命题还是存在性命题.

(1) 所有的有理数是实数;

(2) 有的三角形是直角三角形;

(3) 每个二次函数的图像都与  $y$  轴相交;

(4)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x > 0$ .

### 长度单位“码”

计算长度的单位中有一个“码”, 它是英制中比较常用的长度单位. 它的使用比米要早九百多年. 相传, 它是由英国国王亨利一世设置的. 它的设置, 体现出了君王“一言九鼎”的权威. 据说有一天, 亨利一世上朝时, 坐在宝座上无事可做, 就召集几个大臣一起闲聊. 在闲谈之中, 他伸直手臂, 跺起大拇指, 对大臣们说: “你们听着, 从我的鼻尖到大拇指的距离, 作为一个基本的长度单位, 就把它命名为‘码’吧”. 从此, “码”作为一个长度单位沿用到今天.

“码”的英文是 YARD, 一码=3 英尺, 1 英里=1760 码. 码与公制的换算关系是: 1 码=0.9144 米, 码与市制的换算关系是: 1 码=2.7423 市尺.



## 1.3 充分条件、必要条件与命题的四种形式

### 考纲解读导航



#### 考试内容

充分条件、必要条件、充要条件的概念与判定，命题的四种形式及其真假关系。



#### 能力要求

理解充分条件、必要条件、充要条件的概念，并能判定出命题与命题之间的各种关系，了解命题的四种形式，在给出一个命题后能写出其他三种形式，能理清命题四种形式的关系。

### 知识结构梳理



#### 夯实基础

##### 1. 充分条件与必要条件

- (1) 如果  $p \Rightarrow q$ , 则  $p$  是  $q$  的\_\_\_\_\_， $q$  是  $p$  的\_\_\_\_\_；  
 (2) 如果  $p \Rightarrow q, q \Rightarrow p$ , 则  $p$  是  $q$  的\_\_\_\_\_，记作\_\_\_\_\_。

##### 2. 四种命题及其关系

命题	表述形式
原命题	若 $p$ 则 $q$
逆命题	若 $q$ 则 $p$
否命题	若 $\neg p$ 则 $\neg q$
逆否命题	若 $\neg q$ 则 $\neg p$

##### 自我反馈

1. (1) 充分条件 必要条件 (2) 充要条件  $p \Leftrightarrow q$   
 2. 若  $q$  则  $p$  若  $\neg p$  则  $\neg q$  若  $\neg q$  则  $\neg p$

### 三年高考真题

#### 选择题

1. (2009·浙江) “ $x > 0$ ”是“ $x \neq 0$ ”的\_\_\_\_\_。  
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件  
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
2. (2009·陕西) “ $m > n > 0$ ”是“方程  $mx^2 + ny^2 = 1$  表示焦点在  $y$  轴上的椭圆”的\_\_\_\_\_。  
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件  
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. (2009·北京) “ $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ”是“ $\cos 2\alpha = \frac{1}{2}$ ”的\_\_\_\_\_。  
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件  
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. (2009·湖北) “ $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ”是“ $\cos 2\alpha = \frac{1}{2}$ ”的\_\_\_\_\_。  
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件  
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. (2009·四川) 已知  $a, b, c, d$  为实数，且  $c > d$ , 则“ $a > b$ ”是“ $a - c > b - d$ ”的\_\_\_\_\_。  
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件  
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. (2009·重庆) 命题“若一个数是负数，则它的平方是正数”的逆命题是\_\_\_\_\_。  
 A. “若一个数是负数，则它的平方不是正数”  
 B. “若一个数的平方是正数，则它是负数”  
 C. “若一个数不是负数，则它的平方不是正数”  
 D. “若一个数的平方不是正数，则它不是负数”

7. (2008·天津) 设  $a, b$  是两条直线， $\alpha, \beta$  是两个平面，则  $a \perp b$  的一个充分条件是\_\_\_\_\_。  
 A.  $a \perp \alpha, b \parallel \beta, \alpha \perp \beta$  B.  $a \perp \alpha, b \perp \beta, \alpha \parallel \beta$   
 C.  $a \subset \alpha, b \perp \beta, \alpha \parallel \beta$  D.  $a \subset \alpha, b \parallel \beta, \alpha \perp \beta$

#### 田忌赛马

有一天，齐王要田忌和他赛马，规定每个人从自己的上、中、下三等马中各选一匹来赛；并规定，每一匹马都比赛；并约定，每有一匹马取胜可获千两黄金，每有一匹马落后要付千两黄金。

当时，齐王的每一等次的马比田忌同样等次的马都要强，因而，如果田忌分别用自己相应等级的马与齐王比，则田忌要输三次，因而要输黄金三千两。但是结果，田忌没有输，反而赢了一千两黄金。这是怎么回事呢？

原来，在赛马之前，田忌的谋士孙膑给他出了一个主意，让田忌用自己的下等马去与齐王的上等马比，用自己的上等马与齐王的中等马比，用自己的中等马与齐王的下等马比。田忌的下等马当然会输，但是上等马和中等马都赢了。因而田忌不仅没有输掉黄金三千两，还赢了黄金一千两。

#### 智趣素材



8. (2008·陕西)“ $a=1$ ”是“对任意正数  $x$ ,  $2x+\frac{a}{x} \geq 1$ ”的( )
- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
9. (2008·辽宁)圆  $x^2+y^2=1$  与直线  $y=kx+2$  没有公共点的充要条件是( )
- A.  $k \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

- B.  $k \in (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$   
C.  $k \in (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$   
D.  $k \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$

10. (2007·安徽)设  $l, m, n$  均为直线, 其中  $m, n$  在平面  $\alpha$  内, 则“ $l \perp \alpha$ ”是“ $l \perp m$  且  $l \perp n$ ”的( )
- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

## 规律方法总结

### 命题探究

- 有关“充要条件”和四种命题的试题, 主要考查对数学概念准确的记忆和深层次的理解。
- 试题以选择题、填空题为主, 难度一般不大。
- 要求正确认识数学符号, 对基础知识、基本题型求解准确熟练。如 2009 浙江, 2; 2009 陕西, 7 等。

### 复习攻略

#### 一、学法指导

1.“充分条件”和“必要条件”是数学中重要的概念之一, 它讨论“若  $p$  则  $q$ ”的命题的条件和条件的逻辑关系。因此, 必须真正弄懂它并善于应用它去分析和解决有关问题。

2. 四种命题反映出命题之间的内在联系, 要注意结合实际问题, 理解其关系(尤其是两种等价关系)的产生过程, 关于逆命题、否命题与逆否命题, 也可以叙述为:

(1) 交换命题的条件和结论, 所得的新命题就是原来命题的逆命题;

(2) 同时否定命题的条件和结论, 所得的新命题就是原来的否命题;

(3) 交换命题的条件和结论, 并且同时否定, 所得的新命题就是原命题的逆否命题。

#### 二、解题指导

- 要注意否命题和命题的否定之间的区别;
- 在判断充要条件时, 首先要弄清哪一个是条件, 哪一个是结论, 再次要弄清哪一个能推出哪一个。

## 二年模拟训练

### 一、选择题

1. (2008·济南)“ $a=1$ ”是函数  $y=\cos^2 ax-\sin^2 ax$  的最小正周期为  $\pi$ ”的( )
- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
2. (2008·银川)已知  $a, b$  为两个非零向量, 有以下命题:  
①  $a^2=b^2$ ; ②  $a \cdot b=b^2$ ; ③  $|a|=|b|$  且  $a \parallel b$ . 其中可以作为  $a=b$  的必要不充分条件的命题是( )
- A. ②      B. ①②③      C. ②③      D. ①③

### 二、填空题

1. (2009·上海)若  $y=f(x)$  为定义在  $D$  上的函数, 则“存在  $x_0 \in D$ , 使得  $[f(-x_0)]^2 \neq [f(x_0)]^2$ ”是“函数  $y=f(x)$  为奇非偶函数”的\_\_\_\_\_条件。

2. (2008·无锡)若  $a \notin M$  或  $a \notin P$ , 则  $a \notin M \cap P$ ”的逆否命题是\_\_\_\_\_。

### 三、解答题

1. (2009·潍坊)设  $p$ : 实数  $x$  满足  $x^2-4ax+3a^2 < 0$ , 其中  $a > 0$ , 命题  $q$ : 实数  $x$  满足  $\begin{cases} x^2-x-6 \leq 0 \\ x^2+2x-8 > 0 \end{cases}$

- (1) 若  $a=1$ , 且  $p \wedge q$  为真, 求实数  $x$  的取值范围;  
(2) 若  $\neg p$  是  $\neg q$  的充分不必要条件, 求实数  $a$  的取值范围。

### 逃不出的迷宫——理发师悖论

理发师悖论是个著名的悖论, 是大数学家罗素提出来的。

故事的大致内容是这样的, 兴城的国王是一个很注重礼仪的人, 有一天他发布了一条命令, 要求全城唯一的理发师负责给全城的人理发, 凡是六个月不理发者将被斩首, 作为酬谢, 每给一个人理发可以领取一块银子, 其他任何人不准给别人理发, 但有人一直是自己理发的, 所以理发师不许给这些人理发, 如被发现就罚斩手, 理发师一开始觉得很高兴, 但仔细想了之后竟不寒而栗。于是在辛辛苦苦给人们理完一天的头发之后, 他逃进了深山。

理发师之所以逃跑是因为他想到了自己的头发, 如果他六个月不理, 他会被斩首, 如果他自己为自己理发他又属于一向自己动手理发的人, 也会被斩首。这就是有名的理发师悖论。



2. (2008·南通) 函数  $f(x)=\ln x - \frac{a(x-1)}{x}$  ( $x>0, a\in \mathbb{R}$ ).

(1) 试求  $f(x)$  的单调区间;

(2) 当  $a>0$  时, 求证: 函数  $f(x)$  的图像存在唯一零点的充要条件是  $a=1$ ;

(3) 求证: 不等式  $\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} < \frac{1}{2}$  对于  $x\in(1,2)$  恒成立.

## 一年冲刺母题

**【母题】** 如果  $x, y$  是实数, 那么 “ $xy>0$ ” 是 “ $|x+y|=|x|+|y|$ ” 的 ( )

- A. 充分但不必要的条件      B. 必要但不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

**【解析】** 由  $xy>0$  知  $x, y$  同号, 则  $|x+y|=|x|+|y|$ ; 而反之不一定成立, 因为  $x=0, y\neq 0$  时,  $|x+y|=|x|+|y|$  成立, 但  $xy>0$  不成立. 所以 “ $xy>0$ ” 是 “ $|x+y|=|x|+|y|$ ” 的充分但不必要的条件. 故选 A.

**【变题 1】** 已知  $h>0$ , 设命题甲为: 两个实数  $a, b$  满足  $|a-b|<2h$ ; 命题乙为: 两个实数  $a, b$  满足  $|a-1|<h$  且  $|b-1|<h$ , 那么甲是乙的

- A. 充分但不必要的条件      B. 必要但不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

**【变题 2】** 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断其真假.

(1) 实数的平方是非负数;

(2) 等底等高的两个三角形是全等三角形;

(3) 弦的垂直平分线经过圆心, 并平分弦所对的弧.



## 1.4 一元二次不等式及其解法

### 考纲解读导航

#### 考试内容

一元二次不等式及其解法

#### 能力要求

①会从实际情境中抽象出一元二次不等式的模型. ②通过函数图像了解一元二次不等式与相应的二次函数、一元二次方程的联系. ③会解一元二次不等式, 对给定的一元二次不等式, 会设计求解的程序框图.

#### 哥德巴赫猜想(一)

二百多年前, 有一位德国数学家名叫哥德巴赫, 他发现, 每一个不小于 6 的偶数, 都可以写成两个素数(也叫质数)的和, 简称“1+1”. 例如:

$$6=3+3 \quad 100=3+97 \quad 1000=3+997$$

$$8=3+5 \quad 102=5+97 \quad 1002=5+997$$

$$12=5+7 \quad 104=7+97 \quad 1004=7+997 \dots$$

#### 智趣素材