2011高考总复习

2011Gaokaozongfuxi

3年高考命题 2年模拟训练 1年冲刺母题

本册主编　胡永兵　胡洪波
黄健来　胡　勇

成功高考

文数

★ 3年高考+2年模拟+1年冲刺，助考生轻松迎接高考。

★ 优化归纳近三年高考命题和近两年模拟训练题。

★ 精设“一年冲刺母题”栏目，所谓“千题万题源于母题，母题衍生万千考题”，升华高考总复习思路；强调母题举一反三，狠抓临门一脚，以不变应万变。

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

2011高考总复习

2011Gaokaozongfuxi

3年高考命题 2年模拟训练 1年冲刺母题

成功高考 文数

丛书主编 华小明 陈晓红 黄余平（按姓氏笔画排序）

丛书副主编 熊福生 胡永兵 何汉卿 胡洪波 付文峰 邹 敏

本册主编 胡永兵 胡洪波 黄健来 胡 勇

编 者 胡永兵 胡洪波 黄健来 胡 勇 熊志远 张小保 彭晨艳 刘金华 丁 娟 傅小军 郭 娟 程牡荣 周淑霞 刘告根 容升军 吴金波 谢荣春 张明明 钟 敏 吴小平 高宜宏 李 芸 王英杰 饶晓青 刘 芬 罗燕红 郑永盛 邓军保 钟洪亮 宁红华 江新材 周宽瑞 周学胜 张勇昌 胡忠发 吴国江 万和平 赵万龙 余雪明

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

本书归纳总结了近三年高考命题和近两年模拟试题，同时，本书精设“一年冲刺母题”栏目，“千题万题源于母题，母题衍生万千考题”，强调母题冲刺的精准度及其举一反三，以不变应万变，狠抓临门一脚，为近年来高考复习之精粹思路。本书能够较好地体现近年来的高考趋势，目标非常明确，别具特色，能够极大地方便学生们学习和老师教学，成为读者们得心应手的教辅工具。

图书在版编目（CIP）数据

321成功高考．文数/胡永兵等主编．—2版．—北京：机械工业出版社，2010.5

ISBN 978-7-111-30449-4

Ⅰ.①3… Ⅱ.①胡… Ⅲ.①数学课-高中-升学参考资料 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2010）第068329号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号 邮政编码100037）
责任编辑：石晓芬 贾 雪
责任印制：杨 曦
北京京丰印刷厂印刷
2010年5月第2版第1次印刷
210mm×297mm · 24印张 · 1200千字
标准书号：ISBN 978-7-111-30449-4
定价：49.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务
社服务中心：（010）88361066
销 售 一 部：（010）68326294
销 售 二 部：（010）88379649
读者服务部：（010）68993821

网络服务
门户网：http://www.cmpbook.com
教材网：http://www.cmpedu.com

丛书序

高考试题汇编或高考试题加高考模拟试题汇编在图书市场上已有不少，但本套书的立意是全新的：它不但内容鲜活、形式新颖、定位高档、品位高雅，同时更着重于适用、好用，让老师用起来得心应手，学生用起来收益良多。为此，我们在编写过程中力争做到以下几点：

一、精心策划

高考复习最忌讳的是：会做的题不断重复，不会做的题总是不会。为了使学生避免做大量的重复无用的题目，本丛书在选题上是精益求精的，题源来自凝结了众多命题专家的心血和智慧的高考试题、名校的模拟试题和冲刺母题。本丛书特别精设"一年冲刺母题"栏目，强调母题冲刺的精准度及其举一反三，以不变应万变，狠抓临门一脚，为近年来高考复习之精粹思路。所谓"千题万题源于母题，母题衍生万千考题"，我们的宗旨是：让学生通过做少量的题，掌握一个个典型的题解。

二、适用好用

对于高考题及浩如烟海的模拟试题，我们只选择极具针对性的题目，既针对基本知识、基本技能、基本方法的掌握，也针对能力的提高。本丛书的编排体系是：理科与课时紧密联系，按课时编选题目；文科与单元搭配。

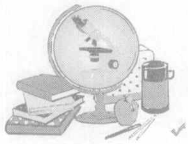
三、分类科学

高考的结果不但决定谁上大学，而且还决定谁上一流大学、谁上一般大学。因此题目必须有梯度，考分必须拉开档次。那么拉开分数档次的决定因素是什么？实践表明，中档题得分高低是最为关键的，于是，我们除按最新的《考试说明》中规定的考试内容及先后顺序重新分类编排外，还对同一内容的试题作了整体的考试，包括前后顺序、难易程度，使得整本书的题目保持基础题、中档题、难题的比例与高考命题相当。

总而言之，希望我们的努力会换来你们的成功！愿本书能帮助千千万万的莘莘学子考入自己理想的大学！

黄军华

两校国际数学奥赛金牌教练



目录

第一模块　集合与简易逻辑

1.1　集合

考纲解读导航

考试内容

集合、子集、补集、交集、并集、空集、全集的概念；属于、包含、相等关系；集合及运算符号

能力要求

理解集合及相关概念，掌握集合的运算，会用数轴和韦恩图表示集合的交、并、补运算和集合与集合的关系，掌握集合的表示方法，能够判断出集合的元素属性和元素特征（即集合的元素是什么，集合的元素需要满足什么性质），会用集合来分类讨论，通过补集思想从对立面分析问题和解决问题，能够准确地应用集合及其符号表示数学概念和命题.

知识结构梳理

夯实基础

1.元素与集合

(1)集合中元素的三个特征：________、________、________.

(2)集合中元素与集合的关系

文字语言	符号语言
属于	______
不属于	______

(3)常见集合的符号表示

数集	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集	复数集
符号						

(4)集合的表示法：________、________.

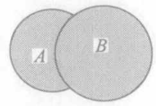
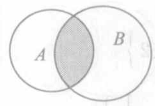
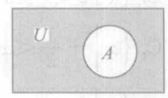
在集合的描述法中特别关注代表元素的形式.

如：$\{x\mid y=x^2\}$，$\{y\mid y=x^2\}$，$\{(x,y)\mid y=x^2\}$均表示不同的集合.

2.集合间的基本关系

关系＼表示	文字语言	符号语言
相等	集合 A 与集合 B 中的所有元素都相同	$A\subseteq B$，______ $\Leftrightarrow A=B$
子集	集合 A 中任意一个元素都是集合 B 中的元素	______或______
真子集	集合 A 中任意一个元素均为集合 B 中的元素，且集合 B 中至少有一个元素不是集合 A 中的元素	______或______
空集	空集是任何集合的子集，是任何______的真子集	$\varnothing\subseteq A$，$\varnothing\subset B(A,B\neq\varnothing)$

3.集合的基本运算

	集合的并集	集合的交集	集合的补集
符号表示	______	______	若全集为 U，则集合 A 的补集为______
图形表示			
意义	$\{x\mid$ ______ $\}$	$\{x\mid$ ______ $\}$	$\{x\mid$ ______ $\}$

4.集合的运算性质

(1)交集

性质：$A\cap A=$______；$A\cap B=$______（交换律）；

$A\cap\varnothing=$______；$A\cap B$______A；$A\cap B$______

数学家名言(一)

数学是一种精神，一种理性的精神.正是这种精神，激发、促进、鼓舞并驱使人类的思维得以运用到最完善的程度，亦正是这种精神，试图决定性地影响人类的物质、道德和社会生活；试图回答有关人类自身存在提出的问题；努力去理解和控制自然；尽力去探求和确立已经获得知识的最深刻的和最完美的内涵.　　——克莱因《西方文化中的数学》

智趣素材

B;若 $A\subseteq B$,则 $A\cap B=$________.

(2)并集

$A\cup A=$________;$A\cup B=$________(交换律);

$A\cup\varnothing=$________;A________$(A\cup B)$;

B________$(A\cup B)$;若 $A\subseteq B$,则 $A\cup B=$________.

(3)补集

$A\cup(\complement_U A)=$________;$A\cap(\complement_U A)=$________;

$\complement_U(\complement_U A)=$________;$\complement_U\varnothing=$________;

$\complement_U U=$________.

(4)反演律(摩根法则)

$\complement_U(A\cap B)=$________;$\complement_U(A\cup B)=$________.

(5)分配律、结合律

$A\cup(B\cap C)=$________;$A\cap(B\cap C)=$________;

$A\cap(B\cup C)=$________;$A\cup(B\cap C)=$________.

(6)对于集合中元素个数的计算问题,可参照图1-1-1,其中 U 为全集

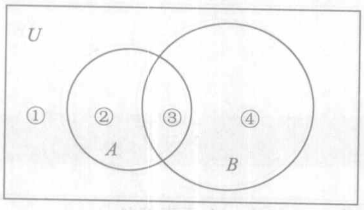


图1-1-1

区域①、②、③、④分别表示________、________、________、________.

自我反馈

1.(1)确定性　互异性　无序性

(2)$\in$　$\notin$

(3)$\mathbf{N}$　$\mathbf{N}^*$　$\mathbf{Z}$　$\mathbf{Q}$　$\mathbf{R}$　$\mathbf{C}$

(4)列举法　描述法

2.且 $B\subseteq A$　$A\subseteq B$　若 $x\in A\Rightarrow x\in B$　$A\subset B$

$\forall x\in A\Rightarrow x\in B$ 且 $\exists x\in A\Rightarrow x\notin B$

非空集合

3.$A\cup B$　$A\cap B$　$\complement_U A$

$x\in A$ 或 $x\in B$　$x\in A$ 且 $x\in B$

$x\in U$ 且 $x\notin A$

4.(1)A　$B\cap A$　$\varnothing$　$\subseteq$　$\subseteq$　A

(2)A　$B\cup A$　A　$\subseteq$　$\subseteq$　B

(3)U　$\varnothing$　A　U　$\varnothing$

(4)$\complement_U A\cup\complement_U B$　$\complement_U A\cap\complement_U B$

(5)$(A\cup B)\cup C$　$(A\cap B)\cap C$　$(A\cap B)\cup(A\cap C)$　$(A\cup B)\cap(A\cup C)$

(6)$\complement_U(A\cup B)$　$(\complement_U B)\cap A$　$A\cap B$　$(\complement_U A)\cap B$

三年高考真题

一、填空题

1.(2009·安徽)若集合 $A=\{x\mid |2x-1|<3\}$,$B=\left\{x\,\middle|\,\frac{2x+1}{3-x}<0\right\}$,则 $A\cap B$ 是(　　)

A.$\left\{x\,\middle|\,-1<x<-\frac{1}{2}\text{或}2<x<3\right\}$

B.$\{x\mid 2<x<3\}$

C.$\left\{x\,\middle|\,-\frac{1}{2}<x<2\right\}$

D.$\left\{x\,\middle|\,-1<x<-\frac{1}{2}\right\}$

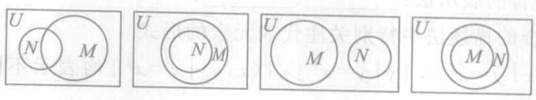
2.(2009·江西)已知全集 $U=A\cup B$ 中有 m 个元素,$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$ 中有 n 个元素,若 $A\cap B$ 非空,则 $A\cap B$ 的元素个数为(　　)

A.mn　B.$m+n$　C.$n-m$　D.$m-n$

3.(2009·山东)集合 $A=\{0,2,a\}$,$B=\{1,a^2\}$.若 $A\cup B=\{0,1,2,4,16\}$,则 a 的值为(　　)

A.0　B.1　C.2　D.4

4.(2009·广东)已知全集 $U=\mathbf{R}$,则正确表示集合 $M=\{-1,0,1\}$ 和 $N=\{x\mid x^2+x=0\}$ 关系的韦恩(Venn)图是(　　)



A　B　C　D

5.(2009·全国Ⅰ)设集合 $A=\{4,5,7,9\}$,$B=\{3,4,7,8,9\}$,全集 $U=A\cup B$,则集合 $\complement_U(A\cap B)$ 中的元素共有(　　)

A.3个　B.4个　C.5个　D.6个

6.(2008·江西)定义集合运算:$A*B=\{z\mid z=xy,x\in A,y\in$

数学家名言(二)

问题是数学的心脏.　——P. R. Halmos

只要一门科学分支能提出大量的问题,它就充满着生命力,而问题缺乏则预示着独立发展的终止或衰亡.　——Hilbert

数学中的一些美丽定理具有这样的特性:它们极易从事实中归纳出来,但证明却隐藏得极深.　——高斯

哲学家也要学数学,因为他必须跳出浩如烟海的万变现象而抓住真正的实质……又因为这是使灵魂过渡到真理和永存的捷径.　——柏拉图

智趣素材

$B\}$.设 $A=\{1,2\}$，$B=\{0,2\}$，则集合 $A*B$ 的所有元素之和为 ( )

A. 0　B. 2　C. 3　D. 6

7. (2008·湖北)若非空集合 A、B、C 满足 $A\cup B=C$，且 B 不是 A 的子集，则 ( )

A. "$x\in C$"是"$x\in A$"的充分不必要条件

B. "$x\in C$"是"$x\in A$"的必要不充分条件

C. "$x\in C$"是"$x\in A$"的充要条件

D. "$x\in C$"既不是"$x\in A$"的充分条件，也不是"$x\in A$"的必要条件

8. (2008·天津)设集合 $S=\{x\mid |x-2|>3\}$，$T=\{x\mid a<x<a+8\}$，$S\cup T=\mathbf{R}$，则 a 的取值范围是 ( )

A. $-3<a<-1$　B. $-3\leqslant a\leqslant -1$

C. $a\leqslant -3$ 或 $a\geqslant -1$　D. $a<-3$ 或 $a>-1$

9. (2008·安徽)集合 $A=\{y\in\mathbf{R}\mid y=\lg x, x>1\}$，$B=\{-2,-1,1,2\}$，则下列结论中正确的是 ( )

A. $A\cap B=\{-2,-1\}$

B. $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup B=(-\infty,0)$

C. $A\cap B=(0,+\infty)$

D. $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{-2,-1\}$

10. (2007·江西)若集合 $M=\{0,1,2\}$，$N=\{(x,y)\mid x-2y+1\geqslant 0$ 且 $x-2y-1\leqslant 0, x,y\in M\}$，则 N 中元素的个数为 ( )

A. 9 个　B. 6 个　C. 4 个　D. 2 个

11. (2007·湖北)设 P 和 Q 是两个集合，定义集合 $P-Q=\{x\mid x\in P$，且 $x\notin Q\}$，如果 $P=\{x\mid \log_2 x<1\}$，$Q=\{x\mid |x-2|<1\}$，那么 $P-Q$ 等于 ( )

A. $\{x\mid 0<x<1\}$　B. $\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$

C. $\{x\mid 1\leqslant x<2\}$　D. $\{x\mid 2\leqslant x<3\}$

12. (2007·福建)已知集合 $A=\{x\mid x<a\}$，$B=\{x\mid 1<x<2\}$，且 $A\cup(\complement_{\mathbf{R}}B)=\mathbf{R}$，则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $a\leqslant 1$　B. $a<1$　C. $a\geqslant 2$　D. $a>2$

二、填空题

1. (2009·天津)设全集 $U=A\cup B=\{x\in\mathbf{N}^*\mid \lg x<1\}$. 若 $A\cap(\complement_U B)=\{m\mid m=2n+1, n=0,1,2,3,4\}$，则集合 $B=$________.

2. (2009·北京)设 A 是整数集的一个非空子集. 对于 $k\in A$，如果 $k-1\notin A$，且 $k+1\notin A$，那么称 k 是 A 的一个"孤立元". 给定 $S=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，由 S 的 3 个元素构成的所有集合中，不含"孤立元"的集合共________个.

3. (2009·湖南)某班共 30 人，其中 15 人喜爱篮球运动，10 人喜爱乒乓球运动，8 人对这两项运动都不喜爱，则喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为________.

4. (2008·福建)设 P 是一个数集，且至少含有两个数，若对任意 $a,b\in P$，都有 $a+b, a-b, ab, \frac{a}{b}\in P$(除数 $b\neq 0$)，则称 P 是一个数域. 例如有理数集 $\mathbf{Q}$ 是数域，有下列命题：①数域必含有 0,1 两个数；②整数集是数域；③若有理数集 $\mathbf{Q}\subseteq M$，则数集 M 必为数域；④数域必为无限集. 其中正确的命题的序号是________.(把你认为正确的命题序号都填上)

三、解答题

(2007·北京)记关于 x 的不等式 $\frac{x-a}{x+1}<0$ 的解集为 P，不等式 $|x-1|\leqslant 1$ 的解集为 Q.

(1)若 $a=3$，求 P；

(2)若 $Q\subseteq P$，求正数 a 的取值范围.

规律方法总结

命题探究

从近三年全国高考试题来看：

1. 在考查内容上，高考命题仍以考查概念与计算为主.

2. 题型主要是选择题、填空题，以解答题形式出现的题基本没有.

3. 从考核的背景上看，多与不等式、不等关系联系，并时有创新题出现.

4. 在能力要求上，注重基本知识和基本技能的考查，要求具备数形结合的思想意识，会借助 Venn 图、数轴等工具解决集合

数学家名言(三)

拿破仑说："一个国家只有数学蓬勃地发展，才能展现它国力的强大. 数学的发展和至善与国家繁荣昌盛密切相关".

爱因斯坦说："数学之所以比一切其他科学受到尊重，一个理由是因为他的命题是绝对可靠和无可争辩的，而其他的科学经常处于被新发现的事实推翻的危险……数学之所以有高声誉，另一个理由就是数学使得自然科学实现定理化，给予自然科学某种程度的可靠性."

智趣素材

运算问题.如2009辽宁,1;2009广东,1;2008上海,15等.

复习攻略

一、学法指导

1.集合是中学数学最基本的概念之一,基础问题往往体现集合的概念、运算、语言及简单的运用,而集合经常作为工具广泛应用于函数、方程、不等式、三角及曲线、轨迹等知识中,在高考中占有重要地位,逻辑思维能力是一种重要的思维能力,要注意逻辑思维能力在其他数学知识点中的渗透.

2.遇到集合问题首先要弄清这个集合的元素是什么(即代表元是什么),集合中的元素要满足什么条件.如$\{x|y=f(x)\}$,$\{y|y=f(x)\}$,$\{(x,y)|y=f(x)\}$,$\{x|f(x)>0\}$等分别表示什么集合.

二、解题指导

1.注意0,{0},$\varnothing$,$\{\varnothing\}$的关系

数0不是集合,{0}是含有一个元素0的集合,$\varnothing$是不含任何元素的集合,$\{\varnothing\}$是指以$\varnothing$为元素的集合.

2.注意数集与点集的区别

以数或点为元素的集合分别叫做数集或点集,要防止出现以下偏差:

(1)书写上的错误.误把点集$\{(2,3)\}$写成$\{2,3\}$或$\{x=2,y=3\}$;

(2)理解上的错误,误认为$\{y|y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$等价于$\{(x,y)|y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$或$\{x|y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$.

3."A是B的子集"的理解,意思是集合A中的任何一个元素都是B的元素,但不能把A是B的子集解释成A是由B中部分元素组成的集合,因为空集$\varnothing$是B的子集.

4."且"和"或"这两个联结词的意思,"且"的意思与通常理解的"既是,同时"是一样的,"或"的意思与通常所理解的"非此即彼"有区别,它是两者可兼的.

5.元素和集合的从属关系("$\in$"表属于,"$\notin$"表不属于);集合与集合之间的包含关系,如:$P\in A$与$P\subseteq A$意义是不同的,注意弄清$A\subseteq B$与$A\subset B$,$A\subseteq B$与$A=B$的关系与区别.

二年模拟训练

一、选择题

1.(2009·哈尔滨)已知集合$A=\{y|y=\log_2 x,x>1\}$,$B=\left\{y\left|y=\frac{1}{2^x},0<x<1\right.\right\}$,则$A\cap B$为 ( )

A.$\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　B.$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

C.$\left(\frac{1}{2},1\right)$　　D.$(0,2)$

2.(2009·岳阳)已知$A=\{x|x^2+x+a\leqslant 0\}$,$B=\{x|x^2-x+2a-1<0\}$,$C=\{x|a\leqslant x\leqslant 4a-9\}$且$A$、$B$、$C$中至少有一个不是空集,则$a$的取值范围为 ( )

A.$a\geqslant 3$　　B.$a<\frac{5}{8}$

C.$a<\frac{5}{8}$或$a\geqslant 3$　　D.$a\leqslant\frac{5}{8}$或$a>3$

3.(2008·天津)若集合$M=\{x|x^2-a<0\}$,$N=\{x||2-x|>x-2\}$,则"$0<a\leqslant 4$"是"$M\cap N=M$"的 ( )

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

4.(2008·大连)若$A=\{x\in\mathbf{Z}|2\leqslant 2^{2-x}<8\}$,$B=\{x\in\mathbf{R}||x-1|>1\}$,则$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)$的元素个数为 ( )

A.0　　B.1　　C.2　　D.3

5.(2007·湖南)已知$M=\{y|y=x^2\}$,$N=\{y|x^2+y^2=2\}$,则$M\cap N=$ ( )

A.$\{(1,1),(-1,1)\}$　B.$\{1\}$　C.$[0,1]$　D.$[0,\sqrt{2}]$

6.(2007·北京)设全集$U=\mathbf{R}$,集合$M=\{x|\sqrt{x}=\sqrt{x^2-2},x\in\mathbf{R}\}$,$N=\{x|\sqrt{x+1}\leqslant 2,x\in\mathbf{R}\}$,则$(\complement_U M)\cap N$等于 ( )

A.$\{2\}$　　B.$\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$

C.$\{x|x<2$或$2<x<3\}$　　D.$\{x|-1\leqslant x<2$或$2<x\leqslant 3\}$

二、填空题

1.(2008·南京)设P和Q是两个集合,定义集合$P-Q=\{x|x\in P$,且$x\notin Q\}$,若$P=\{1,2,3,4\}$,$Q=\left\{x\left|\sqrt{x+\frac{1}{2}}<2,x\in\mathbf{R}\right.\right\}$,则$P-Q=$________.

2.(2008·徐州)已知集合$A=\{3,m^2\}$,$B=\{-1,2m-1,3\}$,若$A\subseteq B$,则实数m的值为________.

3.(2007·银川)给出下列命题:①{正四棱柱}∩{长方体}={正方体};②函数$y=x^3$既是奇函数又是增函数;③不等式$x^2-4ax+3a^2<0$的解集为$\{x|a<x<3a\}$;④函数$y=f(x)$的图像与直线$x=a$至多有一个交点;⑤$A=\{x|f(x)=0,x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{x|g(x)=0,x\in\mathbf{R}\}$,$C=\{x|f(x)\cdot g(x)=0,x\in\mathbf{R}\}$,则$C=A\cup B$.其中正确命题的序号是________.

数学家名言(四)

邱成桐说:"现代高能物理到了量子物理以后,有很多根本无法做实验,在家用纸笔来算,这跟数学家想象的差不了多远,所以说数学在物理上有着不可思议的力量."

智趣素材

4.(2007·潍坊)若集合 $A=\{1,2,3,4\}$,$a\in A$,$b\in A$,那么方程 $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}=1$ 表示中心在原点、焦点在 y 轴上的椭圆有________个.

三、解答题

(2008·广州)已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\left\{x\left|\frac{6}{x+1}\geqslant1\right.\right\}$,集合 $B=\{x|x^2-2x-m<0\}$.

(1)当 $m=3$ 时,求 $A\cap(\complement_U B)$;

(2)若 $A\cap B=\{x|-1<x<4\}$,求 m 的值.

一年冲刺母题

【母题】 设函数 $f(x)=\frac{x-a}{x-1}$,集合 $M=\{x|f(x)<0\}$,$P=\{x|f'(x)>0\}$,若 $M\subset P$,则实数 a 的取值范围是( )

A. $(-\infty,1)$ B. $(0,1)$

C. $(1,+\infty)$ D. $[1,+\infty)$

【解析】 $f(x)=\frac{x-a}{x-1}=\frac{x-1+1-a}{x-1}=1+\frac{1-a}{x-1}$,当 $1-a<0$ 时,即 $a>1$ 时,$f(x)$ 在 $(-\infty,1)$ 和 $(1,+\infty)$ 上是增函数.此时 $M=\{x|1<x<a\}$,$\therefore M\subset P$,故选 C.

【变题 1】 设集合 $M=\{(x,y)|x^2+y^2=1,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$,$N=\{(x,y)|x^2-y=0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$,则集合 $M\cap N$ 中元素的个数为( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【变题 2】 含有三个实数的集合可表示为 $\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}$,也可表示为 $\{a^2,a+b,0\}$,则 $a^{2009}+b^{2009}=$________.

【变题 3】 对于集合 M,N,定义 $M-N=\{x|x\in M$ 且 $x\notin N\}$,$M\oplus N=(M-N)\cup(N-M)$,设 $A=\{y|y=x^2-3x,x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{y|y=-2^x,x\in\mathbf{R}\}$,则 $A\oplus B=$( )

A. $\left(-\frac{9}{4},0\right)$

B. $\left[-\frac{9}{4},0\right]$

C. $\left(-\infty,-\frac{9}{4}\right)\cup[0,+\infty)$

D. $\left(-\infty,-\frac{9}{4}\right)\cup(0,+\infty)$

1.2 命题与量词,基本逻辑联结词

考纲解读导航

考试内容

命题的概念,逻辑联结词的含义,复合命题的真假判定,全称量词与存在量词的意义

能力要求

能理解命题的概念,理解逻辑联结词的含义,会判定复合命题的真假,能理解全称量词与存在量词的意义,能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

从一加到一百

大约在高斯十岁时,老师出了一道难题:把 1 到 100 的整数写下来,然后把它们加起来!这个难题当然难不倒学过算数级数的人,但这些孩子才刚开始学算数呢!老师心想他可以休息一下了。但他错了,因为还不到几秒钟,高斯已经得出答案:5050.老师吃了一惊,高斯就解释他如何找到答案:$1+100=101$,$2+99=101$,$3+98=101$,…,$49+52=101$,$50+51=101$,一共有 50 对和为 101 的数目,所以答案是 $50\times101=5050$.由此可见高斯找到了算术级数的对称性,然后就像求解一般算术级数和的过程一样,把数目一对对地凑在一起.

智趣素材

知识结构梳理

夯实基础

1. 命题
能________________的语句叫做命题.
2. 全称量词与全称命题
(1)全称量词:短语"______"在陈述中表示所述事物的______,在逻辑中通常叫做全称量词.
(2)全称命题:含用______的命题.
(3)全称命题的符号表示
形如"对 M 中所有 $x, p(x)$" 的命题,可用符号简记为"______".
3. 存在量词与存在性命题
(1)存在量词:短语"______"或"______"或"______"在陈述中表示所述事物的______或______,逻辑中通常叫做________________.
(2)存在性命题:______的命题.
(3)存在性命题的符号表示
形如"存在集合 M 中的元素 $x, q(x)$"的命题,用符号简记为______.
4. 基本逻辑联结词
常用的基本逻辑联结词有"______"、"______"、"______".
5. 命题 $p\wedge q, p\vee q, \neg p$ 的真假判断

p	q	$p\wedge q$	$p\vee q$	$\neg p$
真	真	______	______	______
真	假	______	______	______
假	真	______	______	______
假	假	______	______	______

6. 含有一个量词的命题的否定

命题	命题的否定
$\forall x\in M, p(x)$	______
$\exists x\in M, p(x)$	______

自我反馈

1. 判定真假
2. (1)对所有的　全体　(2)全称量词
(3) $\forall x\in M, P(x)$
3. (1)有一个　有些　至少有一个　个体　部分　存在量词
(2)存在一个　(3) $\exists x, q(x)$
4. 或　且　非
5. 真　真　假　假　真　假　假　真　真　假　假　真
6. $\exists x\in M, \neg p(x)$　$\forall x\in M, \neg p(x)$

三年高考真题

一、选择题

1. (2009·浙江)设 α,β 是两个不同的平面, l 是一条直线,以下命题正确的是　(　)
A. 若 $l\perp\alpha, \alpha\perp\beta$,则 $l\subset\beta$　B. 若 $l/\!/\alpha, \alpha/\!/\beta$,则 $l\subset\beta$
C. 若 $l\perp\alpha, \alpha/\!/\beta$,则 $l\perp\beta$　D. 若 $l/\!/\alpha, l\perp\beta$,则 $l\perp\beta$
2. (2009·江西)下列命题是真命题的为　(　)
A. 若 $\frac{1}{x}=\frac{1}{y}$,则 $x=y$　B. 若 $x^2=1$,则 $x=1$
C. 若 $x=y$,则 $\sqrt{x}=\sqrt{y}$　D. 若 $x<y$,则 $x^2<y^2$
3. (2009·浙江)若函数 $f(x)=x^2+\frac{a}{x}(a\in\mathbf{R})$,则下列结论正确的是　(　)
A. $\forall a\in\mathbf{R}, f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数
B. $\forall a\in\mathbf{R}, f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数
C. $\exists a\in\mathbf{R}, f(x)$ 是偶函数
D. $\exists a\in\mathbf{R}, f(x)$ 是奇函数
4. (2009·辽宁)下列4个命题:
$P_1: \exists x\in(0,+\infty), \left(\frac{1}{2}\right)^x<\left(\frac{1}{3}\right)^x$;
$P_2: \exists x\in(0,1), \log_{\frac{1}{2}}x>\log_{\frac{1}{3}}x$;
$P_3: \forall x\in(0,+\infty), \left(\frac{1}{2}\right)^x>\log_{\frac{1}{2}}x$;
$P_4: \forall x\in\left(0,\frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{2}\right)^x<\log_{\frac{1}{2}}x$

国际数学界的最高奖——菲尔兹奖(一)

诺贝尔奖金中为什么没有设数学奖?对此人们一直有着各种猜测与议论.每年一度的诺贝尔物理、化学、生理学和医学奖,表彰了这几个学科中的重大成就,奖励了科学精英,可谓举世瞩目.不设数学奖,对于这个重要的基础学科,岂不是失去了一个在世界范围内评价重大成就和杰出人才的机会?

其实,数学领域中也有一种世界性的奖励,这就是每四年颁发一次的菲尔兹奖.在各国数学家的眼里,菲尔兹奖所带来的荣誉可与诺贝尔奖金媲美.

智趣素材

其中的真命题是 ( )

A. P_1，P_3 B. P_1，P_4 C. P_2，P_3 D. P_2，P_4

5.(2009·宁夏、海南)有四个关于三角函数的命题：

P_1：$\exists x\in \mathbf{R}, \sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1}{2}$

P_2：$\exists x,y\in \mathbf{R}, \sin(x-y)=\sin x-\sin y$

P_3：$\forall x\in[0,\pi], \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2}}=\sin x$

P_4：$\sin x=\cos y\Rightarrow x+y=\frac{\pi}{2}$

其中的假命题是 ( )

A. P_1，P_4 B. P_2，P_4 C. P_1，P_3 D. P_2，P_3

6.(2008·宁夏、海南)平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 共线的充要条件是 ( )

A. $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 方向相同

B. $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 两向量中至少有一个为零向量

C. $\exists \lambda\in \mathbf{R}, \boldsymbol{b}=\lambda \boldsymbol{a}$

D. 存在不全为零的实数 λ_1,λ_2，$\lambda_1\boldsymbol{a}+\lambda_2\boldsymbol{b}=\mathbf{0}$

7.(2007·山东)命题“对任意的 $x\in \mathbf{R}, x^3-x^2+1\leqslant 0$”的否定是 ( )

A. 不存在 $x\in \mathbf{R}, x^3-x^2+1\leqslant 0$

B. 存在 $x\in \mathbf{R}, x^3-x^2+1\leqslant 0$

C. 存在 $x\in \mathbf{R}, x^3-x^2+1>0$

D. 对任意的 $x\in \mathbf{R}, x^3-x^2+1>0$

二、填空题

1.(2009·安徽)对于四面体 $ABCD$，下列命题正确的是________.(写出所有正确命题的编号)

①相对棱 AB 与 CD 所在直线是异面直线；

②由顶点 A 作四面体的高，其垂足是$\triangle BCD$ 三条高线的交点；

③若分别作$\triangle ABC$ 和$\triangle ABD$ 的边 AB 上的高，则这两条高的垂足重合；

④任何三个面的面积之和都大于第四个面的面积；

⑤分别作三组相对棱中点的连线，所得的三条线段相交于一点.

2.(2009·江苏)设 α 和 β 为不重合的两个平面，给出下列命题：

①若 α 内的两条相交直线分别平行于 β 内的两条直线，则 α 平行于 β；

②若 α 外一条直线 l 与 α 内的一条直线平行，则 l 和 α 平行；

③设 α 和 β 相交于直线 l，若 α 内有一条直线垂直于 l，则 α 和 β 垂直；

④直线 l 与 α 垂直的充分必要条件是 l 与 α 内的两条直线垂直.

上面命题中，真命题的序号是________.(写出所有真命题的序号)

3.(2009·四川)设 V 是已知平面 M 上所有向量的集合.对于映射 $f:V\to V$，$\boldsymbol{a}\in V$，记 $\boldsymbol{a}$ 的象为 $f(\boldsymbol{a})$.若映射 $f:V\to V$ 满足：对所有 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\in V$ 及任意实数 λ,μ 都有 $f(\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b})=\lambda f(\boldsymbol{a})+\mu f(\boldsymbol{b})$，则 f 称为平面 M 上的线性变换.现有下列命题：

①设 f 是平面 M 上的线性变换，$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\in V$，则 $f(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=f(\boldsymbol{a})+f(\boldsymbol{b})$；

②若 $\boldsymbol{e}$ 是平面 M 上的单位向量，对 $\boldsymbol{a}\in V$，设 $f(\boldsymbol{a})=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{e}$，则 f 是平面 M 上的线性变换；

③对 $\boldsymbol{a}\in V$，设 $f(\boldsymbol{a})=-\boldsymbol{a}$，则 f 是平面 M 上的线性变换；

④设 f 是平面 M 上的线性变换，$\boldsymbol{a}\in V$，则对任意实数 k 均有 $f(k\boldsymbol{a})=kf(\boldsymbol{a})$.

其中的真命题是________.(写出所有真命题的编号)

规律方法总结

命题探究

1.近几年高考命题仍以基本概念和逻辑思维为考查对象，并且以本节知识作为工具而考查三角不等式、函数、立体几何、解析几何中的知识点.

2.题型主要是选择题和填空题.另外，逻辑推理知识是一个新的命题背景，赋分5分.如2009浙江，4；2009江苏，12；2009安徽，5等.

复习攻略

一、学法指导

1.“若 p 则 q”的非命题是“若 p 则 $\neg q$”，与它的否命题并不相同.分清否命题与命题的否定的区别，设 p 表示命题，非 p 就叫做命题的否定，如果原命题是“若 p，则 q”那么这个原命题的否定是“若 p，则非 q”，即只否定结论，而原命题的否命题是“若非 p，则非 q”，即既否定条件，又否定结论.

2.对逻辑联结词“或”、“且”、“非”的理解是学好简易逻辑的基础.对“或”的理解可联想到集合中“并集”的概念；对“且”的理解，可联想到集合中“交集”的概念；对“非”的理解，“非”是

国际数学界的最高奖——菲尔兹奖(二)

菲尔兹奖是由国际数学联盟(简称IMU)主持评定的，并且只在每四年召开一次的国际数学家大会(简称ICM)上颁发.菲尔兹奖的权威性，部分地即来自于此.

智趣素材

对命题的结论的否定.

3.全称量词与存在量词

命题	全称命题 “$\forall x\in A,p(x)$”	存在性命题 “$\exists x\in A,p(x)$”
表述方法	①所有的 $x\in A,p(x)$ 成立	①存在 $x\in A$,使 $p(x)$ 成立
	②对一切 $x\in A,p(x)$ 成立	②至少有一个 $x\in A$,使 $p(x)$ 成立
	③对每一个 $x\in A,p(x)$ 成立	③对有些 $x\in A$,使 $p(x)$ 成立
	④任选一个 $x\in A$,使 $p(x)$ 成立	④对某个 $x\in A$,使 $p(x)$ 成立
	⑤凡 $x\in A$,都有 $p(x)$	⑤有一个 $x\in A$,使 $p(x)$ 成立

二、解题指导

1.反证法是通过证明命题的结论的反面不成立而肯定原命题成立的方法,其步骤是先假设命题的结论不成立,然后从这个假设出发,经过推理论证,得出矛盾,最后由矛盾判定假设不正确,从而肯定命题的结论正确,当待证命题的结论涉及“不可能”、“不是”、“至少”、“唯一”字眼时,常常用反证法.

2.要判定全称命题是真命题,需对集合 M 中每个元素 x,证明 $p(x)$ 成立;如果在集合 M 中找到一个元素 x_0,使得 $p(x_0)$ 不成立,那么这个全称命题就是假命题.

3.要判定一个特称命题是真命题,只要在限定集合 M 中,至少能找到一个 $x=x_0$,使 $P(x_0)$ 成立即可;否则,这一特称命题就是假命题.

4.命题的否定形式有:

原语句	是	都是	$>$	至少有一个	至多有一个	$\forall x\in A$ 使 $p(x)$ 真
否定形式	不是	不都是	$\leqslant$	一个也没有	至少有两个	$\exists x\in A$ 使 $p(x)$ 假

全称命题的否定是特称命题,特称命题的否定是全称命题,因此,我们可以通过“举反例”来否定一个全称命题.

二年模拟训练

一、选择题

1.(2009·广州)如果命题“p 且 q”是假命题,“非 p”是真命题,那么 ( )

A.命题 p 一定是真命题

B.命题 q 一定是真命题

C.命题 q 一定是假命题

D.命题 q 可以是真命题,也可以是假命题

2.(2009·广州)下列命题错误的是 ( )

A.命题“若 $xy=0$,则 x,y 中至少有一个为零”的否定是:“若 $xy\neq0$,则 x,y 都不为零”

B.对于命题 p:“$\exists x\in\mathbf{R}$,使得 $x^2+x+1<0$”,则 $\neg p$ 是:“$\forall x\in\mathbf{R}$,均有 $x^2+x+1\geqslant0$”

C.命题“若 $m>0$,则方程 $x^2+x-m=0$ 有实根”的逆否命题为“若方程 $x^2+x-m=0$ 无实根,则 $m\leqslant0$”

D.“$x=1$”是“$x^2-3x+2=0$”的充分不必要条件

3.(2009·东莞)下列命题中,真命题是 ( )

A.$\exists x\in\mathbf{R},\sin x+\cos x=1.5$

B.$\forall x\in(0,\pi),\sin x>\cos x$

C.$\exists x\in\mathbf{R},x^2+x=-1$

D.$\forall x\in(0,+\infty),e^x>1+x$

4.(2009·潍坊)已知命题 p:$\exists x\in\mathbf{R},\sin x\leqslant1$,则 ( )

A.$\neg p$:$\exists x\in\mathbf{R},\sin x\geqslant1$

B.$\neg p$:$\forall x\in\mathbf{R},\sin x\geqslant1$

C.$\neg p$:$\exists x\in\mathbf{R},\sin x>1$

D.$\neg p$:$\forall x\in\mathbf{R},\sin x>1$

5.(2009·天津)已知命题 p:“$\forall x\in[1,2],x^2-a\geqslant0$”,命题 q:“$\exists x\in\mathbf{R},x^2+2ax+2-a=0$”,若命题“$p\wedge q$”是真命题,则实数 a 的取值范围是 ( )

A.$a\leqslant-2$ 或 $a=1$　　B.$a\leqslant-2$ 或 $1\leqslant a\leqslant2$

C.$a\geqslant1$　　D.$-2\leqslant a\leqslant1$

二、填空题

1.(2009·韶关)下列四个命题中:

①$\forall x\in\mathbf{R},2x^2-x+1>0$;

②“$x>1$ 且 $y>2$”是“$x+y>3$”的充要条件;

③函数 $y=\sqrt{x^2+2}+\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}$ 的最小值为 2.

其中是假命题的为________.(将你认为是假命题的序号都填上)

2.(2008·潍坊)已知命题 p:不等式 $|x|+|x-1|>m$ 的解集为 $\mathbf{R}$;命题 q:函数 $f(x)=-(5-2m)^x$ 是减函数.若 p 或 q 为真命题,p 且 q 为假命题,则实数 m 的取值范围是________.

智趣素材

长度单位“米”

在日常生活中,计算长度的单位我们一般使用“米”.但是关于“米”的使用,则是近二百年的事情.

18 世纪,随着科学技术的不断发展,人们对地球的知识了解得更加透彻.为了方便,科学家们假想出了经线和纬线.到了 1791 年,法国科学家认为,要测量地球的经线,首先要有一个明确的度量单位,于是他们规定地球经线的四千万分之一为 1 米.在法国科学界的大力推动下,“米”作为一种长度度量单位而得到世界各国的承认.

现在,“米”是一种最常用的长度度量单位.在公制中,科学家把通过巴黎子午线全长的四千万分之一作为 1 米.

3.(2008·广东)已知下列三个方程：$x^2+4ax-4a+3=0$，$x^2+(a-1)x+a^2=0$，$x^2+2ax-2a=0$ 至少有一个方程有实根，则实数 a 的取值范围是________.

4.(2009·南京)若命题"$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+ax+1<0$"是真命题，则实数 a 的取值范围是________.

三、解答题

1.(2009·中山)已知函数 $f(x)=x^2$，$g(x)=x-1$.

(1)若 $\exists x\in\mathbf{R}$ 使 $f(x)<bg(x)$，求实数 b 的取值范围；

(2)设 $F(x)=f(x)-mg(x)+1-m-m^2$，且 $|F(x)|$ 在 $[0,1]$ 上单调递增，求实数 m 的取值范围.

2.(2008·徐州)若 $r(x)$：$\sin x+\cos x>m$，$s(x)$：$x^2+mx+1>0$，如果 $\forall x\in\mathbf{R}$，$r(x)$ 为假命题且 $s(x)$ 为真命题，求实数 m 的取值范围.

一年冲刺母题

【母题】 已知两个命题 $r(x)$：$\sin x+\cos x>m$，$s(x)$：$x^2+mx+1>0$. 如果对 $\forall x\in\mathbf{R}$，$r(x)$ 与 $s(x)$ 有且仅有一个是真命题. 求实数 m 的取值范围.

【解析】 $\because \sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})\geqslant-\sqrt{2}$

$\therefore$ 当 $r(x)$ 是真命题时，$m<-\sqrt{2}$

又$\because$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$，$s(x)$ 为真命题，即 $x^2+mx+1>0$ 恒成立，有 $\Delta=m^2-4<0$

$\therefore -2<m<2$ $\therefore$ 当 $r(x)$ 为真，$s(x)$ 为假时，$m<-\sqrt{2}$

同时 $m\leqslant-2$ 或 $m\geqslant2$，即 $m\leqslant-2$

当 $r(x)$ 为假，$s(x)$ 为真时，$m\geqslant-\sqrt{2}$

且 $-2<m<2$，即 $-\sqrt{2}\leqslant m<2$

综上，实数 m 的取值范围是 $m\leqslant-2$ 或 $-\sqrt{2}\leqslant m<2$

【变题 1】 已知命题 p：$\exists x\in\mathbf{R}$，使 $\tan x=1$，命题 q：$x^2-3x+2<0$ 的解集是 $\{x|1<x<2\}$，下列结论：①命题"$p\wedge q$"是真命题；②命题"$p\wedge\neg q$"是假命题；③命题"$\neg p\vee q$"是真命题；④命题"$\neg p\vee\neg q$"是假命题. 其中正确的是 ( )

A. ②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ①②③④

【变题 2】 判断下列命题是全称命题还是存在性命题，并判断其真假.

(1)对数函数都是单调函数；

(2)至少有一个整数，它既能被 2 整除，又能被 5 整除；

(3)$\forall x\in\{x|x$ 是无理数$\}$，x^2 是无理数；

(4)$\exists x\in\{x|x\in\mathbf{Z}\}$，$\log_2x>0$.

【变题 3】 写出下列命题的否定，并判断命题的否定的真假，指出命题的否定属全称命题还是存在性命题.

(1)所有的有理数是实数；

(2)有的三角形是直角三角形；

(3)每个二次函数的图像都与 y 轴相交；

(4)$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-2x>0$.

长度单位"码"

智趣素材

计算长度的单位中有一个"码"，它是英制中比较常用的长度单位. 它的使用比米要早九百多年. 相传，它是由英国国王亨利一世设置的. 它的设置，体现出了君王"一言九鼎"的权威. 据说有一天，亨利一世上朝时，坐在宝座上无事可做，就召集几个大臣一起闲聊. 在闲谈之中，他伸直手臂，跷起大拇指，对大臣们说："你们听着，从我的鼻尖到大拇指的距离，作为一个基本的长度单位，就把它命名为'码'吧". 从此，"码"作为一个长度单位沿用到今天.

"码"的英文是 YARD，一码＝3 英尺，1 英里＝1760 码. 码与公制的换算关系是：1 码＝0.9144 米，码与市制的换算关系是：1 码＝2.7423 市尺.

1.3 充分条件、必要条件与命题的四种形式

考纲解读导航

考试内容

充分条件、必要条件、充要条件的概念与判定，命题的四种形式及其真假关系.

能力要求

理解充分条件、必要条件、充要条件的概念，并能判定出命题与命题之间的各种关系，了解命题的四种形式，在给出一个命题后能写出其他三种形式，能理命题四种形式的关系.

知识结构梳理

夯实基础

1. 充分条件与必要条件

(1)如果 $p\Rightarrow q$，则 p 是 q 的______，q 是 p 的______；

(2)如果 $p\Rightarrow q$，$q\Rightarrow p$，则 p 是 q 的______，记作______.

2. 四种命题及其关系

命题	表述形式
原命题	若 p 则 q
逆命题	______
否命题	______
逆否命题	______

自我反馈

1. (1)充分条件　必要条件　(2)充要条件　$p\Leftrightarrow q$

2. 若 q 则 p　若 $\neg p$ 则 $\neg q$　若 $\neg q$ 则 $\neg p$

三年高考真题

选择题

1. (2009·浙江)"$x>0$"是"$x\neq 0$"的　(　　)

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

2. (2009·陕西)"$m>n>0$"是"方程 $mx^2+ny^2=1$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆"的　(　　)

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

3. (2009·北京)"$\alpha=\frac{\pi}{6}$"是"$\cos 2\alpha=\frac{1}{2}$"的　(　　)

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

4. (2009·湖北)"$\sin\alpha=\frac{1}{2}$"是"$\cos 2\alpha=\frac{1}{2}$"的　(　　)

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

5. (2009·四川)已知 a,b,c,d 为实数，且 $c>d$，则"$a>b$"是"$a-c>b-d$"的　(　　)

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

6. (2009·重庆)命题"若一个数是负数，则它的平方是正数"的逆命题是　(　　)

A. "若一个数是负数，则它的平方不是正数"

B. "若一个数的平方是正数，则它是负数"

C. "若一个数不是负数，则它的平方不是正数"

D. "若一个数的平方不是正数，则它不是负数"

7. (2008·天津)设 a,b 是两条直线，α,β 是两个平面，则 $a\perp b$ 的一个充分条件是　(　　)

A. $a\perp\alpha,b/\!/\beta,\alpha\perp\beta$　B. $a\perp\alpha,b\perp\beta,\alpha/\!/\beta$

C. $a\subset\alpha,b\perp\beta,\alpha/\!/\beta$　D. $a\subset\alpha,b/\!/\beta,\alpha\perp\beta$

智趣素材

田忌赛马

有一天，齐王要田忌和他赛马，规定每个人从自己的上、中、下三等马中各选一匹来赛；并规定，每一匹马都比赛；并约定，每有一匹马取胜可获千两黄金，每有一匹马落后要付千两黄金.

当时，齐王的每一等次的马比田忌同样等次的马都要强，因而，如果田忌分别用自己相应等级的马与齐王比，则田忌要输三次，因而要输黄金三千两. 但是结果，田忌没有输，反而赢了一千两黄金. 这是怎么回事呢？

原来，在赛马之前，田忌的谋士孙膑给他出了一个主意，让田忌用自己的下等马去与齐王的上等马比，用自己的上等马与齐王的中等马比，用自己的中等马与齐王的下等马比. 田忌的下等马当然会输，但是上等马和中等马都赢了. 因而田忌不仅没有输掉黄金三千两，还赢了黄金一千两.

8.(2008·陕西)“$a=1$”是“对任意正数 x，$2x+\frac{a}{x}\geq 1$”的 ( )

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件

C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

9.(2008·辽宁)圆 $x^2+y^2=1$ 与直线 $y=kx+2$ 没有公共点的充要条件是

A.$k\in(-\sqrt{2},\sqrt{2})$

B.$k\in(-\sqrt{3},\sqrt{3})$

C.$k\in(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$

D.$k\in(-\infty,-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},+\infty)$

10.(2007·安徽)设 l,m,n 均为直线，其中 m,n 在平面 α 内，则“$l\perp\alpha$”是“$l\perp m$ 且 $l\perp n$”的 ( )

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件

C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

规律方法总结

命题探究

1.有关“充要条件”和四种命题的试题，主要考查对数学概念准确的记忆和深层次的理解.

2.试题以选择题、填空题为主，难度一般不大.

3.要求正确认识数学符号，对基础知识、基本题型求解准确熟练.如2009浙江，2；2009陕西，7等.

复习攻略

一、学法指导

1.“充分条件”和“必要条件”是数学中重要的概念之一，它讨论“若 p 则 q”的命题的条件和条件的逻辑关系.因此，必须真正弄懂它并善于应用它去分析和解决有关问题.

2.四种命题反映出命题之间的内在联系，要注意结合实际问题，理解其关系(尤其是两种等价关系)的产生过程，关于逆命题、否命题与逆否命题，也可以叙述为：

(1)交换命题的条件和结论，所得的新命题就是原来命题的逆命题；

(2)同时否定命题的条件和结论，所得的新命题就是原来的否命题；

(3)交换命题的条件和结论，并且同时否定，所得的新命题就是原命题的逆否命题.

二、解题指导

1.要注意否命题和命题的否定之间的区别；

2.在判断充要条件是，首先要弄清哪一个是条件，哪一个是结论，再次要弄清哪一个能推出哪一个.

二年模拟训练

一、选择题

1.(2008·济南)“$a=1$”是函数“$y=\cos^2 ax-\sin^2 ax$ 的最小正周期为 π”的 ( )

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件

C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

2.(2008·银川)已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 为两个非零向量，有以下命题：①$\boldsymbol{a}^2=\boldsymbol{b}^2$；②$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}^2$；③$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$ 且 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$.其中可以作为 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 的必要不充分条件的命题是 ( )

A.② B.①②③ C.②③ D.①③

二、填空题

1.(2009·上海)若 $y=f(x)$ 为定义在 D 上的函数，则“存在 $x_0\in D$，使得 $[f(-x_0)]^2\neq[f(x_0)]^2$”是“函数 $y=f(x)$ 为非奇非偶函数”的________条件.

2.(2008·无锡)“若 $a\notin M$ 或 $a\notin P$，则 $a\notin M\cap P$”的逆否命题是________.

三、解答题

1.(2009·潍坊)设 p：实数 x 满足 $x^2-4ax+3a^2<0$，其中 $a>0$，命题 q：实数 x 满足 $\begin{cases}x^2-x-6\leq 0\\ x^2+2x-8>0\end{cases}$.

(1)若 $a=1$，且 $p\wedge q$ 为真，求实数 x 的取值范围；

(2)若$\neg p$ 是$\neg q$ 的充分不必要条件，求实数 a 的取值范围.

智趣素材

逃不出的迷宫——理发师悖论

理发师悖论是个著名的悖论，是大数学家罗素提出来的.

故事的大概内容是这样的，兴城的国王是一个很注重礼仪的人，有一天他发布了一条命令，要求全城唯一的理发师负责给全城的人理发，凡是六个月不理发者将被斩首，作为酬谢，每给一个人理发可以领取一块银子，其他任何人不准给别人理发，但有人一直是自己理发的，所以理发师不许给这些人理发，如被发现就罚斩手，理发师一开始觉得很高兴，但仔细想了之后竟不寒而栗.于是在辛辛苦苦给人们理完一天的头发之后，他逃进了深山.

理发师之所以逃跑是因为他想到了自己的头发，如果他六个月不理，他会被斩首，如果他自己为自己理发他又属于一向自己动手理发的人，也会被斩首.这就是有名的理发师悖论.

2.(2008·南通)函数 $f(x)=\ln x-\frac{a(x-1)}{x}(x>0,a\in\mathbf{R})$.

(1)试求 $f(x)$ 的单调区间;

(2)当 $a>0$ 时,求证:函数 $f(x)$ 的图像存在唯一零点的充要条件是 $a=1$;

(3)求证:不等式 $\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}<\frac{1}{2}$ 对于 $x\in(1,2)$ 恒成立.

一年冲刺母题

【母题】 如果 x,y 是实数,那么"$xy>0$"是"$|x+y|=|x|+|y|$"的 ( )

A.充分但不必要条件　B.必要但不充分条件

C.充要条件　D.既不充分也不必要条件

【解析】 由 $xy\geq0$ 知 x,y 同号,则 $|x+y|=|x|+|y|$;从而 $xy>0\Rightarrow|x+y|=|x|+|y|$;而反之不一定成立,因为 $x=0,y\neq0$ 时,$|x+y|=|x|+|y|$ 成立,但 $xy>0$ 不成立.所以"$xy>0$"是"$|x+y|=|x|+|y|$"的充分但不必要条件.故选A.

【变题1】 已知 $h>0$,设命题甲为:两个实数 a,b 满足 $|a-b|<2h$;命题乙为:两个实数 a,b 满足 $|a-1|<h$ 且 $|b-1|<h$,那么甲是乙的 ( )

A.充分但不必要条件　B.必要但不充分条件

C.充要条件　D.既不充分也不必要条件

【变题2】 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题,并判断其真假.

(1)实数的平方是非负数;

(2)等底等高的两个三角形是全等三角形;

(3)弦的垂直平分线经过圆心,并平分弦所对的弧.

【变题3】 已知 $ab\neq0$,求证:$a+b=1$ 的充要条件是 $a^3+b^3+ab-a^2-b^2=0$.

1.4　一元二次不等式及其解法

考纲解读导航

考试内容

一元二次不等式及其解法

能力要求

①会从实际情境中抽象出一元二次不等式的模型.②通过函数图像了解一元二次不等式与相应的二次函数、一元二次方程的联系.③会解一元二次不等式,对给定的一元二次不等式,会设计求解的程序框图.

智趣素材

哥德巴赫猜想(一)

二百多年前,有一位德国数学家名叫哥德巴赫,他发现,每一个不小于6的偶数,都可以写成两个素数(也叫质数)的和,简称"1+1".例如:

6=3+3　100=3+97　1000=3+997

8=3+5　102=5+97　1002=5+997

12=5+7　104=7+97　1004=7+997……