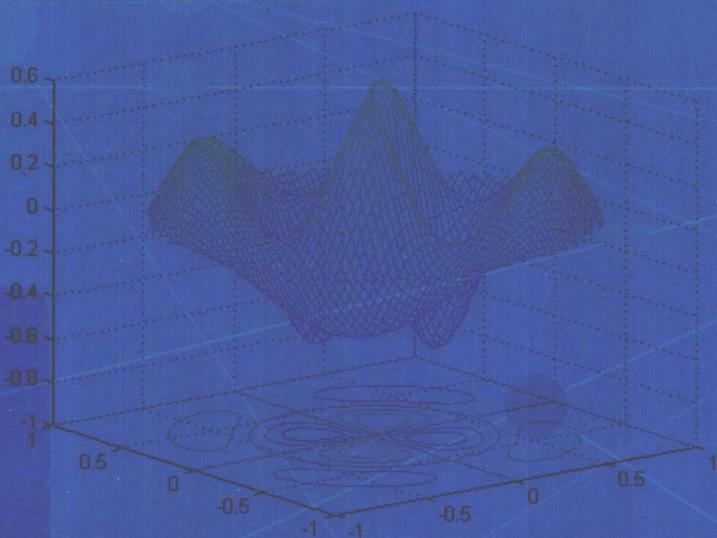
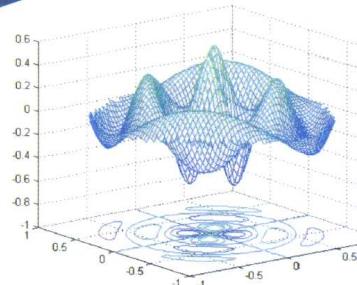




普通高等教育“十一五”国家级规划教材

计算物理 基础

◎ 彭芳麟



高等
教
育
出
版
社
Higher Education Press

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

计算物理基础

Jisuan Wuli Jichu

彭芳麟



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书以计算软件 MATLAB 为编程语言, 通过实例讲解了计算物理基础知识, 如: 数据拟合, 数值微积分, 解常微分方程与偏微分方程, 蒙特卡洛方法等。选取的内容基本上遵照了教育部物理学与天文学教学指导委员会所建议的“计算物理基础”教学规范的要求并略有增加。

本书在内容编排与讲解方法上有独特的风格, 突出了计算物理是编程语言学习、物理建模、计算方法应用以及用物理思想分析计算结果等四位一体的训练。着重强调了学习编程思路和训练编程技巧, 重视实践操作, 还增加了物理研究中很有用的可视化技巧如矢量场的可视化、动画技巧和图形界面的设计等。所选用的例子既有科研中的经典案例如混沌、分形等, 也有教学中的疑难问题如陀螺、电磁场问题等, 全部例子都附有参考程序, 以及程序运行所得的图形, 使版面显得生动, 有利于提高初学者的兴趣。

本书是国家精品课程“计算物理基础”所采用的教材, 其中的教学成果曾获 2005 年国家级教学成果二等奖, 它反映了我们多年来教改的成果, 也是师生之间能者为师, 教学相长的见证。本书不仅适合于作基础课的教材, 也可用于自学计算物理。对于需要使用计算物理作为工具的科研人员, 也是一本很有价值的参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

计算物理基础 / 彭芳麟. —北京: 高等教育出版社,
2010. 1

ISBN 978-7-04-028355-6

I . 计… II . 彭… III . 计算物理学-高等学校-教材
IV . O411.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 199184 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	咨询电话	400 - 810 - 0598
邮政编码	100120	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印 刷	北京四季青印刷厂	畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787 × 960 1/16	版 次	2010 年 1 月第 1 版
印 张	28.75	印 次	2010 年 1 月第 1 次印刷
字 数	540 000	定 价	33.60 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 28355-00

前　　言

自从2004年教育部物理学与天文学教学指导委员会建议开设本科生必修基础课“计算物理基础”以来，我们积极地响应并付诸实践。此前，我们已经为研究生开设了计算物理课，并有一些本科生旁听该门课程。在此基础上，通过检索国外大学相同课程的教学内容与教材，参照教学指导委员会提出的《计算物理基础课程教学规范》，经过数年教学与教改的实践，编写了这本教材。期间我们还出版了《理论力学计算机模拟》和《数学物理方程的MATLAB解法与可视化》两本书，我们的教改成果曾获2005年国家级教学成果二等奖等多种奖项，“计算物理基础”也被评为国家精品课。这几本书记录了我们的教改实践，是师生互教互学，能者为师，共同提高的见证。北京师范大学物理系历届听过此课的学生们为建设这门课程作出了创造性的贡献。唐朝大文学家韩愈在《师说》中说过，“弟子不必不如师，师不必贤于弟子。闻道有先后，术业有专攻，如是而已”。我们对此深有体会。

计算物理借助于计算机来做计算与研究。它涉及建立模型，选择计算方法，用语言编程以及结果分析。这个系统过程缺一不可，只有掌握了这四个方面的技能。才能独立地完成任务。过去这些训练分散在不同的课程中，不利于学生掌握使用这种方法。所以Steven E. Koonin说：“进行计算的本领很难通过标准的大学生物理系课程安排来培养，因为它需要三方面训练（物理学，数值分析和计算机程序设计）的综合，很少有物理系学生毕业时知道如何进行计算；那些具有这种知识的学生通常是在独立工作的过程中，比如通过学习一项研究课题或者一篇毕业论文，而学到一些有限的技巧。”^①我们赞同这种看法，在编写本书时特别注意这几种技能的综合训练。

本教材定位于普及计算物理基础知识，内容包括数据处理（拟合，插值，快速傅里叶变换等），数值微积分，解线性与非线性方程，解常微分方程与偏微分方程，蒙特卡洛方法等，都是最基本的计算技巧。此外还增加了物理研究中很有用的可视化技巧，如矢量场的可视化，动画技巧和图形界面的设计等。众所周知，计算已经与理论、实验并列为物理研究的主要手段。正如不学微积分是无法学习物理一样，在今天如果不会用计算机做计算也很难真正学好物理。更何况通过学习计算物理，还能学到与其他课程不同的分析方法与研究方法。所以，教学指导委员会才会把计算物理课

^① Steven E. Koonin. 计算物理学. 秦克诚, 译. 北京: 高等教育出版社, 1992

列为本科生必修课。

万事开头难，初学者如何迅速入门，是本书最关切的问题。作者深信，只要能入门，深造就有可能。为此，本书选择MATLAB作为编程语言，因为它具有“入门就能用”的特点，同时强大的计算功能与全面的可视化功能也使我们爱不释手。它解决了本课程课时少，内容多的困难。这不是唯一可选择的编程语言，但肯定是一个很好的选择。只要掌握了这种语言，学习其他语言也能触类旁通。我们发现，用软件教学在国内外都已经成为趋势。

教材中不仅介绍数值计算方法，而且都附有物理应用的实例程序。提供参考程序是为了使初学者少走弯路。教材强调了编程技巧的训练，一个物理问题常常会有几个程序，有的是计算方法不同，有的是编程思想不同，通过比较其中的优劣，使学生体会到，不仅要能够解决问题，还要提高解决问题的效率。教材中的例子既有科研中的经典案例如混沌、分形等，也有教学中的疑难问题如陀螺、电磁场问题等，这些问题的物理模型大多是学生所熟悉的，所缺乏的只是数值计算。本教材中的计算正好弥补了这个缺憾。

国外的同类教材有几种不同的编写方法，有的是按数值计算方法顺序讲述，如Steven E. Koonin的《Computational Physics》，Tao Pang的《An Introduction to Computational Physics》；也有的是按物理问题顺序讲述，如Harvey Gould等的《An Introduction to Computer Simulation Methods》；有的虽然是按物理问题顺序讲述，但对用到的数值计算方法是用附录的方式进行简介，如Nicholas J. Giordano等的《Computational Physics》。不同的编写方法有不同的优点，我们已经出版的两本书《理论力学计算机模拟》与《数学物理方程的MATLAB解法与可视化》就是讲常微分和偏微分方程在物理问题中的解法，本书则是按数值计算方法的顺序编排，目的是让初学者能对基本的数值方法有个系统的了解。

本书约需30个学时讲授，上机也需30个学时。使用本教材有较大的灵活性，如果觉得课时紧张，有些扩充性的内容可略去不讲，例如图形界面的制作、曲线拟合工具箱、偏微分工具箱、用指令bvp4c解边值问题与本征值问题等。还有一些物理应用的实例也不一定要在课堂上讲授，这些内容可留给学生课后阅读。

计算物理的起源及发展在张锁春研究员的《计算物理—科学计算—战略计算》^①一文中有所介绍。而在《中国计算物理学会发展20年》^②一书中则记录了国内计算物理的发展历程。

感谢多年来支持与帮助作者的同事与同行，感谢高等教育出版社及编辑高

^① 张锁春. 计算物理—科学计算—战略计算. 计算数学通讯, 2000 (2): 2—6

^② 张锁春. 中国计算物理学会发展20年. 香港: 博士苑出版社, 2004

健、李茜、庞永江等为此书所付出辛勤劳动。最后作者还要特别感谢北京大学第一医院院长刘玉村教授及其助手，是他们精湛的医术与高尚的医德帮助身患癌症的我重返工作岗位并能完成此书。

希望本书能为计算物理的基础教学作些铺路的工作，限于自身的水平，书中错漏之处在所难免，敬请读者指正。

彭芳麟

2009年10月

目 录

第一章 MATLAB简介	1
§1.1 MATLAB的操作界面	1
§1.1.1 操作界面介绍	1
§1.1.2 指令窗中的功能	2
§1.1.3 数据存储与显示	10
§1.2 数据格式与算符	13
§1.2.1 向量的输入	13
§1.2.2 矩阵	14
§1.2.3 列阵	19
§1.2.4 数据网格	20
§1.2.5 基元列阵	22
§1.2.6 结构数组	22
§1.2.7 字符和文本	23
§1.3 编程	24
§1.3.1 编辑程序	24
§1.3.2 调试程序	25
§1.3.3 设置搜索路径	27
§1.3.4 两类程序文件	28
§1.3.5 流程控制	31
§1.3.6 数据输入与输出	38
§1.4 作图	39
§1.4.1 作图功能概述	39
§1.4.2 二维曲线作图指令	40
§1.4.3 复数作图	42
§1.4.4 基本的三维图	43
§1.4.5 四维数据的表现——切片函数slice	47
§1.4.6 复变函数图形	48
§1.4.7 动画	50
§1.5 画物理场的专用指令	55
§1.5.1 等值线表现二维标量场	55
§1.5.2 等值面表现三维标量场	56
§1.5.3 用箭头、流线表现二维矢量场	57

§1.5.4 用箭头、流线、锥体、流管、流带表现三维矢量场	59
§1.6 图形窗口的编辑功能	66
§1.7 制作图形用户界面 (GUI)	69
§1.8 浮点运算与数值计算的误差	83
§1.9 物理应用：Logistic模型的周期分岔与混沌现象	87
§1.10 练习	94
第二章 迭代-分形图形	99
§2.1 迭代与分形	100
§2.1.1 分形树	100
§2.1.2 Sierpinski三角形	109
§2.1.3 科赫雪花曲线	116
§2.1.4 L系统	119
§2.2 复变函数迭代	120
§2.2.1 Julia集	120
§2.2.2 Mandelbrot集	124
§2.3 分形与分形维	126
§2.4 练习	132
第三章 数值微分与数值积分	134
§3.1 数值微分与数值积分	134
§3.1.1 数值微分的算法	134
§3.1.2 数值积分的算法	135
§3.2 MATLAB指令	138
§3.2.1 差分运算 (diff)	138
§3.2.2 梯度计算 (gradient)	138
§3.2.3 离散拉普拉斯算符 (del2)	139
§3.2.4 梯形积分 (trapz)	140
§3.2.5 累计梯形积分 (cumtrapz)	140
§3.2.6 函数积分 (quad, quadl)	141
§3.2.7 函数的二重积分 (dblquad)	142
§3.2.8 函数的三重积分 (triplequad)	142
§3.3 用符号工具箱计算微积分	143
§3.4 环形电流的磁场——物理场的可视化	144
§3.5 分子振动的半经典量子化	147
§3.6 练习	151

第四章 数据处理	154
§4.1 插值	154
§4.1.1 插值分类	154
§4.1.2 拉格朗日插值法	155
§4.1.3 分段三次埃尔米特插值	158
§4.1.4 MATLAB插值指令	159
§4.2 曲线拟合	161
§4.2.1 曲线拟合的最小二乘法	161
§4.2.2 多项式拟合	162
§4.2.3 多项式拟合的指令polyfit	163
§4.2.4 图形窗口的曲线拟合功能	164
§4.2.5 指数拟合	166
§4.2.6 线性最小二乘法的一般形式	167
§4.3 曲线拟合工具箱	168
§4.4 求方程的零点	176
§4.4.1 求单调连续函数 $f(x)$ 的实数根的算法	176
§4.4.2 MATLAB解方程的指令	178
§4.4.3 搜索函数的极小值	181
§4.5 快速傅里叶变换	183
§4.5.1 离散傅里叶变换	183
§4.5.2 傅里叶级数与傅里叶积分	185
§4.5.3 快速傅里叶变换的MATLAB指令	187
§4.5.4 快速傅里叶变换的算法	194
§4.6 练习	195
第五章 解常微分方程	198
§5.1 龙格—库塔法	198
§5.1.1 基本思想	198
§5.1.2 二阶龙格—库塔法	200
§5.1.3 三阶与四阶龙格—库塔法	201
§5.2 变步长的龙格—库塔法	202
§5.3 常微分方程组的初值问题	203
§5.4 用MATLAB解常微分方程	205
§5.5 刚性问题	213
§5.6 事件	216
§5.7 误差	220
§5.8 性能	224

§5.9 物理应用	225.
§5.9.1 刚体绕瞬心的转动方程	225
§5.9.2 弹簧摆运动	234
§5.9.3 圆锥陀螺运动	237
§5.10 边值问题和本征值	243
§5.10.1 边值问题的直接积分	243
§5.10.2 打靶法求弦振动方程本征值	246
§5.10.3 一维薛定谔方程的定态解	247
§5.11 用指令bvp4c解边值问题与本征值问题	250
§5.11.1 用指令bvp4c解一维本征值问题	251
§5.11.2 有两个解的边值问题	254
§5.11.3 马蒂厄方程的本征值	256
§5.11.4 艾登方程	258
§5.11.5 Falkner-Skan边值问题	260
§5.11.6 在 $x = 0$ 处有突变的问题	262
§5.12 练习	264
第六章 混沌	268
§6.1 单摆——从周期运动到混沌	268
§6.1.1 单摆的动力学方程	268
§6.1.2 周期运动	270
§6.1.3 有阻尼有驱动的情况——耗散系的混沌	283
§6.2 倒摆与达芬方程	290
§6.2.1 倒摆的运动方程	290
§6.2.2 倒摆的混沌运动	291
§6.3 自激振动——范德波尔方程	298
§6.3.1 运动方程	298
§6.3.2 VDP方程通向混沌的道路	300
§6.3.3 吸引子类型及其频谱	305
§6.3.4 分岔	309
§6.4 洛伦茨方程——奇怪吸引子	315
§6.4.1 倍周期窗与费根鲍姆数	324
§6.4.2 由阵发通向混沌	325
§6.4.3 庞加莱截面图	327
§6.5 练习	328

第七章 解偏微分方程	330
§7.1 差分法解热传导方程	330
§7.1.1 显式差分公式	330
§7.1.2 隐式公式与平均隐式公式	335
§7.2 差分法解弦振动方程	338
§7.2.1 显式格式	339
§7.2.2 初始条件	339
§7.2.3 实例	340
§7.3 差分法与松弛法解椭圆型方程	344
§7.3.1 显式差分公式	344
§7.3.2 边界条件	345
§7.3.3 迭代法与松弛法	346
§7.4 偏微分方程的工具箱 (PDETOOL)	349
§7.4.1 PDETOOL的功能演示	350
§7.4.2 PDETOOL中方程的输入格式	351
§7.4.3 边界条件	352
§7.4.4 可解问题的分类	352
§7.4.5 解题步骤	353
§7.4.6 解一维与三维问题	353
§7.4.7 拉普拉斯方程与泊松方程	354
§7.4.8 热传导方程	356
§7.4.9 波动方程	358
§7.4.10 平面区域的本征值问题	363
§7.5 特殊函数	371
§7.5.1 勒让德函数	373
§7.5.2 贝塞尔函数	376
§7.5.3 调用MAPLE计算特殊函数	379
§7.5.4 平面波展开	386
§7.5.5 环形电流的磁场	391
§7.5.6 高斯积分	399
§7.6 练习	402
第八章 蒙特卡罗方法	404
§8.1 蒙特卡罗方法的发展过程	404
§8.2 随机变量、密度函数与分布函数	406
§8.3 大数定理与中心极限定理	408
§8.4 随机数与随机抽样	412

§8.4.1 随机数的产生	413
§8.4.2 随机抽样	413
§8.5 计算定积分	417
§8.6 热力学的平衡态	422
§8.7 麦克斯韦速率分布律	424
§8.8 链式反应的模拟	426
§8.9 迭代函数系统 (IFS)	429
§8.10 分形生长模型	435
§8.10.1 抛射沉积模型	435
§8.10.2 森林和薄膜的关联生长	436
§8.10.3 DLA	438
§8.11 练习	440
参考文献	443

第一章 MATLAB简介

MATLAB是Matrix Laboratory（矩阵工作室）的缩写，是一个功能强大、界面友好的优秀数学软件；也称之为科学技术计算语言（the language of technical computing）。每年MATLAB都会推出新的版本，本书应用的是MATLAB7.3的版本。MATLAB易学好用，可以使非专业编程人员的物理工作者花费较少的时间也能编出高质量的程序，从而有更多时间与精力用到物理问题的研究上面。

本书是使用MATLAB作为编程语言讲授计算物理基础，为了方便没有学过MATLAB的本科生使用。本章先介绍一些在本书中用到的MATLAB基本知识，其内容限制在6课时左右。对学过MATLAB的读者，可以跳过本章，直接阅读其后的章节，想深入地学习研究MATLAB知识可以参考其他书籍。

微分与积分、矩阵运算、解常微分方程与偏微分方程是高等数学与数学物理方法的基本内容，是学习理论物理的数学基础，没有这些知识是不可能学习理论物理的。用计算机去计算微分、积分与矩阵，解常微分方程与偏微分方程，可以提高计算能力与计算效率，这成了计算物理的基本内容。由于计算机的强大计算功能，使用随机数作研究也是计算物理的基本内容。可以肯定，今后计算物理的用途会越来越多。所以，在理论、实验和科学计算已经在物理研究中成三足鼎立的时代，不会用计算机作计算，必有诸多不便之处。

用MATLAB完成这些计算，必须掌握MATLAB的计算功能、编程方法与作图技巧。本章将对这三个方面加以介绍。

§1.1 MATLAB的操作界面

§1.1.1 操作界面介绍

安装MATLAB以后，在WINDOWS的窗口会出现MATLAB的图标，用鼠标双击MATLAB的图标将看到如图1.1所示的MATLAB的操作界面(Desktop)。

在操作界面上有四个窗口（图中用圆圈标出），分述如下：

Command Window 指令窗口。是进行计算、运行指令与程序的基本工作环境。

Current Directory 当前工作目录。其功能相当于目录管理器。

Command History 自动记录用过的指令。用鼠标可以复制、删除或运

行这些指令。

Workspace

工作内存，显示当前在内存中存储的变量，可用矩阵编辑器编辑它们。

图1.1中显现有三个窗口，隐藏了一个窗口（工作内存窗口），点击它的名称可以将它显现出来。菜单Desktop是对窗口进行管理的各种指令，例如只要显现指令窗口，用鼠标依次逐层点击菜单Desktop/Desktop Layout/Command Window only。如要恢复默认设置则依次逐层点击菜单Desktop/Desktop Layout/Default。

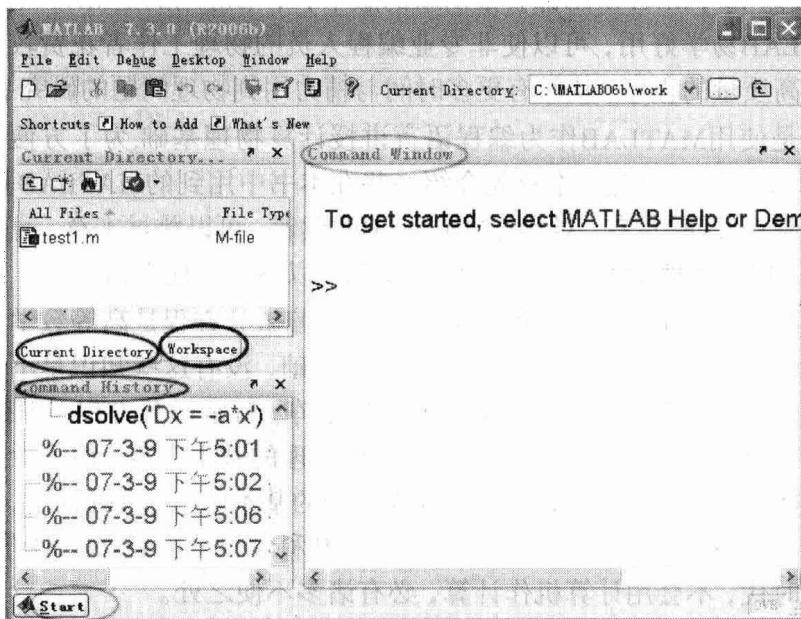


图 1.1 MATLAB的操作界面

要退出MATLAB的方法有三种：用鼠标点击操作界面窗口的右上角的×号，用鼠标点击菜单File/Exit MATLAB或者直接在指令窗中键入quit后回车。

工作界面左下的Start（图中也用圆圈标出）按钮可以打开帮助界面(help)、演示界面(demos)和其他工作界面。在demos界面下的Matlab/Desktop Tools and Development Environment目录下有关于这些窗口的视频，是Flash形式的动画，有英文解说，可以很快地了解窗口的详细用途。

这个界面上的其他一些图标与WINDOWS下的其他软件如WORD的图标的用法相似，这里不再细述。

§1.1.2 指令窗中的功能

在指令窗口的运算反映了MATLAB的基本特征，下面试举几例来说明如何在指令窗口进行数值计算、符号计算、作图和运行程序。在下面的例子中，>>是 MAT-

LAB 的运算提示符, 只有在这个符号后面才能从键盘输入运算式, 输入完成以后必须按回车键以后才能得到结果, 即例子中没有>>符号的行所显示的内容。

例1

```
>> A=52.738 %对A赋值  
A = 52.738 %按回车键以后屏幕显示结果  
>> a=3.2477e2 %对a赋值  
a = 324.77 %屏幕显现的结果  
>> B=A+a %加法计算A+a  
B = 377.51  
>> a=3.2477e-2 %重新给a赋值  
a = 0.032477  
>> B=A+a %重新计算A+a  
B = 52.77  
>> S='Hello' %输入字符串时要加单引号  
S = Hello
```

例1表明, 在数值计算中, 如果计算A+a, 则要先给A和a赋值, 赋值的方法是用等号。注意MATLAB的变量名是区分大小写的, 所以A与a是不同的变量。如果对a重复赋值, 则最后一次赋值才是a的实际值。如果将字符串赋予变量, 以后可以用该变量名调用这个字符串, 如上面对字符串Hello的操作就是如此, 以后调用S就能调出字符串Hello。

将计算结果显示在屏幕上要占用一定的时间, 会影响计算速度。有些复杂运算过程的中间结果, 是不需要显示的, 而在算式后加上分号以后, 计算结果就不会显现在屏幕上, 这样在有大量计算的程序中, 可以节省大量的用来显示中间计算结果的时间, 从而提高程序运行的速度。初学者往往由于不注意使用语句后面的分号, 造成程序运行缓慢。

数据可以用常规的十进制小数表示法, 如A的赋值; 也可以用科学计数法即10的幂次用e或E加正负数表示, 如 $1e2=10^2$, $1e-2=10^{-2}$, 例1中对a的两次赋值分别使用了正负幂次。

变量名用字母打头, 后面可以跟字母、数字、下划线, 数目不限。但只有变量名的前面63个字符有效。要查看一个变量的内容, 只需键入其名称, 如输入A, B, a等。需要强调的是, 决不可以用数字作变量名的开头, 比如变量名1a, 2a是无效的, 但a1, a2是合法的。也不可以用中文作变量名, 比如用速度、位移等名词作变量名是不行的, 但可以用它们的拼音作变量名以便记忆。变量名中也不可以包括空格、运算符号与标点。

在指令窗的所有输入过的变量名都会自动被 MATLAB 保存在工作内

存 (Workspace) 中，可以在工作内存窗口中查看，只要不关闭指令窗就可以调用它们。如果变量是一个矩阵，则点击工作内存中的变量名看到的数据以表格形式出现，可以对其中的数据进行修改，这就是MATLAB的矩阵编辑器。用指令whos可以查看工作内存中所有变量的名称。清除某个变量的语句格式为指令clear + 变量名，清除所有变量用指令clear all。清除屏幕上所有显示内容的指令是clc。

在窗口中还可以用以下指令来完成相应的工作。用后面介绍的help帮助系统可以更详细地了解它们的用法。

who	列出内存中的变量名	type	显示指定文件的内容
whos	列出内存中的变量名及其性质	which	列出文件所在的目录
clear	清除内存	dbtype	显示文件中带行号的内容
clc	清除工作窗中的显示内容	disp	显示文字或变量内容
clf	清除图形窗中的显示内容	edit	编辑指定的文件
what	查看指定目录下的文件名	close all	关闭所有窗口
exist	查找变量或文件	dir	列出指定目录下的文件

在例1中使用了加法算符+，在MATLAB中使用的其他数学运算符还有：

运算符	+	-	*	/	sqrt	^	()
含义	加	减	乘	除	开方根	幂	括号

例2 计算

$$2 \times (300 - 2i)^2 + \frac{1}{\sqrt{5 + 2i}}$$

```
>> 2*(300-2*i)^2+1/sqrt(5+2*i) %输入计算式
ans = 1.7999e+005 -2400.1i %回车后屏幕显示的计算结果
```

例2表明，MATLAB可用复数计算，运算符号和表达式与数学上使用的形式相近，i或j是默认的虚数单位，计算结果默认用ans表示。在MATLAB7.6以前的版本中，计算式只能使用圆括号，不能使用中括号与花括号。在7.6版本中已经可以使用中括号。

MATLAB可以进行关系运算，使用的关系运算符是：

运算符	<	<=	>	>=	==	~=
含义	小于	小于等于	大于	大于等于	等于	不等于

进行关系运算时，如果结果为真，输出值为1，如果结果为假，输出值为0。

```
>> a=3, b=5 %给变量a,b赋值
a=3
b=5
```

```
>> a>b %比较是否a>b
ans=0 %输出值为0,即表达式a>b为假
>> a<b %比较是否a<b
ans=1 %输出值为1,即表达式a<b为真
```

MATLAB的逻辑运算符有：

运算符	&	-	~	xor
含义	与	或	非	异或

下面是例子：

```
>> A=[1, 3, -1, 0, 7, 2] %输入向量A
>> B=^(A>2) %找出A中不大于2的元素的位置
B =1 0 1 1 0 1
>> D=A.*B %找出A中不大于2的元素
D =1 0 -1 0 0 2
>> C=(A>0)&(A<3) %找出A中大于0小于3的元素的位置
C =1 0 0 0 0 1
>> E=A.*C %找出A中大于0小于3的元素
E =1 0 0 0 0 2
```

应用 $c=\text{xor}(a,b)$ 的结果如下：

a	0	0	非0	非0
b	0	非0	0	非0
c	0	1	1	0

MATLAB的许多计算功能都是用指令来实现的，这些指令相当于一批可以直接调用的小程序。只要按照设定的格式输入，就会得到固定格式的输出。这些指令的使用十分简单，使用方法大致相同，我们以解方程的指令solve作个示范。

例3 解三角方程

$$\cos 2x + \sin x = 1$$

```
>>s = solve('cos(2*x)+sin(x)=1')
s =
pi
1/6*pi
5/6*pi
```