

高等学校规划教材

结构力学

上册

长安大学结构力学教研室

王新华 贾红英 李悦

赵均海

编

审

JIEGOU
LIXUE



化学工业出版社

0342

U

0342

W090

上

高等学校

结构力学

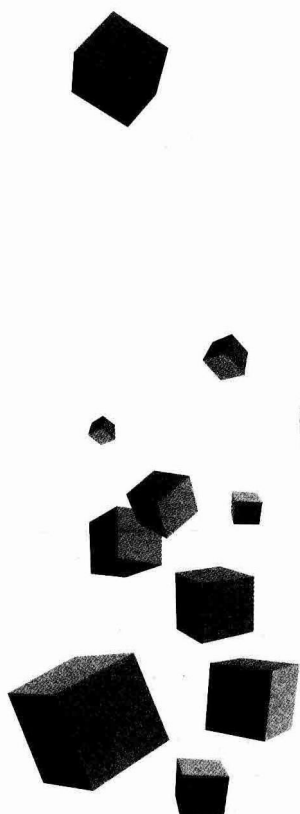
上册

长安大学结构力学教研室

王新华 贾红英 李悦

赵均海 审

编



化学工业出版社

· 北 京 ·

本书根据国家教育部审定的《结构力学课程教学基本要求》编写,全书分上、下两册。上册为课程的基础部分,内容包括:平面体系的几何组成分析,静定结构的内力计算,虚功原理与结构的位移计算,计算超静定结构内力的力法、位移法和实用计算法,影响线及应用。下册为专题部分,内容包括:矩阵位移法,结构动力计算基础,结构的极限荷载。

本书可作为土木工程、水利工程专业本科教材。其上册可作为土木工程管理专业、给水排水专业、工程管理专业本科,以及土木工程、水利工程专业专科等少学时结构力学课程的教材。也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学. 上册/王新华,贾红英,李悦编. —北京:
化学工业出版社, 2010. 3
高等学校规划教材
ISBN 978-7-122-07683-0

I. 结… II. ①王…②贾…③李… III. 结构力学-
高等学校-教材 IV. O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 016501 号

责任编辑: 满悦芝
责任校对: 吴 静

文字编辑: 张绪瑞
装帧设计: 尹琳琳

出版发行: 化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011)
印 装: 北京市兴顺印刷厂
787mm×1092mm 1/16 印张 13 $\frac{1}{4}$ 字数 349 千字 2010 年 4 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询: 010-64518888 (传真: 010-64519686) 售后服务: 010-64518899
网 址: <http://www.cip.com.cn>
凡购买本书, 如有缺损质量问题, 本社销售中心负责调换。

定 价: 28.00 元

版权所有 违者必究

前 言

本书依据教育部高等学校力学教学指导委员会力学课程教学分委员会结构力学课程指导小组的《结构力学课程教学基本要求 (A类)》编写。其内容为土木、水利和路桥专业本科 (四年制) 的必学内容。编写中主要参考了龙驭球、包世华主编的《结构力学教程 I、II》，杨蓓康、李家宝主编的《结构力学》上、下册，杨天祥主编的《结构力学》上、下册，以及李廉锟主编的《结构力学》上、下册等。

本书旨在体现对结构力学课程的基本要求及专业技术基础课程的特点。着眼于课程基本内容的基本理论、基本概念和基本方法的论述。通过例题尽可能描述运用结构力学基本概念和综合利用结构力学概念分析、解决问题的思路和方法。通过安排适量的与内容紧密相关的思考题和习题，引导读者掌握知识点并得到结构分析和计算的基本能力的训练。

全书由王新华任主编。执笔李悦 (第3章)，贾红英 (第4章)，王新华 (第1、2章，第5章~第11章及其他)。并由长安大学建筑工程学院结构力学教研室主任刘鸣老师、刘青和魏雪英两位老师帮助校稿，他们提出了许多有益的建议。

本书由教育部高等学校教学指导委员会力学类专业教学指导分委员会委员、陕西省力学学会副理事长、长安大学博士生导师赵均海教授审阅，他提出了许多宝贵的意见并对定稿进行了具体的指导。此外，本书在成书过程中还得到研究生周蓉、李天华、张东芳、韩向丽、王继秀的鼎力帮助。在此，谨致诚挚的谢意。

限于编者水平，书中难免有疏漏和不足之处，恳请读者批评和指正。

长安大学建筑工程学院结构力学教研室

编者

2010年2月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 结构力学研究的对象和任务	1
1.2 杆系结构的计算简图	2
1.2.1 平面杆系结构的计算简图	3
1.2.2 常见结构的计算简图	4
1.3 平面杆系结构的分类	6
1.4 荷载分类	6
第 2 章 体系的几何组成分析	8
2.1 概述	8
2.2 体系的自由度	8
2.3 平面几何不变体系的简单组成规则	13
2.4 不满足规则约束方式的情况	17
2.5 无限远虚铰的影响	19
2.6 体系的几何组成与静定性	21
第 3 章 静定结构的内力	26
3.1 单跨静定梁	26
3.1.1 梁的内力和指定截面的内力 计算	26
3.1.2 内力图 and 直杆内力图特征	28
3.1.3 直杆段弯矩图叠加法	29
3.2 多跨静定梁	32
3.2.1 阶梯式多跨静定梁的内力计算	33
3.2.2 悬跨式多跨静定梁的内力计算	35
3.3 静定刚架	37
3.3.1 静定刚架的支座反力	37
3.3.2 刚架的内力和内力图	40
3.3.3 快速作静定刚架的弯矩图	43
3.4 静定拱	44
3.4.1 三铰拱(平拱)在竖向荷载作用下 的内力	45
3.4.2 拱的内力和内力图	46
3.4.3 拱的压力线与合理拱轴线	49
3.5 静定桁架	50
3.5.1 桁架概述	50
3.5.2 桁架的内力计算	51
3.6 静定组合结构	60
3.7 静定结构的特性	61
第 4 章 静定结构的位移计算	68
4.1 概述	68
4.2 刚体的虚功原理及应用	69
4.2.1 虚功概念	69
4.2.2 刚体的虚功原理及应用	69
4.3 支座移动引起的位移	71
4.3.1 支座移动时静定结构的位移 计算	71
4.3.2 广义力与广义位移	72
4.4 变形体位移计算的一般公式	73
4.5 荷载引起的位移	75
4.6 图乘法	77
4.7 温度变化引起的位移	83
4.8 线性体系的互等定理	85
4.8.1 功的互等定理	85
4.8.2 位移互等定理	86
4.8.3 反力互等定理	87
4.8.4 反力和位移互等定理	88
*4.9 变形体系的虚功原理	88
4.9.1 变形体系的虚功方程	88
4.9.2 变形体系虚功方程的证明	90
第 5 章 力法	93
5.1 力法基本概念	93
5.2 力法基本未知量的判定	94
5.3 荷载作用下的力法典型方程	95
5.3.1 两次超静定结构的力法方程	95
5.3.2 力法典型方程	95
5.4 结构在荷载作用下的内力计算示例	99

5.5 在支座移动、温度改变时的内力计算	103	5.8 对称结构的半结构法	114
5.5.1 支座移动的影响	103	5.8.1 结构对称轴处的位移和受力特点	114
5.5.2 温度变化的影响	105	5.8.2 半结构的取法	115
5.6 超静定结构的位移计算及力法计算结果校核	107	5.9 超静定拱的内力	118
5.6.1 超静定结构的位移计算	107	5.9.1 两铰拱的计算	118
5.6.2 力法计算结果的主要校核条件	110	* 5.9.2 弹性中心法	120
5.7 力法计算中的对称性应用	111	* 5.9.3 弹性中心法计算对称无铰拱	122
第6章 位移法	128		
6.1 位移法基本概念	128	转角位移方程	133
6.2 位移法基本未知量的判定	129	6.3.3 A端固定B端定向滑动等截面梁的转角位移方程	134
6.3 等截面受弯直杆的转角位移方程	131	6.4 直接由平衡条件建立位移法方程	136
6.3.1 两端固定等截面梁的转角位移方程	131	6.5 位移法的典型方程及应用	140
6.3.2 A端固定B端铰支等截面梁的		6.6 位移法计算示例	145
第7章 实用计算法	153		
7.1 概述	153	7.2.4 多结点的力矩分配法	156
7.2 力矩分配法	153	7.3 无剪力分配法	161
7.2.1 基本概念及术语	153	7.3.1 无剪力分配法基本思路	161
7.2.2 力矩分配法的基本概念	154	7.3.2 剪力静定杆件的固端弯矩、转动刚度	161
7.2.3 非结点力矩的处理和力矩分配法的基本步骤	155	7.4 剪力分配法和反弯点法	164
第8章 影响线及其应用	170		
8.1 概述	170	大小	183
8.2 静力法作静定梁影响线	171	8.6.2 最不利荷载位置的概念	184
8.2.1 简支梁的影响线	171	8.6.3 最不利荷载位置的一般判别式	184
8.2.2 伸臂梁和悬臂梁的影响线	172	8.7 三角形影响线的临界荷载	186
8.2.3 多跨静定梁的影响线	173	8.8 简支梁的内力包络图和绝对最大弯矩	188
8.3 间接荷载下的影响线	175	8.8.1 简支梁的内力包络图	188
8.4 机动法作静定梁的影响线	177	8.8.2 简支梁的绝对最大弯矩	188
* 8.5 静力法作静定桁架影响线	180	8.9 连续梁的影响线轮廓和内力包络图	190
8.5.1 截面法	180	8.9.1 超静定结构的影响线	190
8.5.2 结点法	182	8.9.2 作连续梁的影响线轮廓	191
8.6 影响线的应用	183	8.9.3 连续梁的内力包络图	192
8.6.1 利用某量值S影响线求该量值的			
附录 习题参考答案	197		
参考文献	203		

第 1 章 绪 论

1.1 结构力学的对象和任务

在土木工程中,结构指建筑物或构筑物中起承受荷载及骨架作用的部分。例如,多层框架房屋是由屋面板、楼板、梁、柱和基础等构件组成的结构体系。结构也可以是一个构件,如挡土墙、单跨桥梁以及单独分析的屋架、基础等。

结构中的构件可按变形特点分为柔性构件和刚性构件两类。当荷载的位置或布置方式改变时,有显著变形且几何形状也随之改变的构件叫柔性构件^①。如缆索、索网、薄膜或篷布等。柔性构件只能承受拉力。当荷载无论怎样变化时,变形微小且几何形状并无明显改变特征的构件叫刚性构件。如砖、石、钢筋混凝土等材料制成的构件。柔性构件一般只是结构的一部分。常见建筑的结构一般由刚性构件构成。本课程仅涉及由刚性构件构成的结构。

通常,刚性构件组成的结构(图 1.1.1)可按其构件的几何尺度特征分为以下三类:

杆系结构——由长度远大于横截面尺度的直杆或曲杆组成,是普遍使用的结构形式,如桥梁结构、框架结构等。

薄壁(壳)结构——由长度和宽度远大于厚度的平面或曲面薄板组成。常用于较大跨度的屋面,如用作影剧院、展览馆等的屋面结构。

实体结构——三维尺度大致为同一数量级的块体。如块式基础、大坝、挡土墙等。

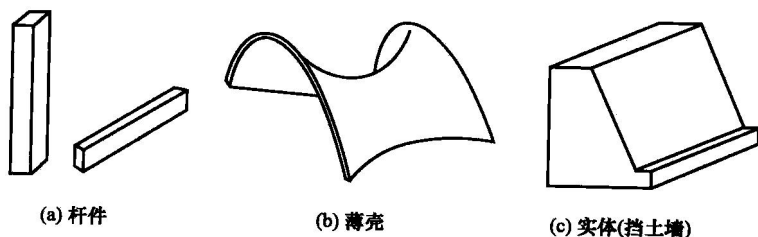


图 1.1.1 刚性构件组成的结构

结构力学的研究对象是杆系结构^②。在先修的材料力学中,已由单根杆件结构建立了杆件的应力(或内力)、应变(或变形)的概念,以及杆件的强度、刚度和稳定性理论。结构力学主要研究结构的基本组成规则及合理形式,计算杆系结构内力、位移的基本原理和方法,以及对结构进行概念分析的知识。研究结构的基本组成规则,是为了在结构自身的构件组成及连接方式上确保结构的稳定平衡。研究结构的内力和位移的计算以及对结构进行概念分析,前者主要用于验算结构的强度、刚度和稳定性,确保结构的内力和变形在安全、正常使用范围内;后者则是综合应用结构力学概念(力学基本概念,各类结构的内力、变形特

① 《建筑结构——分析方法及其设计应用》(第 4 版)(美) Daniel L. Schodek 著,罗福午等译,清华大学出版社。
② 薄壳和实体结构将在弹性力学课程中研究。

征, 等) 对结构内力、变形进行定性分析, 以及对结构计算的结果进行定性判断和校核。

因许多实际工程结构的受力分析都可以简化为平面问题, 又因空间结构、平面结构受力分析的基本力学原理和方法相同 (只是维数的区别), 而平面结构的分析、计算以及表达要简单明了得多, 所以本书主要研究平面杆系结构。

结构力学假定结构为线性结构^❶ (除第 11 章外), 即结构满足物理线性和几何线性。物理线性, 指结构的材料在线弹性范围内工作, 应力与应变成正比。几何线性, 指结构变形微小, 结构的受力分析仍可用变形前的尺寸。线性结构的内力与荷载、内力与变形 (或荷载与位移) 均成正比例关系。于是, 结构的力学分析和计算可以应用叠加原理。

1.2 杆系结构的计算简图

直接对实际工程结构进行力学方面的分析是不可能的, 也是不必要的。将工程结构进行力学抽象, 得到一个能代替其进行力学分析和计算的简化图形, 叫结构计算简图。

结构计算简图的简化原则是, 反映结构真实的受力状态, 并可方便计算。确定结构的计算简图, 是一个对结构的受力状态进行去粗取精, 去伪存真, 抓主要矛盾的过程。最后获得的计算简图应能体现结构的主要受力和变异性特征, 能使计算真实、可靠并可方便计算。

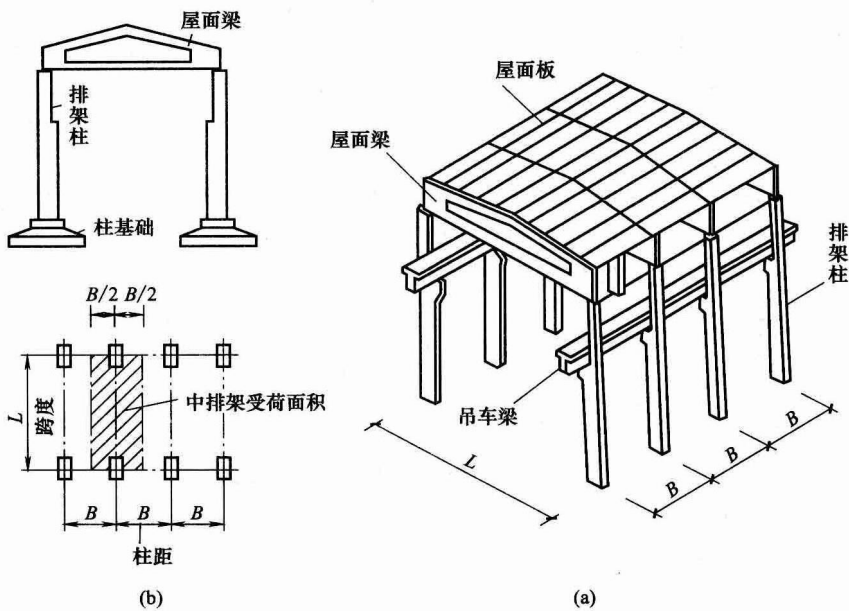


图 1.2.1 结构计算简图

结构的受力分析首先应决定是按空间还是平面问题考虑。结构通常是空间体系, 承受三维荷载的作用。但当空间结构的结构布置均匀, 荷载也均匀分布, 使结构有近似平面内的受力状态时, 可简化为平面结构。如图 1.2.1 (a) 为一单层厂房的上部结构 (柱底固定在柱基础上), 由若干单榀排架沿厂房纵向 (柱距方向) 等柱距布置构成。单榀排架中的柱、基础和屋面梁轴线在同一个竖直平面内, 且各榀排架承受的自重和屋面竖向分布荷载相近, 如

❶ 结构力学中研究的结构, 仍应用材料力学对结构构件的材性所作的基本假设, 即在结构构件整个体积内部, 材料连续、均匀和各向同性的假设。对在线弹性范围内工作的结构, 仍有应力与应变成正比及平截面假定。

图 1.2.1 (b) 所示中间任一榀排架所承担屋面荷载面积都相同。不难看出, 厂房结构在自重和屋面荷载作用下近似于平面受力状态。因此, 可将单层厂房结构简化为各个单榀排架按平面力系进行受力分析。

以下讨论平面杆系结构计算简图的简化和组成。

1.2.1 平面杆系结构的计算简图

杆件, 杆件之间的连接, 以及上部结构与大地或支承物之间的连接, 是组成杆系结构的三个成分。其中杆件既是受荷又是传力的主体, 两个“连接”主要起连接和传力作用。在杆件结构计算简图中, 杆件简化为杆轴线, 仍称作杆件; 杆件之间的连接简化称为结点; 上部体系与大地的连接简化称为支座。

平面杆系结构计算简图将结构中各杆件轴线、结点和支座均视为在同一个平面内。

(1) 结点 起连接杆件并在所连杆端之间传力的作用。结构中的结点有铰结点、刚结点两种基本形式。

① 铰结点 是各相连杆端在同一个销轴上且为光滑、无摩擦接触的铰连接。如图 1.2.2 (a) 所示为两个杆端铰接的简图, 称作铰结点 B 或铰 B 。铰结点连接的各杆端在平面内有共同的线位移, 但可发生各自独立的绕铰心 (即销轴) 的转动。即, 铰结点约束所连各杆端之间不能发生相对线位移, 但允许各杆端之间的相对转动。因此铰结点可在各杆端间传递力, 但不传递力矩 (或弯矩)。

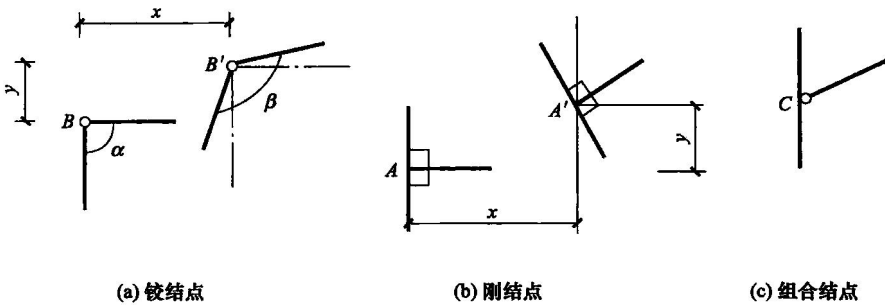


图 1.2.2 结点

② 刚结点 是各相连杆端汇交处为一整体的刚性连接。如图 1.2.2 (b) 所示为三个杆端刚接的简图, 称作刚结点 A 。用刚结点相连的各杆端在平面内有完全相同的位移。即, 刚结点约束所连各杆端之间既不能发生相对线位移, 也不能发生相对角位移。因此刚结点在各杆端之间能传递力又能传递力矩。

此外, 铰结点与刚结点还可结合起来构成组合结点, 如图 1.2.2 (c) 所示。组合结点中相互刚接的杆端不能相对转动, 相互间可传递弯矩; 而相互铰接的杆端以及它们与刚接部分之间可以相对转动, 相互间只能传递力。

(2) 支座 起连接结构和大地并将结构的荷重传给大地 (或支承物) 的作用。常见结构的支座有以下基本类型。

① 活动铰支座 大地与结构之间用一根链杆 (两端是铰的刚性短直杆) 的连接。如图 1.2.3 (a) 所示一杆的 A 端与大地之间用一活动铰支座的连接。从微小运动角度考虑, 杆端 A 受竖直链杆约束时有微小的水平位移 (即在以链杆的大地上的铰为中心、以链杆长为半径的圆弧上 A 点的切线方向的位移) 和绕铰 A 的微小转动, 而不能发生竖向位移。即, 由活动铰支座支承的结构端可发生垂直于支座链杆轴线方向上的线位移以及转角位移, 不能发生沿支座链杆轴向的线位移。活动铰支座可产生在支座链杆轴向的支座反力, 见图 1.2.3 (b)。

② 固定铰支座 结构与大地之间用两根不平行的链杆并与结构端铰接于一点的连接。如图 1.2.4 (a) 或 (b) 所示一杆 A 端与一固定铰支座的连接简图。因两根链杆与大地构成的三角形的边长不变, 铰 A 的位置即被固定。因此, 铰接于 A 点的杆端只能发生绕铰 A 转动, 而没有任何线位移。即, 由固定铰支座支承的结构端只能发生转角位移, 不能发生任何线位移。固定铰支座产生的支座反力的大小和方向都要确定, 通常可分解为水平和竖直两个正交方向上的支座反力, 见图 1.2.4 (c)。

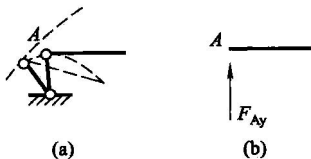


图 1.2.3 活动铰支座

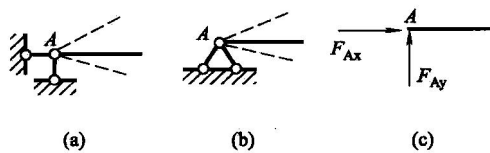


图 1.2.4 固定铰支座

③ 固定支座 结构端与大地为整体刚性连接。如图 1.2.5 (a) 所示一杆 A 端与大地之间用固定支座连接的简图。由固定支座支承的结构端相对于大地不能发生任何位移 (包括线位移和角位移)。固定支座可产生两个正交方向上的支座反力和一个支座反力矩, 见图 1.2.5 (b)。

④ 定向滑动支座 结构用刚接在结构端的短臂上的两个平行链杆与大地连接, 如图 1.2.6 (a) 所示。从微小运动角度考虑, 受两平行链杆轴向的约束及其对短臂转动的约束, 杆 A 端只能有沿垂直于两链杆平行方向上的线位移。即, 由定向滑动支座支承的结构端, 只能发生垂直于两平行链杆轴向的线位移, 不能发生在两平行链杆轴向的线位移以及转角位移。定向滑动支座可产生两平行链杆轴向的一个支座反力和一个支座反力矩, 见图 1.2.6 (b)。

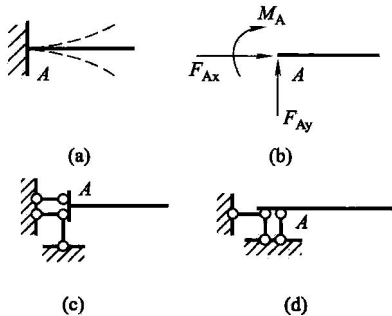


图 1.2.5 固定支座

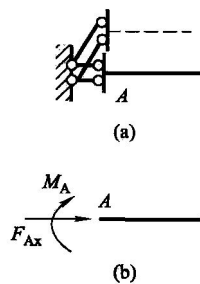


图 1.2.6 定向滑动支座

容易看出, 若在定向滑动支座上加一个与原两链杆不平行的链杆, 约束结构端将不能发生任何位移。这等效于固定支座的约束。因此, 固定支座简图又可表示成图 1.2.5 (c) 或 (d) 所示的形式。

1.2.2 常见结构的计算简图

通常, 结构计算简图中的结点及支座形式, 主要考虑这些连接的实际构造所能产生的约束能力。下面是结构计算简图的几个例子。

图 1.2.1 (a) 所示单厂的结构, 当屋面大梁、柱及柱基础均采用预制构件现场组装时, 大梁端部与柱顶、柱底与基础之间的连接构造如图 1.2.7 (c)、(b) 所示。大梁两端与柱顶用螺栓加焊接连接, 即在梁端底面预埋钢板并与带缺口支承钢板焊接, 然后由柱顶预埋螺栓就位, 拧紧螺母, 再将支座钢板与柱顶预埋钢板焊接。该连接方式将大梁支承于柱顶, 使梁两端均不能发生竖直和水平方向的位移, 但此连接约束转动的能力较小, 梁可发生相对于柱

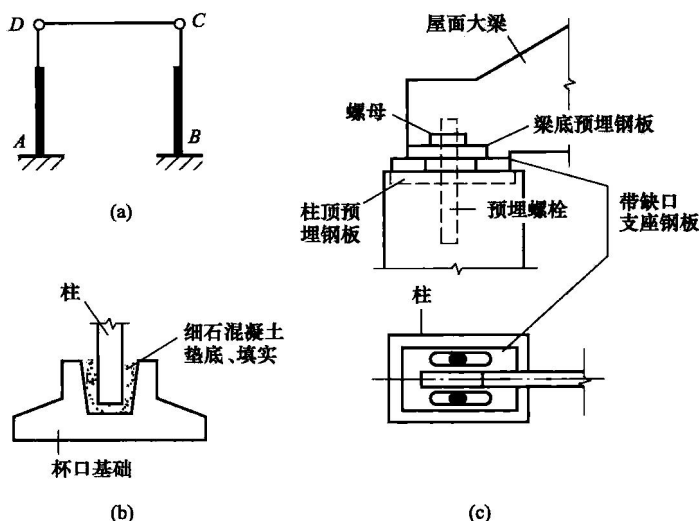


图 1.2.7 单厂的结构

端的微小转动。所以，梁柱连接简化为铰结点 D 、 C ，见图 1.2.7 (a)。

排架柱与基础连接的构造，是将预制柱下端表面凿毛插入基础的杯口内（杯口内壁也为毛面）足够的深度，且在柱表面与杯壁的缝隙间、柱底的找平及黏结层，用比基础的混凝土强度等级高一级的细石混凝土充填密实。这种构造足以使基础顶面的柱下端不发生任何相对基础的位移。视基础相对大地不动，于是排架柱与基础（即与大地）的连接可简化为固定支座。单厂按单榀平面排架进行受力分析的计算简图如图 1.2.7 (a) 所示。

如图 1.2.8 (a) 所示现浇钢筋混凝土梁柱连接的构造，当梁内受力钢筋伸入柱内足够长度并整浇连接区混凝土时，梁端和上、下柱端可形成刚性连接，简化为刚结点，如图 1.2.8 (b) 所示。

此外，结构计算简图中结点、支座形式的选择还应考虑结构中杆件的主要受力特点。如屋架结构通常简化为杆件之间的连接全部为铰结点。木屋架杆件之间用榫锚或螺栓连接，结点构造接近铰结点。而钢屋架和钢筋混凝土屋架的结点构造有足够的约束杆端转动的刚度。如图 1.2.9 (a) 所示钢屋架的一个结点构造，各杆端同在一个平面刚度很大的节点板上，且各杆端在节点板上有足够的焊接长度，从约束杆端转动的能力考虑应简化为刚结点。但因屋架主要承受结点荷载，屋架各杆的杆长和断面都很小，即自重引起杆的弯矩微小，所以屋架中杆件内力以轴力为主。将由若干直杆构成的屋架结点均简化为铰结点时，可用于计算屋架主内力（轴力）。所以图 1.2.9 所示钢屋架结点，简化为铰结点如图 1.2.9 (b) 所示。

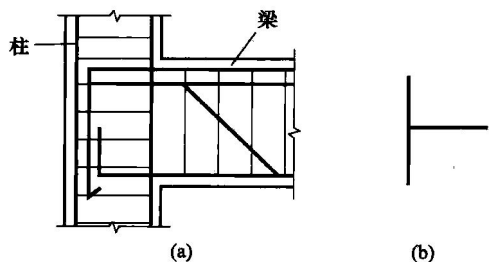


图 1.2.8

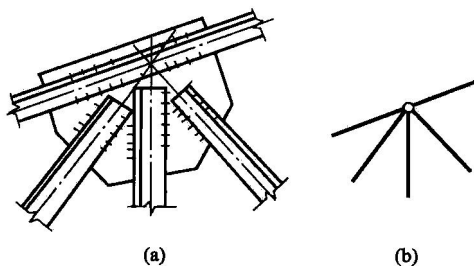


图 1.2.9

确定结构计算简图是结构分析中的一项重要而复杂的工作。除了要掌握简化原则以及结构的主要受力性质外，还应了解结构的材料性质、实际构造以及施工方法等。同一个结构的

计算简图可能有不同的选择。要对常用结构计算简图的实际构造、做法有清楚、熟悉的理解，确定一个新型结构的计算简图，还必须要综合的专业知识和实际工程经验，必要时还需要做模拟结构的试验。

1.3 平面杆系结构的分类

按结构中杆件的主要受力和变形特点，可将杆系结构（即杆系结构的计算简图）分为以下四类。

(1) 梁 通常由水平放置的直杆构成，主要用于承受竖直方向并沿杆轴方向分布的横向荷载。梁属于受弯构件，即以弯曲变形为主，内力以弯矩和剪力为主（当梁轴斜置时称斜梁）。如图 1.3.1 所示。

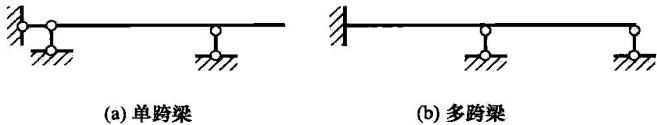


图 1.3.1 梁

(2) 刚架 由若干不同方向的直杆连接（一般应有刚结点）构成。刚架杆件以弯曲变形为主。刚架杆件内力有弯矩、剪力和轴力。如图 1.3.2 所示。

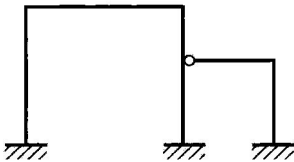


图 1.3.2 刚架

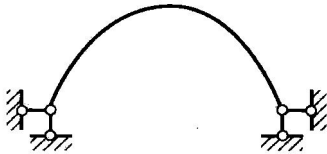


图 1.3.3 拱

(3) 拱 由曲杆构成的，并在竖向荷载作用下产生水平支座反力（又称推力）的结构。当拱轴合理时，拱内力以轴压力为主。如图 1.3.3 所示。

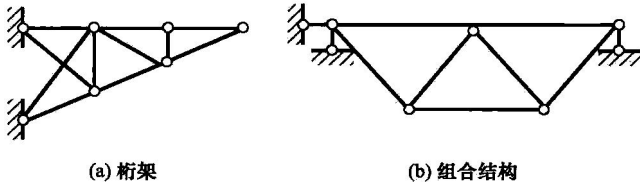


图 1.3.4 桁架和组合结构

(4) 桁架和组合结构

① 桁架 由若干不同方向的直杆全部铰接构成的，并主要承受结点荷载的结构。桁架杆件以轴向变形为主，并产生以轴力为主的内力（主内力）。如图 1.3.4 (a) 所示。

② 组合结构 通常指既有梁式杆又有二力杆的结构。如图 1.3.4 (b) 所示。

1.4 荷载分类

广义上，荷载指能引起结构内力和变形的所有因素。如结构的自重，结构上的设备、货

物、人群、车辆、风、地震对结构的作用，以及温度变化、地基不均匀沉降、制作误差和材料收缩等对结构的影响，均可称为荷载。通常所说的荷载，指作用在结构上的主动力，如结构自重、使用荷载（设备、货物、人群等）。以下仅对这种通常所说的荷载（狭义荷载）按以下几种方式进行分类：

(1) 按荷载作用在结构上时间的长短分类

① 恒载（永久荷载）指永久作用在结构上，且大小、方向都不变化的荷载，如结构自重、永久设备重量等。

② 活载（可变荷载）指在结构施工和使用期间暂时的，既可随时作用于结构又可随时离开结构的，或大小、方向变化的荷载。如在施工阶段在已建成结构部分上的施工机械、材料；使用期间楼面上非永久设备、人群、货物，屋面上的雪载，桥梁上的车、人流，以及风、地震作用等。

(2) 按荷载作用性质及结构的反应特征分类

① 静力荷载 是由零到最后值逐渐加到结构上的荷载，且在整个加载过程中荷载和结构始终保持静力平衡。结构的变形也随荷载逐渐增至最后值，没有明显的振动。

② 动力荷载 荷载本身（大小、方向、作用位置）随时间而变化，并且使结构明显振动，并必须考虑因振动引起的结构的惯性。常见的动力荷载有机械振动、脉动风压和地震作用等。

③ 移动荷载 仅作用位置在结构上移动或不确定，但大小和方向都不变的荷载。移动荷载在结构上移动过程中，结构的内力和变形是变化的，但结构也无明显振动，始终保持静力平衡。车辆、人群、雪和灰尘等可视为移动荷载。

(3) 按荷载的分布特征分类 按空间结构考虑时，结构所承受的荷载是以体积荷载和面积荷载两种形式出现。体积荷载（体荷载）指分布在结构体内的，与结构的质量分布有关的荷载，如结构的自重、惯性力等。面积荷载（面荷载）指与结构或构件的表面接触的荷载。狭义荷载大部分是面荷载。体积荷载通常被抽象为作用在相应结构表面的面荷载。所以，结构上作用的荷载均为面荷载。平面结构的荷载是将空间的面荷载、体荷载向结构平面内等效的荷载。显然，这两类荷载在平面杆系结构中均以沿杆件轴线上的线分布荷载（线荷载）形式出现。当受荷面积或线荷载的分布长度远远小于杆长时，可视为作用在结构一点上的集中荷载。于是，按荷载分布区分时，平面杆系结构平面内的荷载有：分布荷载（沿杆长上的分布力或分布力偶），集中荷载（集中力或集中力偶）。

第 2 章 体系的几何组成分析

2.1 概述

杆系结构是由若干个杆件构成的杆件体系，但杆件体系不一定都能做杆系结构。如图 2.1.1 (a) 所示三根链杆与大地构成平面铰接体系，在其几何形状^①为矩形时，可维持竖向荷载作用下的平衡。但当有微小的水平方向的干扰时，体系便偏离原位置不再平衡，并会发生持续的刚体位移，其几何形状变成菱形，直到在位移方向受到支承时止。这种体系叫几何可变体系。当在图 2.1.1 (a) 体系中加入一根斜杆，如图 2.1.1 (b) 所示，此时，若不考虑

受力时材料应变而引起的杆件的微小变形以及结点、支座的损坏，容易看出，在任意荷载下体系各部分都不会发生位移和相对位移，体系的几何形状也不会改变。这种体系叫几何不变体系。

归纳以上概念，即：当忽略因材料应变引起的构件的微小变形，且不考虑构件连接的破坏时，受微小荷载的干扰其几何形状和位置都不改变的体系，叫做几何不

变体系，而几何形状和位置可改变的体系叫做几何可变体系。显然，只有几何不变体系可作结构使用。

为了叙述简便，本章引入术语“刚片”。刚片，指厚度不计且平面形状不改变的理想刚性平板。在研究体系的几何组成时，因忽略了由材料应变引起的构件的微小变形，所以平面内的单个构件、杆件均可视为刚片，由若干刚片组成的平面几何不变体系，也看作刚片。

研究体系几何组成分析的目的：一是为了能区分不同几何组成的体系，以确保结构为几何不变体系；二是为了在进行结构受力和计算时能选择正确的计算方法及简捷的解题途径（有时是关键解题途径）。

2.2 体系的自由度

体系的自由度概念，可以说是研究体系几何组成和几何不变体系基本组成规则思路的起点。

(1) 体系的自由度 指体系能够运动的独立方式，或是确定体系所处位置所需的独立参变量数。平面体系的自由度，即确定平面体系在平面内位置所需的独立参变量数。例如，一

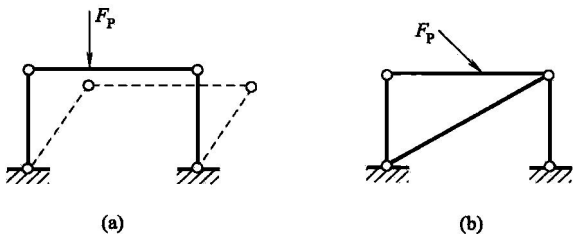


图 2.1.1 平面铰接体系

① 由杆系的各杆件轴线构成的平面或空间的几何图形。

个可以在平面内自由移动的点（自由点）的位置，只需用平面内直角坐标系两个坐标轴方向上的坐标参变量 x 、 y 即可确定。即平面内一个自由点有两个独立运动的方式，即有两个自由度。见图 2.2.1 (a)。

再来看一个可以在平面内自由移动刚片（自由刚片）的自由度。刚片严格定义是，一厚度不计的平板，其平面内任意两点间的距离都是不变的。由此容易得出，一个刚片在平面内的位置可由该刚片平面内任意两点间的一条直线的位置确定。

如图 2.2.1 (b) 所示，在自由刚片平面中任意两点 A 、 B 间作一已知直线段 AB 。确定这条直线段的一个端点 A 需要两个坐标参变量 x_A 、 y_A ，再由该线段与一个坐标轴之间的夹角（如与 x 的夹角 α ）即可确定该线段（也就是刚片）在平面内的位置。于是有，平面内一个自由刚片有三个独立运动的方式，即有三个自由度。

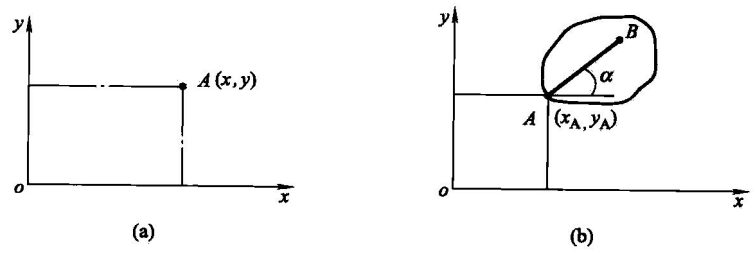


图 2.2.1 体系的自由度

显然，当一个体系的自由度（一般以大地为参照）等于零时，是几何不变体系。如果不考虑与大地的连接，体系各部分之间无相对位移时，称为内部几何不变或上部几何不变体系。

几何不变体系有怎样的几何组成呢？以下先了解约束减少体系的自由度的作用。

(2) 约束 指具有减少自由度作用的连接。结构中的结点、支座以及杆件等，都可视为连接。这些连接，本身都具有约束体系的某部分或整体不能发生某些方向的位移或相对位移使体系的自由度减少的作用，所以可统称为约束。约束使体系的自由度减少的数量，叫该约束的约束数，表示约束所具有的约束作用。下面是对常见约束及约束作用的讨论。

① 一个固定铰支座或一根单链杆——具有 1 个约束作用

图 2.2.2 (a) 所示一相对大地不动的、且垂直大地平面的平面直角坐标系 xoy （以下所用坐标均如此，不再赘述）中，刚片 I 用一根支座链杆 AB （即活动铰支座）与大地相连。该体系的位置可由链杆 AB 绕 A 点的转角 α 和刚片 I 内一条一端与 B 铰共点的线段 BC 的转角 β 确定。即该体系有两个自由度。而当去除链杆 AB 时，体系是一个自由刚片，有三个自由度。所以，一个活动铰支座（即一根支座链杆），可以减少一个自由度。

图 2.2.2 (b) 所示是平面内两个刚片用一根链杆 AB 连接的体系。确定该体系的位置，可先用 x_A 、 y_A 和 α 确定链杆 AB 的位置，然后用 β 、 γ 分别确定刚片 I 和 II 平面内过 A 铰和过 B 铰线段的位置。共用了五个坐标参变量，即该体系共有五个自由度。而当切断链杆 AB 时，是两个自由刚片体系，有六个自由度。一根链杆可减少一个自由度。

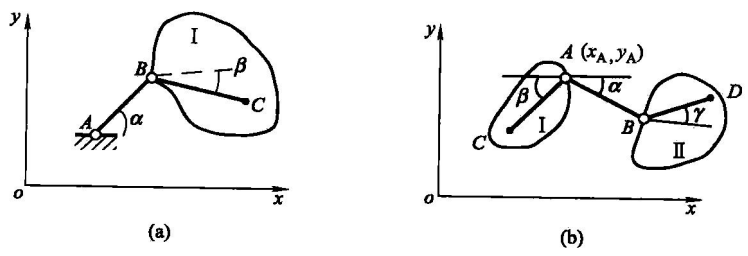


图 2.2.2 一个固定铰支座或一根单链杆

体系内的一根链杆和一根支座链杆的约束作用是等价的，都能减少一个自由度，即都具有一个约束的作用。

② 一个固定铰支座或一个单铰——具有 2 个约束作用

图 2.2.3 (a) 所示为用一个固定铰支座将一个刚片连接在大地上的体系。刚片 I 只有绕铰 B 的转动，即该体系的位置只需用刚片 I 平面内过 B 铰的一条线段的夹角 α 便可确定。该体系有一个自由度。若去除固定铰支座，是一个自由刚片，有三个自由度。因此，一个固定铰支座可减少两个自由度。

图 2.2.3 (b) 所示为用一单铰 A 连接两个刚片的体系（只连接两个刚片的铰叫单铰）。确定该体系的位置，可先用 x_A 、 y_A 确定单铰 A 的位置后，再用 α 、 β 分别确定刚片 I 和 II 平面内过 A 铰线段的位置。共用了四个坐标参变量，即该体系有四个自由度。而切开单铰 A 为两个自由刚片体系，有六个自由度。一个单铰也减少两个自由度。

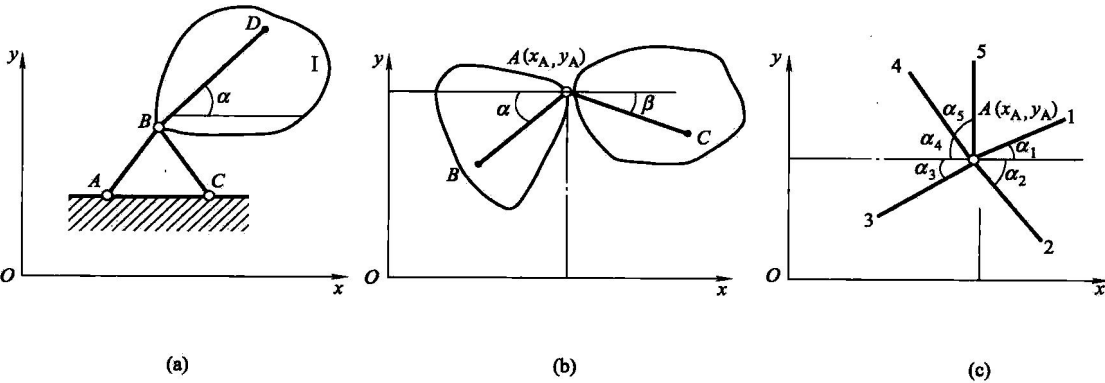


图 2.2.3 一个固定铰支座或一个单铰

体系内一个单铰和一个固定铰支座的约束作用等价，都能减少两个自由度，具有两个约束（相当于两根链杆）的作用。

③ 一个虚铰 两根不相连的链杆构成的两个刚片之间的连接叫虚铰——具有 2 个约束作用

虚铰可分有限远虚铰和无限远虚铰。有限远虚铰由两根不平行的链杆构成，它们的延长线交于一点上、或杆轴有交叉点，见图 2.2.4 (a)、(c)。

有限远虚铰的概念可由图 2.2.4 (a) 所示一个刚片与大地用一个有限远虚铰连接的体系说明。

连接刚片 I 和大地的两根链杆的延长线交于一点 O。视大地不动，其链杆 AB 的 B 点只能在以 A 点为圆心、AB 链杆长为半径的圆弧上移动，其瞬间的位移是在该圆弧 B 点的切线上，即垂直于链杆 AB 的方向上。同理，链杆 CD 的 D 点的瞬间位移是在过 D 点垂直于链杆 CD 的方向上。

现在再以 O 点为参照，可看出 B、D 两点的瞬间位移方向也分别在两链杆延长线的垂直方向上，即 B、D 两点瞬间运动又可看作是绕同一个中心 O，分别以链杆延长线 OB、OD 为半径的两个圆弧上的运动。显然，刚片 I 上线段 BD（也即刚片 I）的瞬间运动是绕 O 点的转动。两根链杆的延长线交点的位置随着刚片 I 的转动不断改变。因此，刚片 I 的运动是绕不断变化的中心（瞬时转动中心，简称瞬心）转动。

从瞬时运动角度考虑，体系中刚片 I 的运动相当于刚片 I 在绕瞬心 O 处的一个实铰的转动。因此，有限远虚铰的作用，相当于这个虚铰瞬心处的一个实铰的作用，见图 2.3.4 (b)，可减少两个自由度。

无限远虚铰由两根平行的链杆构成。如图 2.2.5 所示, 可视虚铰的瞬心在两链杆平行方向的无限远点。在半径为无限大的两个同心圆弧上的两个刚片的相对转动退化为相对平行滑动。也具有减少两个自由度的作用。

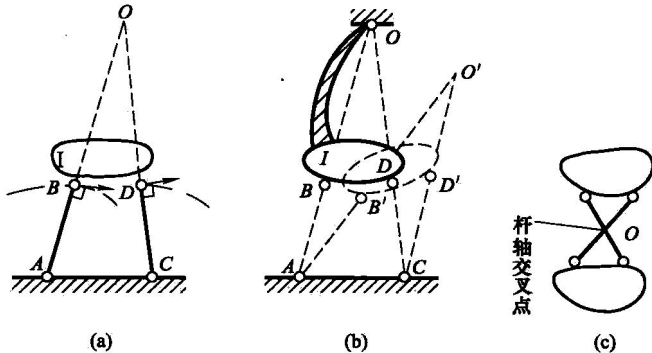


图 2.2.4 有限远虚铰

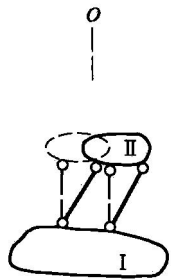


图 2.2.5 无限远虚铰

* ④ 复铰 连接三个及三个以上刚片的铰结点叫做复铰——连接 m 个刚片的一个复铰, 具有 $2(m-1)$ 个约束 (或单链杆数), 或相当于 $(m-1)$ 个单铰的作用。

图 2.2.3 (c) 所示为一复铰 A 上连接了 5 个杆件 (即刚片) 的体系。除确定铰 A 位置需两个参量 x_A 、 y_A 外, 还需要有表示五个杆件绕铰 A 独立转动的角度参量。该体系共有七个自由度, 比 5 个自由刚片时的 15 个自由度减少了 8 个。如果先设体系中的一个杆件完全固定于大地上, 当该杆一端上的铰上每铰接一个杆件时, 只增加一个自由度, 而不是一个自由杆件的三个自由度。也就是对每一个加到复铰上的刚片, 复铰都起一次单铰的作用 (减少两个自由度)。即图示连接五个刚片的复铰体系的复铰相当于四个单铰的作用。

⑤ 一个固定支座或一个单刚结点或一根连续杆——具有 3 个约束

图 2.2.6 (b) 所示一杆件一端用固定支座和大地连在一起, 该杆件 (刚片) 便不能发生任何移动, 自由度等于零。显然, 一个固定支座可减少三个自由度, 具有三个约束。

图 2.2.6 (a) 所示一个单刚结点 A 连接两个杆件的体系 (只连接两个刚片的刚结点叫单刚结点)。因刚结点约束各杆端不能发生任何相对位移, 所以刚结点上无论连接几个杆件后的体系, 都可视为一个刚片。单刚结点 A 使两个自由刚片成为一个自由刚片, 起到减少三个自由度的作用。即一个单刚结点具有三个约束。

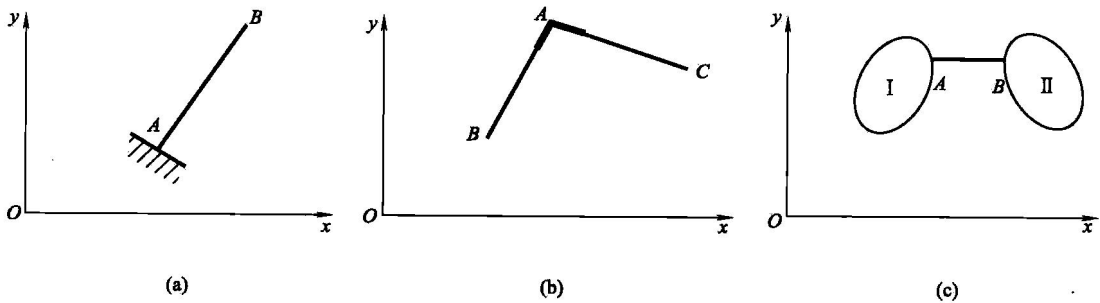


图 2.2.6 一个固定支座或一个单刚结点或一根连续杆

图 2.2.6 (c) 所示两个刚片用一根连续杆 AB 连接的体系。实际上连续杆连接相当于一个延长的单刚结点。所以, 一个固定铰支座、一个单刚结点和一个单连续杆的约束作用等