农林院校大学数学系列教材

总主编 邹庭荣

大学数学

——概率论与数理统计

主　编 程述汉　舒兴明

副主编 毛旭强　苏本堂　杜世平　张好治　胡学海

高等教育出版社

农林院校大学数学系列教材

总主编　邹庭荣

大学数学——

概率论与数理统计

Gailülun yu Shuli Tongji

主　编　程述汉　舒兴明

副主编　毛旭强　苏本堂　杜世平

张好治　胡学海

高等教育出版社·北京

HIGHER EDUCATION PRESS　BEIJING

内容提要

本教材是教育部“高等理工教育数学基础课程教学改革与实践项目(教高司函〔2007〕143号)”之“农林院校大学数学教学规范的研究与实践”项目研究成果。教材根据“农林院校大学数学——概率论与数理统计教学基本要求”，结合作者多年教学经验，根据农科专业的特点，按照继承、发展与改革的精神编写而成，是集体智慧的结晶。

本教材内容共分10章，包括随机事件及其概率、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理、数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、方差分析与回归分析。

本书的特点是：突出应用背景，侧重概率统计在农林科技中的应用，并从农林类实际背景出发，引出概率论与数理统计的一些基本概念、基本理论和方法；结构严谨，例题丰富，通俗易懂，便于自学；注重数学思想与数学文化的渗透；也适当考虑了近年来农林类学生考研的需要。

本书可供农林类高等院校农科专业学生使用，也可供其他相关专业的师生选用和参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学数学——概率论与数理统计/程述汉，舒兴明主编. —北京：高等教育出版社，2010.2

ISBN 978-7-04-028516-1

Ⅰ.①大… Ⅱ.①程…②舒… Ⅲ.①高等数学-高等学校-教材②概率论-高等学校-教材③数理统计-高等学校-教材 Ⅳ.①O13②O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第003649号

策划编辑	李 蕊	**责任编辑**	胡 颖	**封面设计**	张申申
责任绘图	郝 林	**版式设计**	张 岚	**责任校对**	王 雨
责任印制	尤 静				

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	**咨询电话**	400-810-0598
邮政编码	100120	**网　　址**	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京铭成印刷有限公司	**畅想教育**	http://www.widedu.com
开　　本	787×960 1/16	**版　　次**	2010年2月第1版
印　　张	16.5	**印　　次**	2010年2月第1次印刷
字　　数	300 000	**定　　价**	18.10元

物料号 28516-00

序

本套教材是教育部“农林院校大学数学教学规范的研究与实践”项目的研究成果。

从20世纪90年代以来，我国高等学校持续扩招，高等教育已由精英教育快速地进入了大众化教育阶段。作为高等教育的一个重要组成部分的高等农林院校也不例外。在大众化教育阶段，如何保证和提高农林院校大学数学教学质量以及如何进行农林院校创新性人才培养，成为当前我国农林院校最重要的研究课题之一。尤其是当前我国没有专门的高等农林院校大学数学课程教学规范，通常是照搬理工科相应的教学基本要求，难以体现农林院校的特色和培养目标。鉴于此，作为农林院校重要基础课的“大学数学教学规范”的制定提上了日程，“农林院校大学数学教学规范的研究与实践”项目正是在此背景下出台的，它是一项富有创新意义的研究工作，并被列入教育部“高等理工教育数学基础课程教学改革与实践”项目。

由全国近20所农林院校的专家、学者组成的课题组承担了这一项目的研究任务。该课题组通过对全国几十所农林院校大学数学教学的现状进行深入细致的调查，分析了各层次农林院校大学数学课程体系建设现状和本科生在创新能力、开拓精神等方面存在的问题，并结合多年在农林院校进行大学数学教学内容、教学方法改革的经验，研究制定了“农林院校大学数学教学规范”。通过召开“全国高等农林院校大学数学教学规范高级研讨会”，对上述方案进行讨论修改，达成共识。“教学规范”包括“微积分教学基本要求”、“线性代数教学基本要求”、“概率论与数理统计教学基本要求”、“大学数学实验教学基本要求”，构建出适合时代特点和农林类专业特点的本科生数学基础课课程体系。并在此基础上编写了本套农林院校大学数学系列教材。

本套教材具有下列特色：

1. 教材突出了农林院校特色，尤其是大学数学在农林科学中的应用；

2. 教材贯穿了大学数学中渗透数学文化的理念，注重学生数学素质的培养；

3. 教材将数学实验独立成书，避免了大学数学每一册教材都列出数学实

验内容，内容重复而杂乱；

4. 教材内容丰富而精炼，重点突出而层次分明。

本套教材是编委会全体编委通力合作的结晶，其出版得到教育部数学基础课程教学指导分委员会徐宗本主任和彭济根秘书长以及高等教育出版社数学分社李艳馥社长、李蕊编辑和宋瑞才编辑的关心和大力支持，在此深表感谢！

邹庭荣

2009年5月10日　于华中农业大学

前言

本教材是编者根据“农林院校大学数学概率论与数理统计教学基本要求”及多年的教学经验为高等农林院校本科学生编写的教材，也可供其他相关专业的师生选用和参考。

本书共分10章，包括随机事件及其概率、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理、数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、方差分析与回归分析。具有以下特点：

1. 以“三用”为原则：

(1) 够用　删去了传统教材中实用性不强和难度较深的一些内容，保留农林院校各专业必须作为基础的内容，最大限度地满足其需要。

(2) 管用　增添必须的以往传统教材中没有的知识内容，尤其注重大学数学在农林科学中的应用的内容。

(3) 会用　淡化传统教材偏重理论的思想，强调数学知识的应用，力求学以致用，学后会用，增强学生学习数学的信心与兴趣。

2. 以“两凸显”为特色

(1) 凸显数学文化思想　将数学文化贯穿到教材的全过程，在每章结束时，都以阅读与思考的形式介绍一些有趣的数学故事及有影响力的数学家轶事，让学生在寓教于乐中学习数学知识。

(2) 凸显数学的应用　教材体现了不仅教会学生学数学的知识，更注重教会学生用数学的能力。注重基本概念的农林类实际背景，引出概率论与数理统计的一些基本概念、基本理论和方法；注重理论知识的实际应用。

在内容叙述上，注重与中学知识的衔接；教材结构严谨、例题丰富、通俗易懂、难点分散、层次分明、取材合理、深度适宜；选学内容以*号标记。考虑到农林院校学生的基础，为了方便读者阅读，教材最后还给出了若干附录，其自成体系，这也是本书的一个特色。

虽然各位编者十分努力，但由于水平所限、成书时间又较仓促，书中的错误与不妥之处在所难免，恳请广大师生和读者批评指正。

编　者

2009 年 6 月

郑重声明

农林院校大学数学系列教材编委会

大学数学——概率论与数理统计编委会

目　录

第1章 随机事件及其概率

在自然界和人类社会活动中，人们观察到的现象大体可分为两类．一类是事前可预言的，即在一定条件下必然出现的现象，称为确定性现象．例如，在一个标准大气压(101 325 Pa)下，水加热到100 ℃时必然沸腾；一枚硬币上抛后必然下落等．另一类现象是事前无法预言的，即在一定条件下可能出现，也可能不出现的现象，称为随机现象．例如，向上抛掷一枚硬币，其落地后可能正面朝上，也可能反面朝上；一张彩票可能中奖，也可能不中奖等．

概率论与数理统计是研究随机现象及其统计规律性的一门数学学科，其理论与方法得到了广泛的应用．例如，使用概率统计方法进行气象预报、水文预报和地震预报；在新产品研制时，通过试验设计和数据处理来寻求最佳生产条件；在可靠性工程中，估计元件或系统的可靠性及平均寿命等．其应用几乎遍及所有科学技术领域、工农业生产和国民经济各个部门，而且还在不断向众多学科渗透并与之结合发展．这些特点不仅使概率论与数理统计成为十分活跃的数学分支，而且也是近代科学技术发展的特征之一．

1.1 随机事件

1.1.1 随机试验

在这里，我们把对自然现象、社会现象所进行的观察或科学实验，统称为**试验**．许多试验具有以下三个特点：

(1) 可观察性：每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果；

(2) 不确定性：在试验之前不能肯定哪一个结果会出现，但可以肯定会出现上述可能结果中的一个；

（3）可重复性：可以在相同的条件下重复进行.

我们将具有上述三个特点的试验称为**随机试验**，简称**试验**，用大写英文字母 E 表示．本书以后提到的试验均为随机试验．下面列举一些随机试验的例子.

E_1：向上抛掷一枚硬币，观察其正面 H、反面 T 出现的情况；

E_2：将一枚硬币连续抛掷两次，观察其正面 H、反面 T 出现的情况；

E_3：将一枚硬币连续抛掷两次，观察其正面 H 出现的次数；

E_4：记录某大型超市一天内进入的人数；

E_5：在一大批电视机中任取一台，测试其寿命；

E_6：向平面上某目标射击，观察弹着点的位置；

E_7：从一个装有两个白球、三个黑球的袋子中任取两个，观察其颜色.

1.1.2 样本空间

由于随机试验具有可观察性，因此，任一个随机试验 E 的所有可能结果组成的集合是已知的．我们将随机试验 E 的所有可能结果组成的集合称为 E 的**样本空间**，记为 Ω．Ω 中的元素，即 E 的试验结果，称为**样本点**，样本点一般用 ω 表示，于是有 $\Omega=\{\omega\}$.

记上述随机试验 E_k 的样本空间为 $\Omega_k(k=1,2,\cdots,7)$，则容易得到：

$\Omega_1=\{H,T\}$；

$\Omega_2=\{HH,HT,TH,TT\}$；

$\Omega_3=\{0,1,2\}$；

$\Omega_4=\{0,1,2,3,\cdots\}$；

$\Omega_5=\{t\,|\,t\geqslant 0\}$；

$\Omega_6=\{(x,y)\,|\,-\infty<x<+\infty,-\infty<y<+\infty\}$，$(x,y)$为弹着点的坐标；

至于 Ω_7，我们可以从以下两个方面考虑：

1. 仅考虑颜色不考虑次序，则

$$\Omega_7=\{\text{两个白球},\text{两个黑球},\text{一白一黑}\}.$$

2. 既考虑颜色又考虑次序，则

$$\Omega_7=\{(\text{白球},\text{白球}),(\text{白球},\text{黑球}),(\text{黑球},\text{白球}),(\text{黑球},\text{黑球})\}.$$

值得注意的是，尽管试验 E_2 和 E_3 都是将一枚硬币连续抛掷两次，但由于试验的目的不同，得到的样本空间也不相同；对于同一个试验 E_7，由于考虑问题的角度不同，可以得到两个截然不同的样本空间．这说明试验的目的和考虑问题的角度都会对样本空间产生影响.

建立样本空间事实上就是建立随机现象的数学模型．一个抽象的样本空间可以概括许多内容不相同的实际问题，例如 Ω_1 是只包含两个样本点的样本空

间，但它既可以作为掷硬币出现正面或反面的模型，也可作为产品检验中产品合格或不合格的模型，还可用于公用事业排队现象中有人排队或无人排队的模型，以及作为气象预报中下雨或不下雨的模型等等．这说明尽管问题的实际内容不同，但有时却能归结为相同的概率模型．因此，我们常以抛掷硬币、摸球等这样一些既典型又形象且易于理解的例子来阐明一些问题，以便使问题更明确，本质更突出．

1.1.3　随机事件

称试验 E 的样本空间 Ω 的子集为 E 的**随机事件**[①]，简称**事件**，常用大写英文字母 $A,B,C,\cdots$ 表示．设 A 是随机事件，当且仅当试验中出现的样本点 $\omega\in A$ 时，称**事件 A 在该次试验中发生**．

特别地，由一个样本点组成的单点集合称为**基本事件**，例如，试验 E_1 有两个基本事件 $\{H\}$ 和 $\{T\}$；试验 E_4 有无穷多个基本事件 $\{0\},\{1\},\{2\},\cdots$．

在每次试验中都必然发生的事件称为**必然事件**．在任一次试验中都不可能发生的事件称为**不可能事件**．样本空间 Ω 有两个特殊的集，一个是 Ω 自身，它包含所有的样本点，在每次试验中必然发生，故 Ω 为必然事件；另一个是空集 $\varnothing$，它不包含任何样本点，在任一次试验中都不发生，故 $\varnothing$ 为不可能事件．例如，在掷一枚均匀骰子的试验中，$\Omega=\{$点数不大于6$\}$是必然事件，$\varnothing=\{$点数大于6$\}$是不可能事件．

1.1.4　事件间的关系与运算

按照事件的定义，我们可以建立事件与集合间的一一对应关系，因此事件间的关系和运算就可按照集合论中集合之间的关系和运算来处理．

设 Ω 为试验 E 的样本空间，而 A，B，$A_k(k=1,2,\cdots)$ 是 Ω 的子集．

1. 如果 $A\subset B$，则称事件 B 包含事件 A，或称事件 A 是事件 B 的**子事件**，其含义是事件 A 发生必然导致事件 B 发生，其几何表示如图 1－1．

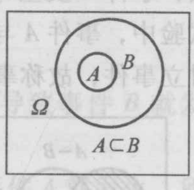

图 1－1

2. 若 $A\subset B$ 且 $B\subset A$，则称事件 A 与事件 B **相等**，记作 $A=B$．直观地说，$A=B$ 即 A，B 中含有相同的样本点．

3. 事件 $A\cup B=\{\omega\mid\omega\in A$ 或者 $\omega\in B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的**和事件**．显然，事件 $A\cup B$ 发生$\Leftrightarrow$事件 A 发生或者事件 B 发生$\Leftrightarrow$事件 A 与事件 B 至少有一个发生，其几何表示如图 1－2．

① 严格说来，事件是 Ω 的满足一定条件的子集，并不把 Ω 的一切子集都作为事件．关于这方面的讨论已超出本书的范围．

类似地，称 $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ 为 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的和事件，它表示事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 中至少有一个发生；称 $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n \cup \cdots$ 为可列个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 的和事件.

4. 事件 $A \cap B = \{\omega \mid \omega \in A$ 且 $\omega \in B\}$ 称为事件 A 与 B 的**积事件**，其含义是事件 A 与事件 B 同时发生. $A \cap B$ 也记作 AB，其几何表示如图 1－3.

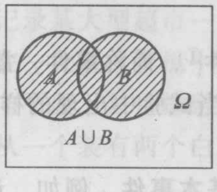

图 1－2

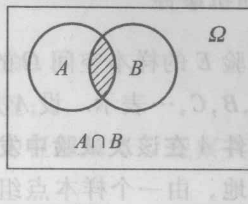

图 1－3

类似地，称 $\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$ 为 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的积事件，它表示事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 同时发生；称 $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \cap \cdots$ 为可列个事件 $A_1, \cdots, A_n, \cdots$ 的积事件.

5. 事件 $A - B = \{\omega \mid \omega \in A$ 且 $\omega \notin B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的**差**. 显然，事件 $A - B$ 发生 $\Leftrightarrow$ 事件 A 发生而事件 B 不发生，其几何表示如图 1－4.

6. 若 $AB = \varnothing$，则称事件 A 与 B **互不相容或互斥**. 显然，A 与 B 互斥 $\Leftrightarrow A$ 与 B 不能同时发生 $\Leftrightarrow AB$ 是一个不可能事件，其几何表示如图 1－5.

对于互不相容的事件 A，B，可以把和事件 $A \cup B$ 记作 $A + B$.

7. 事件 $\Omega - A$ 称为事件 A 的**对立事件或逆事件**，记作 $\overline{A}$，即 $\overline{A} = \Omega - A$. 显然，事件 $\overline{A}$ 发生 $\Leftrightarrow$ 事件 A 不发生. 由于 $A \cap \overline{A} = \varnothing$，$A \cup \overline{A} = \Omega$，因此在任一次试验中，事件 A 与 $\overline{A}$ 必然有一个且仅有一个发生. 按定义，$\overline{\overline{A}} = \Omega - \overline{A}$ 是 $\overline{A}$ 的对立事件，故称事件 A 与 $\overline{A}$ 互逆，其几何表示如图 1－6.

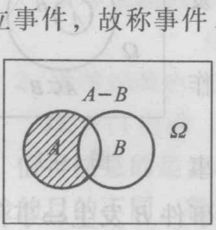

图 1－4

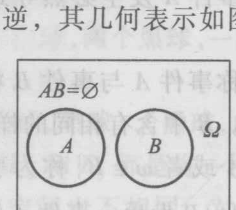

图 1－5

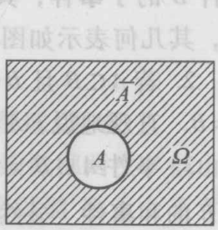

图 1－6

由定义可知，A 与 B 互为逆事件就是指 A，B 不能同时发生，但在每次试验中必须发生其一且只能发生一个.

8. 事件的运算满足下列关系式：

(1) **交换律**：$A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$；

(2) **结合律**：$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$，

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$；

(3) **分配律**：$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$，

$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$；

(4) **对偶律**(De Morgan 公式)：$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

例1 甲、乙、丙三人对某目标射击，用 A，B，C 分别表示“甲击中”、“乙击中”和“丙击中”，试用 A，B，C 表示下列事件：

(1) 甲、乙都击中而丙未击中；

(2) 只有甲击中；

(3) 目标被击中；

(4) 三人中最多两人击中；

(5) 三人中恰好一人击中.

解 (1) 事件“甲、乙都击中而丙未击中”表示 A，B 与 $\overline{C}$ 同时发生，即 $AB\overline{C}$.

(2) 事件“只有甲击中”表示 A 发生而 B，C 未发生，即 $A\overline{B}\,\overline{C}$.

(3) 事件“目标被击中”意味着甲、乙、丙三人至少有一人击中目标，表示为 $A\cup B\cup C$.

(4) 事件“三人中最多两人击中”即“三人中至少有一人未击中”，可表示为 $\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$.

(5) 事件“三人中恰好一人击中”即“三人中只有一人击中其余两人未击中”，可表示为 $A\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}C$.

例2 从某班学生中选取一名学生，A 表示选到的是男生，B 表示选到的是田径队员，说明下列关系式所表示的意义：

(1) $A\cap B=A$；(2) $A\cup B=A$.

解 (1) $A\cap B=A$ 等价于 $B\supset A$，即若事件 A 发生，必导致事件 B 就发生. 所以，$A\cap B=A$ 表明该班的男生都是田径队员.

(2) $A\cup B=A$ 等价于 $B\subset A$，即若事件 B 发生，必导致事件 A 就发生. 所以，此式表明该班的田径队员都是男生.

1.2 概率的定义

一个事件在一次试验中可能发生，也可能不发生；不同的事件在同样的试验中发生的可能性有大有小. 例如，在掷一枚均匀骰子时，事件 $A=\{$点数为