



# 刘高联文选

Selected Works of Liu Gaolian



【上卷】

上海大学出版社

# 刘高联文选

Selected Works of Liu Gaolian

(上卷)

上海大学出版社

· 上海 ·

### 图书在版编目(CIP)数据

刘高联文选/刘高联著. —上海:上海大学出版社,2010.3

ISBN 978-7-81118-578-2

I. ①刘… II. ①刘… III. ①流体力学-文集 IV. ①035-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 018361 号

责任编辑 沈美芳 王悦生  
封面设计 柯国富  
技术编辑 章斐 金鑫

### 刘高联文选

刘高联 著

上海大学出版社出版发行

(上海市上大路 99 号 邮政编码 200444)

(<http://www.shangdapress.com> 发行热线 66135110)

出版人:姚铁军

\*

南京展望文化发展有限公司排版

上海江杨印刷厂印刷 各地新华书店经销

开本 787×1092 1/16 印张 69 字数 1276000

2010年3月第1版 2010年3月第1次印刷

印数:1~1100

ISBN 978-7-81118-578-2/O·048 定价:300.00元

# 序

我与刘高联先生相识是从1963年开始的,那时我刚大学毕业到中科院力学研究所攻读吴仲华先生的研究生,而他已经是叶轮机气动热力学领域崭露头角的青年专家。“文化大革命”期间,我们交往比较多,那时,我们在同一个办公室工作,又都受到了冲击,同病相怜,相互间有很多共同语言。“文革”后,他调往上海工作,我们见面的机会少了,但仍经常通过各种方式交换对社会、对学术、对人生的看法。

刘高联先生是在哈工大涡轮机研究生班毕业后即到了中科院力学所追随吴仲华院士先生开始科研工作后,才抛弃了过去学的那套陈旧的叶栅理论,从事全新的叶轮机三元流动流面理论研究工作的。“文革”后,他更加精神焕发,工作勤奋,既建立了自己幸福的家庭,也实现了自己在学术上的理想。经过系统深入的研究和不懈的努力,在吴仲华先生三元流动流面理论的基础上,他终于创立了以变分理论为骨干的新理论体系。提出了变分原理和广义变分原理的建立与变换的系统途径;在国内外首次建立了旋转流体(非惯性)系统和流-固耦合系统以及反-杂交命题的变分原理族;并在国际上首先与最优控制论结合,创立了三维叶栅和流道的优化设计理论。后来,他又发展了可自动捕获各种未知(边)界面(例如:激波、自由涡面等)的变域变分理论和新型有限元法(可自动变形的有限元、可调间断有限元、广义有限元与网格优化法)。提出了三维流动反-杂交命题的映象空间通用理论和解法。

近年来,他转向交叉学科(流体-固体-热耦合问题)及新一代反命题(非定常流动反问题、多工况点反命题、流固热耦合反命题等)的变分理论与有限元解法,取得一系列国际独创性成果,如 HamiltonVP 时端条件问题等。



由于上述出色的工作,他获得了国家自然科学二等奖(1987年)、机械工业部科技成果一等奖(1982年、1985年)及中科院重大科研成果奖(1978年)等.他还在1984年成为首批国家级有突出贡献的科技专家,并当选全国劳动模范(1989年)和上海市劳动模范(1979年和1983年).在国内外发表论文160余篇,所著(与王甲升合作)《叶轮机械气体动力学基础》,凝聚了他多年钻研流面理论的许多研究成果和学习体会,获1988年全国高校优秀教材特等奖.

为了纪念与缅怀刘先生一生的学术伟业,上海大学出版了这部《刘高联文选》,精选了刘先生各个时期的研究论文,集中反映了他在叶轮机械气动热力学领域的突出贡献,这是他留给人类的一笔宝贵财富.如刘先生九泉有知,当感欣慰!

中国工程热物理学会理事长

2009年12月15日

# 目 录

## 第一部分 流体力学正命题、反命题与杂交命题

叶轮机气体动力学设计与分析 .....	003
任意旋成面叶栅气动正命题的广义变分原理、变分原理与互偶极值原理 .....	041
平面叶栅气动设计的最优化理论 .....	055
Variational Principles and Generalized Variational Principles for the Hybrid Aerodynamic Problem of Airfoil Cascades on an Arbitrary Stream Sheet of Revolution .....	068
任意旋成面叶栅杂交型气动命题的变分原理与广义变分原理(II) .....	080
任意旋成面叶栅气动反命题及杂交型命题的通用解法 .....	089
轴流式叶轮机 $S_2$ 流面气动半反命题的变分原理与广义变分原理 .....	102
旋转叶轮内含激波的跨声速三元流动的变分原理与广义变分原理 .....	114
旋转叶轮内含激波跨声速三元流动的变分原理与广义变分原理(II) .....	124
矩函数及其在旋成面叶栅气动反命题及杂交命题中的应用 .....	128
平面叶栅气动设计的最优化理论(II) .....	136
旋成面叶栅一些杂交气动命题的新解法(I) .....	145
旋转叶轮内完全三元不可压缩流动各类杂交命题统一的变域变分理论 .....	153
叶轮机叶片气动优化理论的进展 .....	162
旋成面叶栅各类杂交气动命题统一的变域变分理论 .....	179
旋转叶轮内完全三元可压缩势流各类杂交命题通用理论与解法: (I) 轴流式、流函数形式 .....	190
A Unified Theory of Hybrid Problems for Fully Three-Dimensional Incompressible Rotor Flow Based on Variational Principles with Variable Domain .....	198
轴流式叶轮机 $S_2$ 流面杂交气动命题的广义变分原理与变分原理 .....	210



Families of Variational Principles for Inverse and $H_A$ Hybrid Problems of an $S_2$ Stream Sheet in Mixed Flow Turbomachines .....	218
转子内含激波跨声速全三元流动各类杂交命题统一的变域变分理论: (I) 势流 .....	233
旋转叶轮内完全三元可压缩势流各类杂交命题的通用理论与解法: (II) 轴流式、势函数形式 .....	242
$S_2$ 流面正命题适用于纯物质流体的变分原理族及实际蒸汽跨声流动的变分有限元解 .....	246
流体力学变分原理及有限元法研究的进展 .....	250
流体力学变分原理的建立与变换的系统性途径 .....	259
轴对称流道气动杂交命题的变分原理族 .....	269
$S_2$ 流面正命题适用于纯物质流体的变分原理族及其对偶变分原理族 .....	275
有旋流动的赝势函数及其对超跨声速流动的应用 .....	281
Variational Principles and Generalized Variational Principles for Fully 3-D Transonic Flow with Shocks in a Turbo-Rotor; Part I. Potential Flow .....	291
Variational Principles and Generalized Variational Principles for Fully 3-D Transonic Flow with Shocks in a Turbo-Rotor; Part II. Rotational Flow .....	308
Improved Scalar-Vector Potential Formulations of 3-D Compressible Rotational Flow .....	322
The Radial Equilibrium Problem of Flow in Wave Machinery .....	326
Simple Formulae for Optimal Solidity of Two-Dimensional Compressor Cascades Based on Diffusion Concept .....	344
A New Finite Element with Self-Adapting Built-in Discontinuity for Shock-Capturing in Transonic Flow .....	357
Generalized Finite Element Method via Variable-Domain Variations: Cogeneration of Optimal Grid and Flow Field .....	364
A Unified Variable-Domain Variational Approach to Hybrid Problems of Compressible Blade-to-Blade Flow .....	370
A Variable-Domain Variational Theory Using Clebsch Variables for Hybrid Problems of 2-D Transonic Rotational Flow .....	389
Variational Variable-Domain Finite Element Method for Hybrid Problems of Three-Dimensional Incompressible Rotor Flow .....	395

A Unified Variable-Domain Variational Theory of Hybrid Problems for Compressible $S_2$ -Flow in Mixed-Flow Turbomachinery ·····	412
Advances in Research on Inverse and Hybrid Problems of Turbomachinery Aerothermodynamics in China ·····	426
Optimization of Axial-Flow Pump Cascade Solidity Subject to Cavitation- and Separation-Free Constraints ·····	457
A Unified Variational Theory of Hybrid Problems for Fully 3-D Transonic Rotor-Flow with Shocks; Part I. Potential Flow ·····	465
Variable-Domain Finite Element Method Based on Variational Principles for Solving Hybrid Problems of Fully 3-D Compressible Rotor flow ·····	480
Generalized Euler's Turbomachine Equation and Free Vortex Sheet Conditions in Separated/Cavitated Turbo-Flows ·····	498
A New Pseudo-Potential Model for Rotational Turbo-Flow; ( I ) Variational Formulation and Finite Element Solution for Transonic Blade-to- Blade Flow ·····	516
Variable-Domain Variational Finite Element Method; a General Approach to Free/Moving Boundary Problems in Heat and Fluid Flow ·····	539

# 第一部分

## 流体力学正命题、反命题与杂交命题

---



# 叶轮机机械气体动力学设计与分析\*

**提要** 本文对中国科学院动力研究室在 1958~1960 年期间结合任务所进行的叶轮机机械气体动力学方面的设计和分析研究的一些结果,作了扼要性的总结.第一部分是关于任意回转面上叶栅气动问题的一些工作:总结出了一套灵活运用“中心流线法”来加速设计气轮机平面叶栅的实用方法和设计经验,指出了平面叶栅理论的不足之处和广泛采用“任意回转面上叶栅”理论的必要性;提出了四种求解叶栅绕流问题的新解法,其中包括使用电子计算机的通用解法;对气轮机叶栅的阻塞流动也作了简化的二元分析.第二部分是讨论长叶片气动设计中的径向平衡问题:首先就通常对气动基本方程和“无限多叶片”概念的不正确理解和使用作了较深入的讨论和澄清,接着讨论了叶轮机机械内外壳为圆柱面或任意回转面时气流径向平衡问题,导出了方便的基本方程形式,并提出了近似解法;最后,建议了几种新的叶片扭转方式,讨论了叶片的径向叠合问题,并对同型叶片多级气轮机的设计方法作了改进.

## 引言

叶轮机中的气体运动是十分复杂的三元、不稳定、可压缩、粘性流动.全面考虑这些因素将遇到目前无法克服的数学上的困难.因此必须根据现已积累的实践经验,作出一些既能使问题简化到可以求解,同时又能基本上反映实际流动过程的假定.

在忽略粘性(即考虑粘性影响较小的主流)和假定相对流动是稳定的条件下,文献[1]提供了一个求解各种叶轮机机械中三元气体流动的普遍理论.它的要点是通过引用下列两组相对流面的概念把复杂的三元流动问题简化为两个二维流动问题:一组是与内外壳形状相似的、接近任意回转面的流面  $S_1$ ,通常每一  $S_1$  流面包含一根圆弧;另一组是与叶片的中心脊面相似的流面  $S_2$ ,通常每一  $S_2$  流面在各个  $S_1$  流面上把两个相邻叶片间的流量按同一比例分开,或者每一  $S_2$  流面包含一根径向线(图 1).

作为工程计算上所允许的近似,通常可以把  $S_1$  流面看作任意回转面(它的

---

\* 本文合作者:薛明伦、吴仲华.原发表于《机械工程学报》,1963,11(1):1-28.

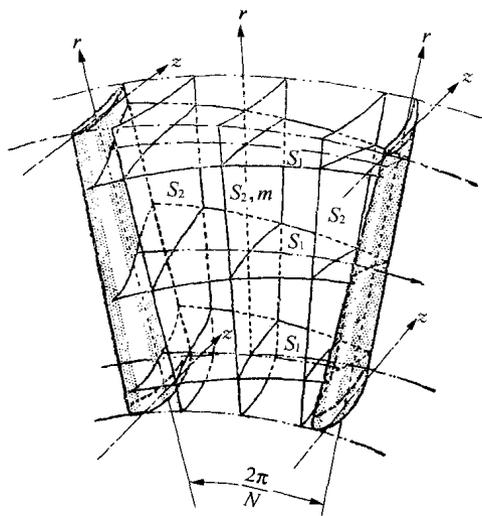


图1 两类相对流面  $S_1$  和  $S_2$

一个特例是圆柱面,又可展开成为平面);而对于  $S_2$  流面,一般只计算轴向间隙中的气流参量分布,这就是叶轮机机械长叶片气动设计中的径向平衡问题.

本文将扼要地介绍中国科学院动力研究室在 1958~1960 年期间结合任务进行的叶轮机机械气体动力学设计和分析工作的一些结果. 本文的第一部分,是关于任意回转面上(即  $S_1$  流面)叶栅的气动问题: 第 1 节叙述运用中心流线法来设计或分析圆柱面上气轮机叶栅的一些经验和体会;第 2~4 节提出三种求解叶栅绕流正问题的新解法;第 5 节提出使用电子计算机的叶栅

通用解法;第 6 节对气轮机叶栅的阻塞流动作了简化的二元分析.

本文的第二部分讨论长叶片气动设计中的径向平衡问题: 首先对基本方程的理解与使用作了若干澄清;接着,第 2 节讨论叶轮机机械内外壳为圆柱面或任意回转面时气流的径向平衡计算问题,提出了近似解法;第 3 节讨论几种新的叶片扭转方式和相应的轴向速度的径向分布,第 4 节讨论叶片在径向上的叠合和多级气轮机使用同型叶片的设计方法的改进.

### 符号说明

$a$	声速	$L$	叶列轴向长度(包括轴向间隙)
$A$	面积向量	$n$	流面法向单位向量
$B$	$\tau/r$	$N$	叶片数
$C$	弦长	$p$	压强
$D$	气道内切圆直径	$P$	栅距
$F$	导出量,量纲和单位质量所受的力相同	$q$	$\rho W$ 或其他参量
$G$	质量流量	$Q$	单位时间传给单位质量气体的热量
$h$	$i + \frac{W^2}{2} - \frac{\omega^2 r^2}{2} = i_0 - \omega(V_u r)$	$r, \varphi, z$	相对圆柱坐标
$i$	焓	$R$	气体常数或曲率圆半径
$\kappa$	比热比	$S$	熵
$l, \varphi$	任意回转面上的正交曲线坐标	$S$	弧长向量
		$t$	时间

$T$	热力学温度		轴的倾角
$u$	内能	$\gamma$	$\zeta$ 坐标与 $z$ 坐标的夹角
$U$	叶片速度, $\omega r$	$\Gamma$	环量
$V$	绝对速度	$\xi$	$V_u r$
$W$	相对速度	$\zeta, y$	斜交曲线坐标
$y$	周向距离( $r_0 \varphi$ )	上标:	
$\alpha$	绝对气流角	*	与 $W_{1z}$ 的比值
$\beta$	相对气流角或气流中某一几何线的斜率	下标:	
$\delta_y$	气道 $y$ 向宽度	$r, u, z$	径向、周向、轴向分量
$\rho$	密度	$m$	平均半径处或中心流线上
$\rho_k$	运动反击度	1, 2	动叶片上下游
$\lambda$	无量纲速度 $V/a$	$t$	叶尖处或外壳处
$\omega$	角速度	$h$	叶根处或内壳处
$\tau$	流面间距离或薄流片厚度	*	$M = 1$ (临界参量)
$\sigma$	流面上流线在 $r, z$ 平面上投影对 $z$	$O$	$M \rightarrow 0$ (滞止参量)

## 一、任意回转面上叶栅的气动设计与分析

任意回转面上气体流动的基本方程组

理想气体在以等角速度  $\omega$  旋转的叶片间作定熵和相对定常流动时, 气体流动所遵循的基本方程是<sup>[3]</sup> (使用正交曲线坐标  $l, \varphi, n$ , 参看图 2):

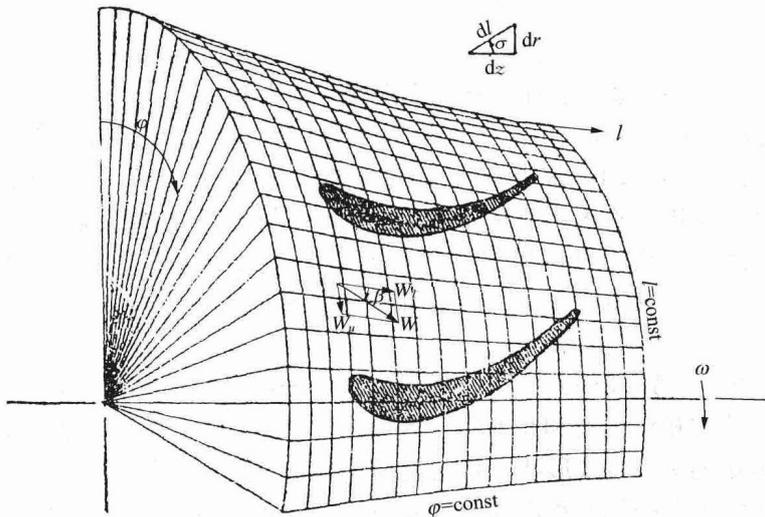


图 2 位于任意回转面上的叶栅及相对正交曲线坐标



$$\text{连续方程} \quad \frac{\partial(\tau\rho W_l r)}{\partial l} + \frac{\partial(\tau\rho W_u)}{\partial \varphi} = 0, \quad (1)$$

无旋方程

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{\partial V_l}{\partial \varphi} - \frac{\partial(V_u r)}{\partial l} \right] = \frac{1}{r} \frac{\partial W_l}{\partial \varphi} - \frac{\partial W_u}{\partial l} - \left( \frac{W_u}{r} + 2\omega \right) \sin \sigma = 0, \quad (2)$$

$$\text{能量方程} \quad \frac{dh}{dt} = \frac{d}{dt} \left( i + \frac{W^2}{2} - \frac{\omega^2 r^2}{2} \right) = 0, \quad (3)$$

$$\rho-T-i \text{ 关系} \quad \frac{\rho}{\rho_1} = \left( \frac{T}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \left[ \frac{h + \frac{\omega^2 r^2}{2} - \frac{W^2}{2}}{i_1} \right]^{\frac{1}{\kappa-1}}. \quad (4)$$

对  $\sigma = 0$ ,  $\tau =$  常数的圆周叶栅或平面叶栅, 以上四式简化为

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{W}) = \frac{\partial(\rho W_z)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho W_y)}{\partial y} = 0, \quad (1a)$$

$$(\nabla \times \mathbf{W})_x = \frac{\partial W_y}{\partial z} - \frac{\partial W_z}{\partial y} = 0, \quad (2a)$$

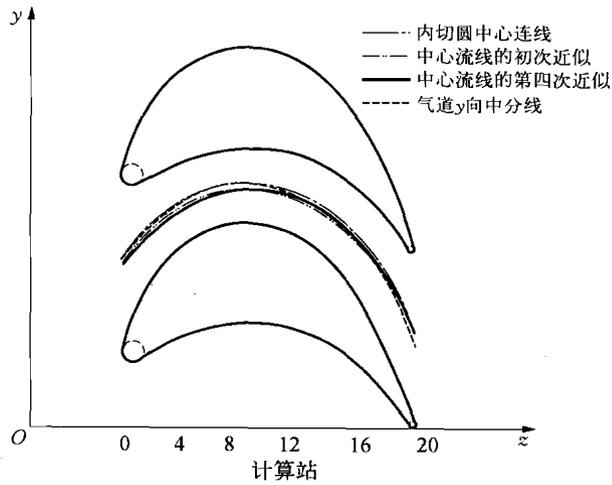
$$\frac{dh}{dt} = \frac{d}{dt} \left( i + \frac{W^2}{2} \right) = 0. \quad (3a)$$

$$\frac{\rho}{\rho_1} = \left[ \frac{h - \frac{W^2}{2}}{i_1} \right]^{\frac{1}{\kappa-1}} = \left[ \frac{i_1 + \frac{W_1^2}{2} - \frac{W^2}{2}}{i_1} \right]^{\frac{1}{\kappa-1}}. \quad (4a)$$

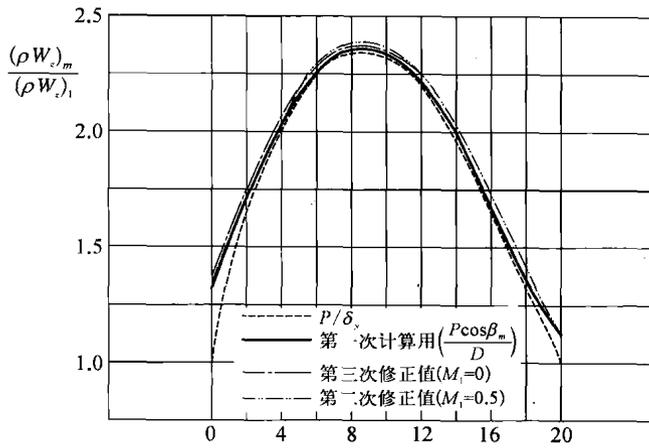
### 1. 运用中心流线法设计与分析气轮机平面叶栅

气轮机叶片的设计, 由于需要同时满足气动、强度、工艺、冷却等各方面的要求, 是一个复杂的、常常需要反复修改的过程. 我们可以根据强度和工艺方面的要求和经验画出它的形状后, 再来分析它的气动性能是否优良(必要时加以修改); 我们也可以根据对叶片的各种要求, 通过计算来得出它的叶型. 在 1958~1959 年间, 我们曾利用中心流线法<sup>[2,3]</sup>在这两方面取得了一些经验<sup>[4]</sup>.

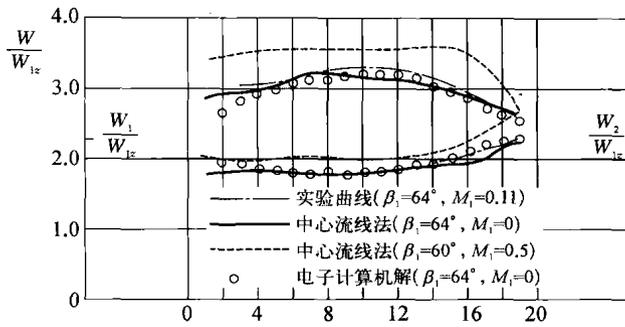
根据委托任务, 我们分析了捷克列宁工厂的两种新型蒸汽轮机叶片(图 3, 4). 由于叶栅的相对稠度和相对厚度都很大, 它们特别适合用中心流线法来计算. 计算得出的中心流线形状与在它上面的  $(\rho W_z)$  分布是分别和流道的  $y$  向中分线与  $(P/\delta_y)$  很接近的. 得出的叶片表面速度分布也与使用电子计算机求解结果(详见第 5 节)和实验数据<sup>[5]</sup>很接近.



(a) B2叶型的各种连线比较( $M=0$ )

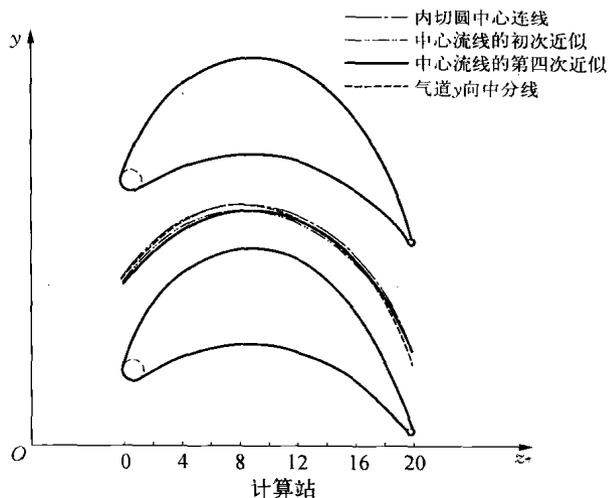


(b) B2叶型中心流线上密流分布与气道宽度变化的比较

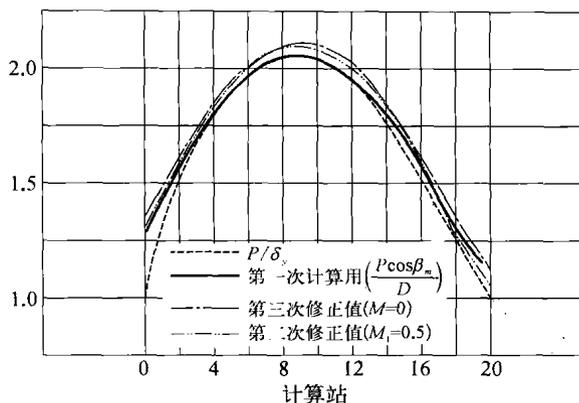


(c) B2叶型的表面流速分布

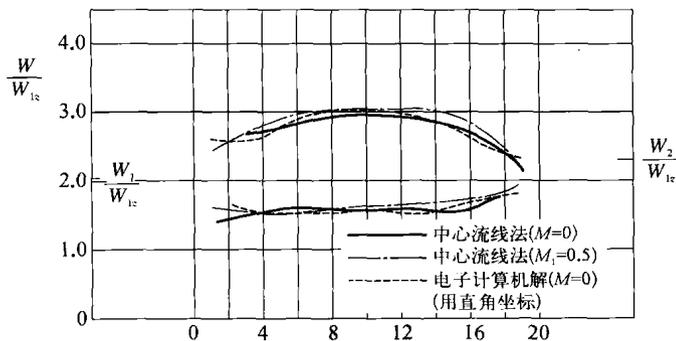
图 3



(a) B3叶型及各种连线之比较( $M=0$ )



(b) B3叶型中心流线上的密流与气道宽度变化之比较



(c) B3叶型之叶面流速分布

图 4

在设计几种燃气轮机叶片的工作中,我们得出了下列使用中心流线法交替求解正反问题来设计叶片的具体步骤如下:

(1) 根据所给的进出气角和马赫数,选择稠度和叶片最大厚度后,按<sup>[6-9]</sup>的经验方法,作出大致满足上述各方面要求的叶型.但要对它的气动性能作出较可靠的评价,必须进行下述气动分析.

(2) 应用中心流线法分析叶型气动性能.这时必须估计中心流线的形状  $y_m$  和沿它的密流  $(\rho W_z)_m$  分布:(a) 根据叶片间气道  $y$  向中心线或内切圆中心线估计中心流线位置.若干计算结果表明如图 5 所示  $a'b'$  的包络线更加接近中心流线(见图 8a~10a). (b) 根据气道  $y$  向宽度  $\delta_y$  估计中心流线上  $\rho W_z$  的变化,或按栅距  $P$  与内切圆直径  $D$  的比值估计中心流线上  $\rho W$  的变化.这时可以利用以往计算中积累的相应关系,如[2]中图 2 和本文的图 3、4、8、9、10.

(3) 按[2]所给的正问题解法进行第一次计算,向中心流线的两侧各推广 50% 通道流量,即得出新的叶面的坐标和叶面流速分布.如果新叶型的表面流速和它的厚度分布都能满足气动和强度等要求,则可以正式采用它.否则可作如下修正.

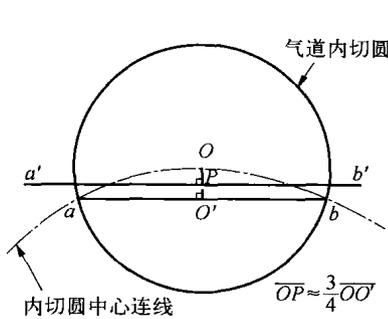


图 5 中心流线形状的估计

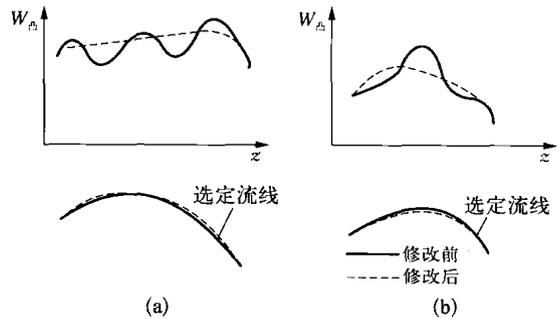


图 6 叶型的修改

(4) 如果叶片凸面出现速度波动如图 6 中实线所示,而我们希望修改到图中虚线所示的分布时,则由运动方程

$$\frac{\partial W}{\partial n} = -\frac{W}{r}$$

可以看出,应将相应于流速下降区的中心流线段曲率适当减小[如图 6(b)所示],因为中心流线曲率增大(减小)后,将使凸面流速上升(下降),而使凹面流速下降(上升).