

# 材料力学

CAILIAO LIXUE

上册  
(基本教材)

主编 禹金云 吴 晓 郭源君



中南工业大学出版社

7B301  
26  
1

323901

# 材料力学

上 册

(基本教材)

主 编 禹金云 吴 晓 郭源君  
副主编 谢献忠 段绍伟 王修勇

中南工业大学出版社  
• 1998 •

## 材料力学(上)

主编 禹金云 吴晓 郭源君

责任编辑:邓立荣

\*

中南工业大学出版社出版发行

中南工业大学出版社印刷厂印装

湖南省新华书店经 销

\*

开本:787×1092 1/16 印张:28 字数:678千字

1998年1月第1版 1998年1月第1次印刷

印数:0001~3200

\*

**ISBN 7-81061-075-9/TB · 001**

**上、下册定价:32.00元(本册定价 20.00 元)**

---

本书如有印装质量问题,请直接与生产厂家更换

厂址:湖南长沙 邮编:410083

## 前　　言

本书系根据高等工业学校《材料力学课程教学基本要求》(100~110学时)编写的。它适于用作高等工科院校的材料力学课程教材。

全书共15章，内容包括：绪论、拉伸和压缩、剪切、扭转、平面图形的几何性质、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力与应变分析、强度理论、组合变形、能量法、静不定结构、动载荷、交变应力、压杆稳定等。

全书采用国际单位制，凡未注明单位的插图尺寸，均以mm计。

参加本书编写工作的有：禹金云(第1、2、3、11章及附录)、郭源君(第6、7、8章)、王修勇(第5、9章)、吴晓(第4、14章)、谢忠(第10、15章)、段绍伟(第12、13章)。全书由禹金云统稿。

本书由禹金云、吴晓、郭源君主编，李民庆教授主审。

限于编者的水平，本书难免存在疏漏和不妥之处，深望使用本书的广大师生和读者提出批评和指正。

编　者  
1997.10

## 内 容 提 要

本书是根据国家教委课程建设指导委员会制订的高等工业学校《材料力学课程教学基本要求》(100~110学时),以“精选内容利于教学”为指导思想编写而成的。在使用本书时,可根据不同专业的需求,作适当取舍,适于用作80~100学时高等工科院校的材料力学基本教材,也可供有关工程技术人员参考。为便于教学,本书另配有材料力学辅导教材。

全书共15章,主要内容有:绪论、拉伸和压缩、剪切实用计算、扭转、截面几何性质、弯曲、应力状态理论、强度理论、组合变形、能量法、动载荷、交变应力、压杆稳定等。

# 目 录

<b>第1章 绪 论</b> .....	(1)
1.1 材料力学的任务 .....	(1)
1.2 变形固体的基本假设 .....	(1)
1.3 材料力学研究的对象和杆件变形的基本形式 .....	(2)
1.4 材料力学的发展简史 .....	(3)
1.5 内力、截面法的概念 .....	(4)
1.6 应力与应变 .....	(6)
习题 .....	(7)
<b>第2章 轴向拉伸和压缩</b> .....	(9)
2.1 概述 .....	(9)
2.2 拉(压)杆的内力 .....	(9)
2.3 拉(压)杆的应力 .....	(11)
2.4 拉(压)杆的变形、虎克定律 .....	(14)
2.5 材料在拉伸和压缩时的力学性质 .....	(17)
2.6 拉(压)杆的弹性变形能 .....	(21)
2.7 拉(压)杆的强度计算 .....	(22)
2.8 拉(压)静不定问题 .....	(25)
2.9 应力集中的概念 .....	(29)
习题 .....	1.18 (30)
<b>第3章 剪 切</b> .....	(35)
3.1 概述 .....	1.18 - 0.18 (35)
3.2 剪切的实用计算 .....	(35)
3.3 挤压的实用计算 .....	(36)
3.4 计算实例 .....	(37)
习题 .....	(41)
<b>第4章 扭 转</b> .....	(44)
4.1 概述 .....	(44)
4.2 外力偶矩的计算、扭矩和扭矩图 .....	(44)
4.3 薄壁圆筒的扭转 .....	(46)
4.4 圆轴扭转时的应力和强度计算 .....	(48)
4.5 圆轴扭转时的变形和刚度计算 .....	(53)
4.6 扭转时的静不定问题 .....	(55)
* 4.7 矩形截面杆的扭转 .....	(55)
习题 .....	(57)
<b>第5章 平面图形的几何性质</b> .....	(61)
5.1 静矩和形心 .....	(61)

5.2 惯性矩、惯性半径和惯性积	(63)
5.3 平行移轴公式	(66)
5.4 转轴公式和主惯性轴	(69)
习题	(72)
<b>第6章 弯曲内力</b>	(75)
6.1 弯曲的概念	(75)
6.2 受弯杆件的简化	(76)
6.3 梁的弯曲内力	(77)
6.4 剪力方程和弯矩方程、剪力图与弯矩图	(79)
6.5 载荷集度、剪力和弯矩间的关系	(83)
* 6.6 平面曲杆的弯曲内力	(85)
习题	(86)
<b>第7章 弯曲应力</b>	(93)
7.1 纯弯曲时横截面上的正应力	(93)
7.2 横力弯曲时的正应力及其强度条件	(96)
7.3 横力弯曲时的剪应力及其强度条件	(99)
7.4 提高弯曲强度的措施	(103)
习题	(106)
<b>第8章 弯曲变形</b>	(112)
8.1 概述	(112)
8.2 梁的挠曲线近似微分方程	(112)
8.3 用积分法求梁的弯曲变形	(113)
8.4 用叠加法求梁的弯曲变形	(115)
8.5 弯曲刚度校核及提高弯曲刚度的措施	(118)
8.6 简单静不定梁	(119)
习题	(120)
<b>第9章 应力与应变分析、强度理论</b>	(127)
9.1 应力状态的概念	(127)
9.2 二向应力状态分析——解析法	(128)
9.3 二向应力状态分析——图解法	(132)
9.4 三向应力状态简介	(137)
9.5 广义虎克定律	(138)
9.6 复杂应力状态下的比能	(142)
9.7 平面应变分析	(143)
9.8 强度理论的概念	(146)
9.9 四种常用的强度理论	(147)
9.10 强度理论的应用	(149)
习题	(153)

<b>第 10 章 组合变形</b>	.....	(159)
10.1 组合变形的概念	.....	(159)
10.2 斜弯曲	.....	(160)
10.3 拉伸(压缩)与弯曲的组合	.....	(163)
10.4 偏心拉伸(压缩)、截面核心	.....	(165)
10.5 弯曲与扭转的组合	.....	(169)
10.6 圆柱形密圈螺旋弹簧的应力和变形	.....	(173)
习题	.....	(175)
<b>第 11 章 能量法</b>	.....	(180)
11.1 概述	.....	(180)
11.2 杆件变形能的计算	.....	(180)
11.3 互等定理	.....	(183)
11.4 卡氏定理	.....	(185)
11.5 用卡氏定理求解静不定问题	.....	(189)
11.6 单位载荷法、计算莫尔积分的图乘法	.....	(190)
习题	.....	(197)
<b>第 12 章 静不定结构</b>	.....	(202)
12.1 概述	.....	(202)
12.2 用力法解静不定结构	.....	(202)
* 12.3 对称及反对称性质的利用	.....	(208)
* 12.4 连续梁及三弯矩方程	.....	(210)
习题	.....	(213)
<b>第 13 章 动载荷</b>	.....	(218)
13.1 概述	.....	(218)
13.2 惯性力问题	.....	(218)
13.3 构件受冲击时的应力和变形	.....	(222)
13.4 提高构件承受冲击载荷能力的措施	.....	(226)
13.5 冲击韧性	.....	(227)
13.6 强迫振动的应力计算	.....	(228)
习题	.....	(231)
<b>第 14 章 交变应力</b>	.....	(237)
14.1 概述	.....	(237)
14.2 交变应力的基本参量	.....	(238)
14.3 材料在对称循环下的持久极限	.....	(239)
14.4 影响构件持久极限的因素	.....	(239)
14.5 对称循环下构件的疲劳强度计算	.....	(241)
14.6 提高构件疲劳强度的措施	.....	(242)
习题	.....	(243)

<b>第 15 章 压杆稳定</b>	.....	(244)
15.1 压杆稳定的概念	.....	(244)
15.2 两端饺支细长压杆的临界压力	.....	(245)
15.3 其他约束条件下压杆的临界压力	.....	(246)
15.4 欧拉公式的适用范围、经验公式	.....	(248)
15.5 压杆的稳定计算	.....	(250)
15.6 提高压杆稳定性的措施	.....	(255)
习题	.....	(256)
<b>附录 型钢表</b>	.....	(259)

# 第1章 绪论

## 1.1 材料力学的任务

工程中，常遇到各种各样的结构物和机器，如桥梁、房屋、电机和机床等。我们把组成结构物或机器的基本单个部分称作构件(或零件)。例如，起重机的横梁、机床传动轴等。

当结构物承受载荷或机器运转时，组成它们的每一个构件都要承受一定的外力作用。构件在外力作用下都将发生形状和尺寸的改变，即变形。如果构件设计不合理，或选用材料不恰当，则构件在一定的载荷作用下将发生过度的变形或破坏，而导致失去承受载荷的能力。为了保证整个结构物或机器能够正常地工作，就要求构件满足以下要求：

1. 强度要求 所谓强度是指构件在外力作用下抵抗破坏的能力。要求构件具有足够的强度，就是说构件在受到载荷作用时不会发生破坏。例如，起重机的各个构件不应断裂；传动齿轮不应该破损等。

2. 刚度要求 所谓刚度是指构件在外力作用下抵抗变形的能力。要求构件具有足够的刚度，就是说构件在外力作用下不会产生超出工程允许范围的变形。例如，机床主轴变形过大，会影响加工精度。

3. 稳定性要求 所谓稳定性是指构件在外力作用下保持其原有平衡状态的能力。要求构件具有足够的稳定性，就是说构件在外力作用下不会突然改变原有的平衡状态。对某些受压力作用的细长杆，如内燃机的挺杆等，应始终维持原有的直线平衡状态，保证不被压弯。

上述的这些要求，若构件的截面尺寸或形状设计不合理，或选择材料不当，则得不到满足。但另一方面，如果截面尺寸设计过大，或选用上等材料，这虽然满足了要求，但这样做，显然会浪费了材料，提高了成本。因此，必须为构件选择适当的材料、合适的截面尺寸和形状，以保证构件既安全适用又经济合理。

综上所述，材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下，为设计既经济又安全的构件，提供必要的理论基础和计算方法。

## 1.2 变形固体的基本假设

固体因外力作用而产生变形，故称之为变形固体。对用变形固体制做成的构件进行强度、刚度和稳定计算时，为使计算简化，常常略去其次要性质，并根据其主要性质作出相应的假设，将它们抽象为一种理想模型，然后进行理论分析。下面是对变形固体所作的四个基本假设：

1. 连续性假设 即认为物体在其整个体积内毫无空隙地充满了物质。因而物体内部的一些物理量(如各点的位移等)为连续的，并可用坐标的连续函数来表示它们的变化规律。实际上，组成物体的无数个颗粒(如晶粒)，必然具有不同程度的空隙，但其空隙大小和构件的

尺寸相比是极其微小的，因而可以忽略不计，认为物体是密实的。

2. 均匀性假设 即认为物体在其整个体积内均由同一材料组成。这样，物体内部各点的力学性质都相同。事实上，并非如此，如组成金属材料的晶粒在不同处的性质是不同的。但由于材料力学所研究的构件尺寸比晶粒大小要大得多，而且晶粒在构件内的排列也不规则。因此，从宏观上可以认为物体的力学性质是均匀的。

3. 各向同性假设 即认为物体在各个不同的方向力学性质相同。实际上，就工程上常用的金属材料而言，每一个晶粒沿不同的方向都具有不同的力学性质。但如前所述，由于材料包含晶粒数量极多，且排列无序，则从统计平均的角度来看，就可以认为金属是各向同性的。

4. 小变形假设 即认为构件受力后的变形与其原始尺寸相比是极其微小的。因此，在研究构件的平衡和运动时，可以不考虑构件的微小变形，而按其原始尺寸进行计算。

材料在外力作用时，将产生不同程度的变形，当外力不超过一定范围时，绝大多数材料在卸除外力后能够恢复原有形状和尺寸。材料的这种变形称为弹性变形。若外力过大时，当其卸除之后，材料不能完全恢复原状，而残留下来的变形称为塑性变形（或残余变形、永久变形）。

除以上的基本假设外，材料力学中，有时还将对一些具体问题作有关的补充简化、假设，这些将在后面的有关章节中介绍。

### 1.3 材料力学研究的对象和杆件变形的基本形式

机器或结构物中所采用的构件形状是多种多样的，材料力学主要研究长度远大于横截面尺寸的构件，称为杆件，或简称为杆。如传动轴、螺栓、梁和柱等均属于杆。

杆有两个主要的几何因素，即轴线和横截面。通过各横截面的形心的联线为轴线，横截面与轴线相正交。如果杆的轴线为直线，称为直杆；轴线为曲线时则称为曲杆。材料力学中所研究的直杆多数是等截面的，通常简称为等直杆。横截面大小不等的杆，称为变截面杆（如传动轴、螺栓等）。

当外力以不同情况作用于杆件时，杆件将产生不同形式的变形。通常可以归结为比较简单的四种基本变形形式，如图 1.1 所示。

1. 轴向拉伸或轴向压缩 例如，起吊重物的钢索、桁架的拉杆、房屋中的柱子等等。这类变形形式是由大小相等、方向相反、作用线与杆件轴线重合的一对力引起的，表现为杆件的长度发生伸长或缩短（图 1.1a、b）。

2. 剪切 例如，螺栓、销钉等。这类变形形式是由大小相等、方向相反、相距很近、相互平行的力引起的，表现为受剪杆件的两部分沿外力作用方向发生相对错动（图 1.1c）。

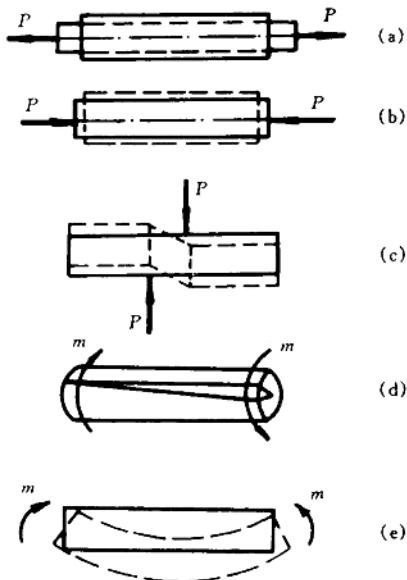


图 1.1

3. 扭转 例如，传动轴、扭杆等。这类变形形式是由大小相等、方向相反，作用面都垂直于杆轴的两个力偶引起的，表现为杆件的任意两个横截面发生绕轴线的相对转动(图 1.1d)。

4. 弯曲 例如，吊车梁、车轮轴等。这类变形形式是由垂直于杆件轴线的横向力，或由作用于包含杆轴的纵向平面内的一对大小相等、方向相反的力偶引起的，表现为杆件轴线由直线变为曲线(图 1.1e)。

工程中，还会遇到较复杂的杆件变形，即由两种或两种以上的基本变形组合而成，这种变形称为组合变形。在本书中，我们先依次讲述杆件的四种基本变形，然后再讨论它们的组合变形。

## 1.4 材料力学的发展简史

材料力学的产生和发展，同其它学科一样，与生产实践紧密相关，也是由人类长期生产实践的推动而产生和发展起来的。其大致分为三大阶段。

1. 萌芽阶段 在古代，人类为了生存和发展，在不断创造和改进各种生产工具、建造房屋、修筑堤坝、架设桥梁等过程中，人们逐渐认识了木料、砖石等的力学性能。例如，在公元前 3000 年左右，埃及就建成了巨大的石碑、神殿和金字塔；在汉代，我国的祖先就开始运用铁轴；三国时的马钧开始运用了齿轮；在隋代，由杰出的工匠李春设计建造的河北赵州单跨石拱桥久闻于世。桥长 50m 多，桥面宽 9m，主拱半径 25m，建造时，就地取材，采用了当地盛产的质地坚硬的青白色石灰石，根据石料耐压不耐拉的特点，合理采取了拱上背拱的敞肩平拱形拱桥结构。它比世界上相同类型的石拱要早 1200 多年。利用抗拉性能好的材料建造悬桥，在我国也是很早就开始了的。例如，在盛产竹子的南方有竹索桥的发明，四川灌县都江堰上跨过岷江的一座长达 320m 的竹索桥就是一个典型的例子。这个时期，虽说人们逐步掌握了力学知识，但还是处于感性阶段。也就是说，在 17 世纪以前，人们对材料力学的认识还是粗浅的，处于萌芽阶段。

2. 初建阶段 在欧洲文艺复兴时期，由于建造大吨位船舶以及水利、建筑结构发展的需要，单凭经验和模仿的方法或用简单比例放大的方法，已不能适应生产发展要求。人们开始了用科学实验方法和解析方法来研究结构和材料强度的尝试。这个时期，以意大利科学家伽利略(1564—1642)对梁的研究最为著名。他利用实验方法研究了悬臂梁的强度计算公式；1678 年英国科学虎克(1635—1703)在大量实验资料的基础上，提出了弹簧受力与变形成正比，即著名的虎克定律；意大利科学家伯努利(1654—1705)也研究了梁的弯曲理论，指出了梁各点的曲率与该点弯曲力矩成正比；后来著名科学家俄国彼得堡科学院院士欧拉(1707—1783)研究了受压杆的稳定理论。此后经过许多科学家的不懈努力，为材料力学的初步形成和发展奠定了理论基础，因此，这标志着在 18 世纪材料力学这门科学进入初建阶段。

3. 发展阶段 随着生产的进一步发展，新的建筑、机器以及各种交通运输工具等的不断出现，又向材料力学提出了许多更新的要求，促进了材料力学的迅速发展。19 世纪末，材料力学逐步形成了一门独立的科学，并成为工程学校的必修课程。到 20 世纪初，德、法、英、美和苏联等国在材料力学上都进行了广泛的研究，出现了很多新的理论和新的分析计算方法，形成了很多材料力学的分支学科。

现在，材料力学的一些基本概念和理论不仅在各种机器和建筑结构的设计制造中得到了广泛的应用，而且在交通运输、军事、电气、地质、轻工、材料以至日常生活中也得到了发展和推广应用。此外，材料力学也是学习后续课程，如机械零件、机械设计、结构力学、弹性力学、塑性力学、复合材料力学和各种机器强度课程所必需的重要基础。

## 1.5 内力、截面法的概念

### 1.5.1 内力的概念

构件因受到外力作用而产生变形，其内部各部分之间因相对的位置改变而必然产生一种抗力，以平衡外力。因为这种抗力是由外力引起的，而且用来抵抗变形，所以称为附加内力，简称内力。内力随外力的增大而增大。但对于一定的材料，其内力的增加是有限度的，超越了这个限度，构件就会破坏。因此，内力与强度密切相关。

### 1.5.2 截面法

当我们对构件的强度、刚度和稳定性进行理论分析和实际计算时，首先必须求出由于已知的外力作用，在构件某些截面上所引起的内力。为此，常须采用截面法。

设有一构件在外力作用下处于平衡状态，为显示出某截面  $m-m$  的内力，用平面假想地把构件截分成  $A$ 、 $B$  两部分（图 1.2a）。取其中一部分为研究对象，例如  $B$ （图 1.2b）。由于整个构件处于平衡状态，则每一部分也是平衡的。那么作用于  $B$  部分上的外力，一般并不是平衡力系，可见在截面上必有内力存在。考虑到脱离体  $B$  的平衡，列静力平衡方程，即可由已知外力求得截面上的内力。由作用力与反作用力定律可知，在截面两侧部分相互作用的内力，必然是大小相等、方向相反。按照连续性假设，则内力在截面上是连续分布的，称为分布内力，而内力则是这些分布内力的合力。

这种假想地用一平面将构件截开为两部分，并取其中一部分为脱离体，建立平衡方程，从而求得截面上内力的方法称为截面法。截面法是材料力学中应用得很广泛的方法之一。

综上所述，截面法包括以下三个步骤：

- (1) 欲求某一截面上的内力时，就沿该截面假想地用一平面把构件截分为两部分，取任一部分为研究的对象（一般为计算较简单的部分）。
- (2) 弃去其它部分，并将弃去部分对所研究部分的作用，以截面上的内力来代替（截面上的何种内力，一般可根据静平衡来分析）。
- (3) 对研究部分建立静力平衡方程式，从而确定该截面上内力的大小和方向。

**例 1.1** 钻床如图 1.3 (a) 所示，在载荷  $P$  作用下，试确定  $m-m$  上的内力。

**解：**(1) 沿  $m-m$  截面假想地将钻床分为两部分。取  $m-m$  截面以上部分为研究对象

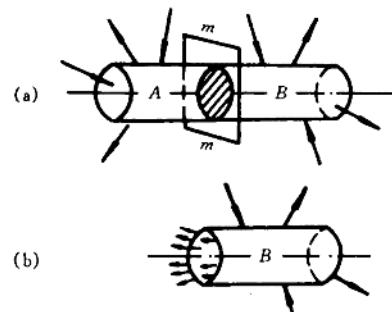


图 1.2

(图 1.3b), 并以截面形心  $O$  为原点, 选坐标如图所示。

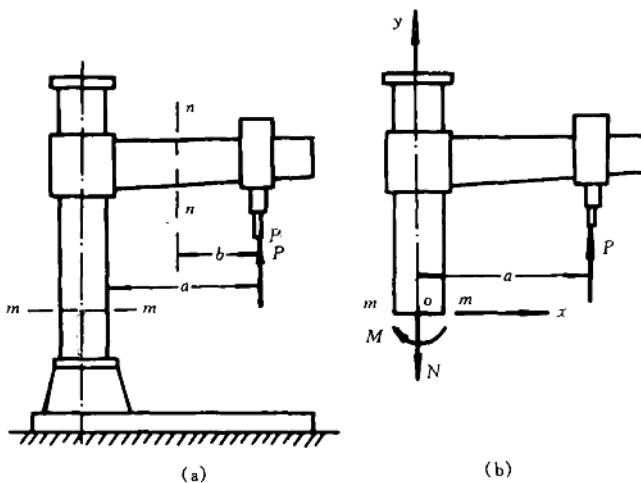


图 1.3

### (2) 截面上内力分析

外力  $P$  将使所研究部分沿  $y$  方向位移, 并绕  $O$  点转动, 则  $m-m$  截面以下部分必然以内力  $N$  及  $M$  作用于截面上, 以保持上部分的平衡。这里  $N$  为通过  $O$  点的力,  $M$  为对  $O$  点上的力偶矩。

### (3) 由平衡条件

$$\Sigma Y = 0 \quad P - N = 0$$

$$\Sigma m_o = 0 \quad Pa - M = 0$$

由此求得内力  $N = P$ ,  $M = Pa$ 。

例 1.2 试用截面法求(图 1.4a)所示桁架中  $CD$  和  $BE$  杆的内力。

解: (1) 由整体平衡求出支反力为

$$R_A = R_H = 1.5P$$

(2) 用假设平面  $m-m$  将桁架分为左右两部分, 取左段为对象。这些杆均为二力杆件, 截面上的内力分别为  $N_1$ 、 $N_2$ 、 $N_3$ , 方向如图 1.4(b)所示。

(3) 列平衡方程式

$$\Sigma m_E = 0 \quad P \cdot a + N_1 \cdot h - 1.5P \cdot 2a = 0$$

式中  $h = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ , 又

$$\Sigma m_c = 0 \quad 1.5P \cdot a - N_3 \cdot \frac{a}{2} = 0$$

由此解得

$$N_1 = \sqrt{5}P, N_3 = 3P$$

均为正值，说明内力的方向假设正确。

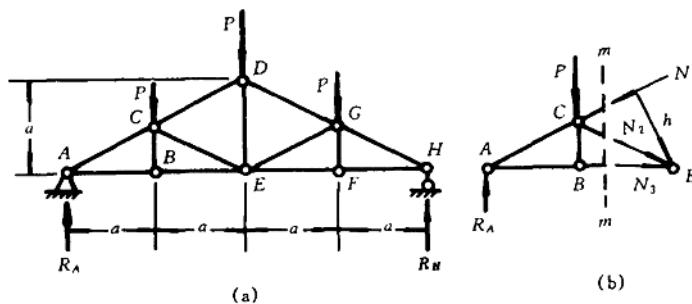


图 1.4

## 1.6 应力与应变

### 1.6.1 应力

上节我们应用截面法分析了构件截面上的内力。但是，截面法仅能求得构件截面上分布内力系的合力或合力偶，还不能说明这一分布内力系在截面上各点处分布的密集程度（简称集度），而对于构件的强度来讲，研究内力分布的集度是有重要意义的。在材料相同的情况下，判断构件破坏的依据不是内力的大小，而是内力分布的集度。内力的集度通常称为应力。

为了确定截面  $m-m$  上某点  $K$  的应力，可围绕点  $K$  取一微小面积  $\Delta A$ ，设在  $\Delta A$  上分布内力的合力为  $\Delta P$ （如图 1.5a），则在微小面积  $\Delta A$  上的单位面积上的内力

$$\rho_m = \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

称为  $\Delta A$  上的平均应力。随着  $\Delta A$  的逐渐缩小， $\rho_m$  的大小和方向都将逐渐变化。当  $\Delta A$  趋于零时， $P_m$  的大小和方向都将趋于一定极限。这样得到

$$\rho = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA}$$

$\rho$  称为截面  $m-m$  上  $K$  点的应力，它是分布内力系在  $K$  点上集度，反映内力系在  $K$  点的强弱程度。 $\rho$  是一个矢量，一般既不与截面垂直，也不与截面相切。因此，常将应力  $\rho$  分解成垂直于截面的分量  $\sigma$  和与截面相切的分量  $\tau$ （如图 1.5b）。 $\sigma$  称为正应力， $\tau$  称为剪应力。在国际制单位中，应力的单位为  $N/m^2$ ，称为帕斯卡，或简称为帕（Pa）。即  $1Pa = 1N/m^2$ 。在工程实际中，这一数值太小，因此常用千帕（kPa）、兆帕（MPa）或吉帕（GPa）表示。它们的换算关系分别为  $1kPa = 10^3 Pa$ ， $1 MPa = 10^6 Pa$ ， $1 GPa = 10^9 Pa$ 。

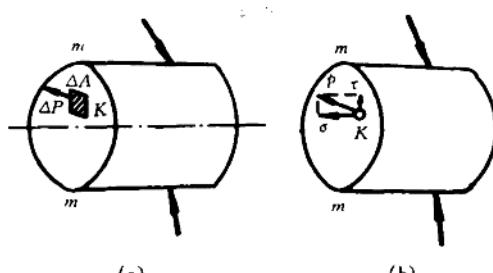


图 1.5

### 1.6.2 应变

构件在外力作用下，将发生应力和变形。要研究构件的变形和截面上的应力分布规律，必须研究构件内各点处的变形。设图 1.6(a)为构件内某一点 K 处取出的一个单元体(微小的正六面体)，其沿 x 方向的棱边 AB 原长为  $\Delta x$ ，变形后变为  $(\Delta x + \Delta s)$ 。 $\Delta s$  为 AB 线段的绝对变形。当 AB 线段内各点处的变形程度相同时，则比值

$$\epsilon_m = \frac{\Delta s}{\Delta x}$$

称为线段 AB 的相对变形，或线应变。它是一个无量纲的量。若线段 AB 内各点处的变形程度不相同，则此比值只是线段的平均线应变。当  $\Delta x$  趋近于零时，K 点沿 x 方向的线应变即为

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta x} = \frac{ds}{dx}$$

当构件变形后，上述正六面体除棱边的长度改变外，二条垂直线段 AC 与 AB 之间的夹角也可能发生变化，不再保持直角(如图 1.6b)。这一角度的改变量  $\gamma$  称为角应变，或剪应变，它也是一个无量纲的量，通常用 rad(弧度)来度量。物体内各点的变形一般总是为线应变和剪应变这两种变形的组合。

以上所讨论的应力和应变是材料力学中两个最基本的概念，在以后各章中都将用到，并作进一步深入的分析。

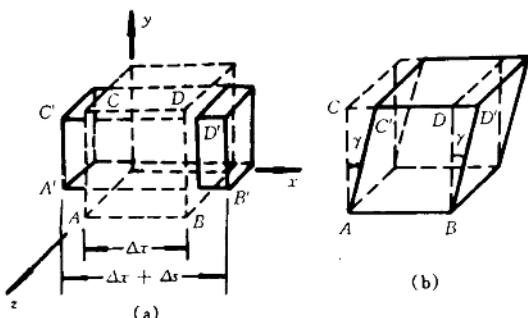
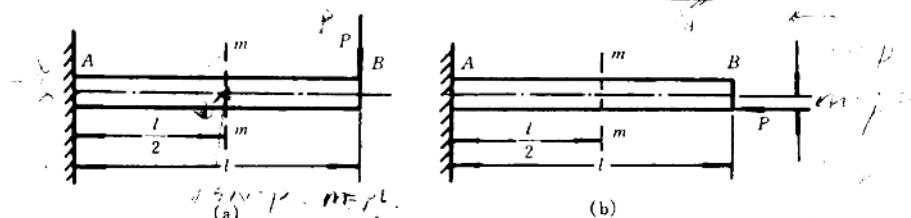


图 1.6

### 习题

1.1 试求图示结构中 AB 杆的支反力和 m-m 截面上的内力。

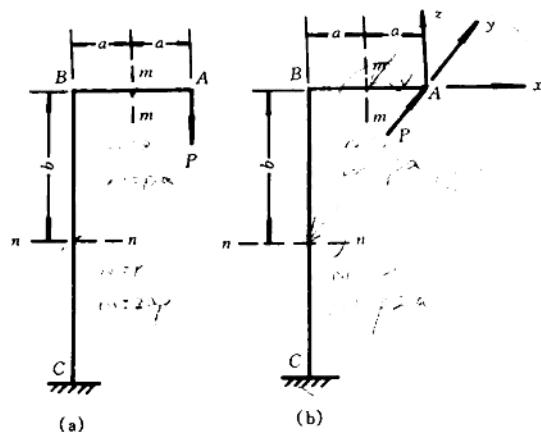


题 1.1 图

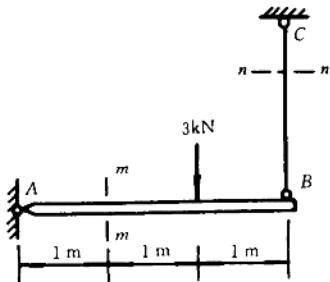
1.2 电车架空线立柱结构图示，试分别计算图(a)、(b)两种情况下  $m-m$  和  $n-n$  截面上的内力。

1.3 试求图示结构  $m-m$  和  $n-n$  两截面上的内力，并指出  $AB$  和  $BC$  两杆的变形属于何类基本变形。

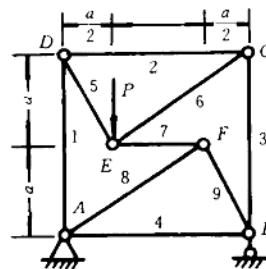
1.4 试求图示桁架中杆 1 和杆 7 的内力。



题 1.2 图



题 1.3 图



题 1.4 图

### 习题答案

1.1 (a)  $R_A = P$ ,  $M_A = Pl$ ,  $Q = P$ ,  $M = \frac{1}{2}Pl$ ;

(b)  $N_A = P$ ,  $M_A = Pe$ ,  $N = P$ ,  $M = Pe$

1.2 (a)  $m-m$ :  $Q = P$ ,  $M = Pa$ ;  $n-n$ :  $N = P$ (压),  $M = 2Pa$ ;

(b)  $m-m$ :  $Q = P$ ,  $M = Pa$ ;  $n-n$ :  $Q = P$ ,  $T = 2Pa$ ,  $M = P \cdot b$

1.3  $AB$ : 弯曲,  $Q = 1 \text{ kN}$ ,  $M = 1 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ;

$BC$ : 拉伸,  $N = 2 \text{ kN}$

1.4  $R_A = \frac{3}{4}P$ ,  $R_B = \frac{P}{4}$ ,  $N_1 = \frac{3}{4}P$ (压),  $N_7 = 0$