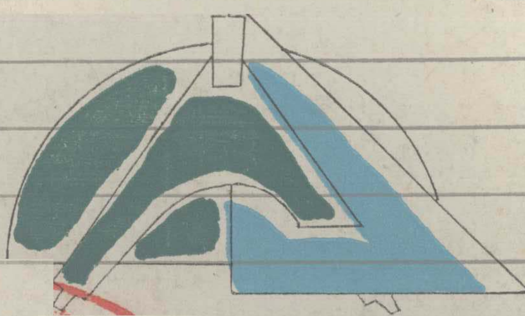

高中几何标准化题型分析与训练

河南科学技术出版社

青年自学丛书

高 中 几 何

标准化题型分析与训练

河南科学技术出版社

青年自学丛书

高中几何

标准化题型分析与训练

责任编辑 刘 嘉
河南科学技术出版社出版
河南第一新华印刷厂印刷
河南省新华书店发行
787×1092毫米 32开本 8.125印张 159千字
1988年10月第1版 1990年14月第2次印刷
印数：38,740—44,096册
ISBN7—5349—0224—X/G·225
定价2.60元

编写　李振书　王占通
编审　周其恩

出版说明

为了帮助社会青年和高中学生更好地学习外语、数学、物理、化学、生物等课程，适应当前教学改革的需要，我们根据教学大纲的要求，结合教材内容，组织编写出版了这几个学科的《标准化题型分析与训练》。供自学高中课程的社会青年和高中学生阅读，也可供高中教师教学时参考。

1988年4月

前　　言

本册书的第一篇总论，介绍了有关标准化考试方面的知识，分析了客观性试题的类型及其解法规律；第二、三篇，对立体几何和解析几何两部分数学内容，以章为单位，分别给出了A、B、C三组练习题和一套自我测验题。最后安排了两套高中数学自我测验题。对这些题目都给出了答案和比较详细的提示，分析了解题思路。

根据数学学科的特点和目前高中数学教学的实际情况和需要，书中除给出了客观性题目外，还安排了一定数量的传统题目，这样可以全面考查学生掌握基本知识、基本技能和分析问题、解决问题能力的情况，体现《全日制中学数学教学大纲》的要求。

书中的选择题绝大多数属于最佳选择题，对个别的多重选择题作了说明。

参加本书编写的有：王占通、李振书，全书由周其恩编审。

由于我们水平有限，书中错误和不妥之处在所难免，恳望读者批评指正。

编者

1988年4月

目　录

第一篇　总　论

第一章　标准化考试简介

标准化考试始于本世纪40年代。它是随工业社会中劳动标准化、雇佣办法标准化、教育测量学与教育统计学的发展和计算机的运用，首先在美国出现的一种新的考试形式。

所谓标准化考试，就是指制定出比较客观和规范的标准，从命题到考试、阅卷、评分等各环节努力减少或避免各种误差，从而测出考生比较真实的成绩的过程。

标准化考试的办法，不少国家和地区虽不尽相同，但一般都包括以下几个主要环节：

1. 目的要求规范化

举行任何种考试必须有明确的目的，因为考试目的不同，试题的内容、形式以及其他要求也就不同，因此在命题之前，根据需要制定出规范的考试大纲、明确考试目的、确定考查内容、重点、题型、难度、计分方法、考试时间等。然后制定考试蓝图（通常写成知识与能力的双向细目表），

拟定编题计划。

2. 试题编制标准化

命题人员根据编题计划编好试题，由有关人员对试题进行初步筛选后组织试测，并根据试测结果进行统计分析，确定题目的难度（也称难易度）、区分度（指题目对于不同水平考生加以区分的能力）等，同时检查题目在文字表达等方面的问题，经试测、筛选和修改过的符合要求的题目可以存入题库。考试时，根据考试目的、内容、题型、难度、区分度等要求，按计划拼制试卷。

3. 考试实施标准化

标准化考试对实施手续与施测条件是严加控制的，从而保证施测条件和实施客观化，避免环境与各种偶然因素对考试成绩的影响。

标准化考试一般备有考试手册和考生指南，考试手册是给考试主持者用的，指出考试主持者对考试各项工作应负的责任和应有的态度，以及对考试工作的要求和方法。考试指南是为考生编写的，指出考试目的，考核范围，题目形式、数量，作答方式与时限，并附有模拟试题，考前发行考试指南，目的是使考生在临考前心中有数，明确复习方向、稳定考试情绪，并使考生对生疏的题目形式有同样熟悉和练习机会，减少无关因素对成绩的影响，使考试尽可能公平。

4. 阅卷评分标准化

标准考试对评分的主要要求是准确、客观，这是标准考试的重要环节。对于标准化考试中采用大量的选择题、填空题、是非题等客观性试题，是由于这种试题答案的唯一性，在评卷过程中可以消除因人的主观因素带来的误差。学生将答案涂在专用的答案纸上，采用机器阅卷评分，节省阅卷的人力和时间。对于主观性试题，即由学生自由作答，教师阅卷评分的题，在评分过程中采取一些措施（如严格挑选和培训阅卷教师）进行控制，以求尽量减少主观评判中的误差。

5. 分数组合与解释标准化

考试后，把阅卷评分的原始分数，按一定的原则和方法进行转化，得出导出分数(最常用的一种是标准分数)，导出分数对考生分数的解释更合理，更客观。因为它表示的是个人在总体中的位置，即一个人相对于其他人的水平。采用标准分可调整各科之间由于难度不同带来的差别。考虑几科的总分时，则可在分别确定各科权重的基础上，将标准分加权后再相加，从而使各科在总分中应占的比重得以恰当的体现。

从国外的标准化考试来看，数学学科的考试不是着眼于检查中学阶段学到多少知识或记住多少公式，而是主要考核学生数学运算、数学概念运用、推理能力及运用基本数学知识解决实际问题的能力，而题型方面可分为客观记分题（如填空题、选择题、判断题、简答题等）和只能主观记分的题

（如运算题、证明题等）。还有一种"分步设问"题，它是由几个问题组成，几个问题之间在难度上有一定的阶梯，并且各问既相互联系又相互独立，这种题型，可以测试考生的基础知识，也可以测试考生级别较高的能力水平，同时也可以看出考生如何从各问之间的联系，受到启迪，从而获得解决问题和解决整体问题的方法，这种题型不会因在回答某个问题时产生失误而影响整体的解答和得分。

第二章　标准化题型及其解法

这里说的标准化题型，仅指人们常说的客观性试题。

客观性试题是指用符号来答题的试题，评分标准固定、客观，不受阅卷人员主观意志的影响，客观性试题的类型有最佳选择题、多重选择题、是非判断题等多种类型。

1.最佳选择题

这种题型的基本模式是：在每个问题中一般有3～5个可供选择的答案，其中有且只有一个答案是正确的。这种选择题在我国各种考试中最为常见。解这种选择题的基本思路大体可概括为两种：一是求真去伪，这跟通常的解题一样，也就是按照已知条件，根据有关定义、定理导出正确结论；把此结论与题中的几个结论对照，从而得出正确的答案；二是去伪存真，就是想方设法把选择题中不正确的结论，把它们一一否定掉，最后剩下的一个就是正确的结论。

运用这两种思路于解题之中，选择题的解法常用以下几种方法。

（1）执因索果法　这种方法是从题设条件出发，通过准确地运算，严密地推理，得出正确结论，与所给选择支对照，选择正确答案的方法。

例1　已知$A=\{(x,y)\mid(x-1)^2+y^2=1\}$；

$$B=\{(x,y)\mid\frac{y}{x}\cdot\frac{y}{x-2}=-1\};$$

$$C=\{(\rho,\theta)\mid\rho=2\cos\theta,\ \theta\neq\frac{k\pi}{4}\},$$

$$D=\{(x,y)\mid\begin{cases}x=x+\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}\ \theta\text{为参数},\ \theta\neq k\pi\};$$

而（$k\in Z$），则下面正确的是（　　）。

（A）$A=B$；（B）$B=D$；（C）$A=C$；（D）$B=C$。

解：集合A表示平面上以点（1，0）为圆心，以1为半径圆周上点的集合。

$\because\frac{y}{x}\cdot\frac{y}{x-2}=-1$，即$(x-1)^2+y^2=1$。（$x\neq0$，$x\neq2$）

$\therefore$集合B表示平面以点（1，0）为圆心，以1为半径圆周上除去点（0，0）和（2，0）的点的集合。

$\because\rho=2\cos\theta$，即$\rho^2\ 2\rho\cos\theta$，

由极坐标系与直角坐标系关系知

$$x^2+y^2=2x,\ (x-1)^2+y^2=1.$$

∴集合C表示平面上以点（1，0）为圆心，以1为半径圆周上除去点（0，0），（1，1），（2，0），（1，－1）的点集合。

∵ $\begin{cases}x=1+\cos\theta,\\y=\sin\theta,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x-1=\cos\theta,\\y=\sin\theta.\end{cases}$

两式两端分别平方，相加，得

$$(x-1)^2+y^2=1.$$

∴集合D表示平面上以点（1，0）为圆心，以1为半径周围上除去点（0，0）和（2，0）的点的集合。

因此，选择答案应为（B）。

说明：用执因索果法解选择题时，要特别注意以下几点：

①要认真审题，充分理解题意，反复推敲题中所给条件，极力避免因表面现象隐藏着实质内容而导致错误。

例2 四棱锥侧面三角形中，直角三角形的个数最多有（　　）

（A）1个；　（B）2个；

（C）3个；　（D）4个。

一般认为最多有3个。因为他考虑在棱锥顶点处如果有4个直角，则4条侧棱会在同一个平面内，就不可能是四棱锥了。实际上此题并未说侧面直角三角形的直角顶点就是棱锥顶点，也可能是底面四边形的顶点，这样就容易考虑到底面是矩形且有一条侧棱垂直于底面的情况，因此本题应选择（D）。

②对于一些概念性的选择题，一定要概念十分明确，不

能有半点含糊，特别要注意弄清那些容易混淆的概念，才能有把握选择出正确的答案。

③要慎重推理、计算，防止误入“机关”。有的选择题往往设置一些似是而非的“机关”，因此我们必须要小心从事，全面考虑。

例3. 参数方程 $\begin{cases} x = 5t^2 - 1, \\ y = 10t^2 + 4, \end{cases}$（$t$为参数）的图像是（　　）。

（A）斜率为2且截距为6的直线；

（B）端点为（-1，4）的射线；

（C）长为8的线段；

（D）中心为（-1，4）的双曲线。

本题设下的“机关”是：判断一个参数方程的图像往往要化为普通方程，在化成普通方程后如不注意原参数方程中x，y的取值范围，就要误认为是直线而选择(A)，其实$x \geq -1$，$y \geq 4$，应选（B）。

（2）特殊值法　就是取适合题设条件的某些特殊值，进行验算，得出正确判断的选择方法。

例4　椭圆$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$与曲线$\frac{x^2}{25-k} + \frac{y^2}{9-k} = 1$，当$k < 25$且$k \neq 9$时，总有（　　）

（A）相同的顶点；　　（B）相同的离心率；

（C）相同的准线；　　（D）相同的焦距。

解： 取$k = 10$时，有

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1, \qquad \frac{x^2}{15}-y^2=1$$

对于前式，$a=5$，$b=3$，$\therefore c=4$。

对于后式，$a=\sqrt{15}$，$b=1$ $\therefore c=4$。

故应选择（D）。

用特殊值法解选择题时，要注意以下两点：

①用特殊值进行检验，只可以否定一般，但不能肯定一般。用一个特殊值代入结论，检验不正确，可以淘汰这个结论；但代入检验是正确的，也不能就肯定这结论是对的，必须要从理论上给以证明。如果证明不出，则要多用几个特殊值检验它的正确性。

②用特殊值代入检验，一定计算准确无误，否则就可能将正确的结论也给淘汰了，给正确解题带来很多麻烦。

（3）验证法 就是把给出的答案一一进行检验，从而得出正确答案的方法。

例5 已知方程$x^2+(a-2)x+a+1=0$的两根为x_1、x_2，而点$P(x_1x_2)$在圆$x^2+y^2=4$上，则实数a之值为（　　）。

（A）0或8； （B）$3+\sqrt{11}$；

（C）$3-\sqrt{11}$； （D）$3+\sqrt{11}$，$3-\sqrt{11}$。

解：设$a=0$，则有$x^2-2x+1=0$，

$\therefore x_1=x_2=1$。

但点$P(1,1)$不在圆$x^2+y^2=4$上，$\therefore a\neq 0$，同理可检验$a\neq 8$。

再设$a=3-\sqrt{11}$，则有$x^2+(1-\sqrt{11})x+4-\sqrt{11}=0$。解之，得 $x_1=\dfrac{-1+\sqrt{11}+\sqrt{2\sqrt{11}-4}}{2}$，

$$x_2=\frac{-1+\sqrt{11}-\sqrt{2\sqrt{11}-4}}{2}.$$

点$P(x_1, x_2)$在圆上，事实上，

$$x_1^2+x_2^2=\frac{1}{4}(1+11+2\sqrt{11}-4-2\sqrt{11}-2\sqrt{2\sqrt{11}-4})+2\sqrt{11}\sqrt{2\sqrt{11}-4}+\frac{1}{4}(1+11+2\sqrt{11}-4-2\sqrt{11}+2\sqrt{2\sqrt{11}-4})-2\sqrt{11}\sqrt{2\sqrt{11}-4}$$

$$=\frac{1}{4}\times 16=4.$$

因此，应选(C)。

(4)执果索因法　就是从结论出发，按照严格地推理，正确地运算，直至与条件符合，从而选择正确答案的方法。

例6　若双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的两条渐近线互相垂直，则它的离心率是(　　)。

(A)$\sqrt{2}$；(B)2；(C)$\sqrt{3}$；(D)$2\sqrt{2}$。

解：若$e=\sqrt{2}$，则$\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}=\sqrt{1+\left(\dfrac{b}{a}\right)^2}=\sqrt{2}$。

即　$1+\left(\dfrac{b}{a}\right)^2=2$，　　$\left(-\dfrac{b}{a}\right)\left(\dfrac{b}{a}\right)=-1$。

而$\frac{b}{a}$、$-\frac{b}{a}$正是双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的两条渐近线$y=\frac{b}{a}x$，$y=-\frac{b}{a}x$的斜率，故此二渐近线互相垂直，∴应选择（$A$）。

应用这方法必须要求命题的条件或结论满足充要条件。

（5）筛选法。就是采用一些手段否定一个又一个结论，达到最后只剩下一个唯一正确结论的方法。

例7 二面角$P-a-Q$中，直线$AB\subset P$，$AC\subset Q$，$AD\subset Q$且$AB\perp a$，$AC\perp a$，则

（A） $\angle BAD<\angle BAC$；

（B） $\angle BAD>$二面角$P-a-Q$的平面角；

（C） 分别在面P、Q内二不交直线所成的角最大是$90°$；

（D） $\angle BAC$是直线BA与平面Q所成的角。

解：根据题设条件，画图1-1。

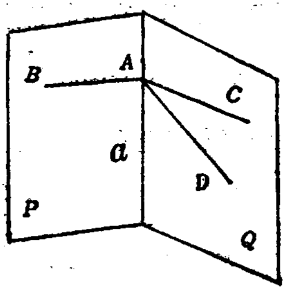

图 1—1

由条件可知，$\angle BAC$就是二面角$P-a-Q$的平面角，$\angle BAD$可以比$\angle BAC$小，也可以比$\angle BAC$大，因而否定（A）、（B）。

一条直线与一个平面所成的角应介于$0\sim90°$间，若$\angle BAC$为锐角或直角，它就是直线BA与平面Q所成的角。否则就不是。因而否定（D）。故