代数基础训练

高中二年级第一学期

河南教育出版社

高中二年级第一学期

高中二年级第一学期

代数基础训练

翟 连 林

河 南 教 育 出 版 社

高中二年级第一学期

代数基础训练

翟 连 林

责任编辑 刘宗贤

河南教育出版社出版

河南第一新华印刷厂印刷

河南省新华书店发行

787×1092毫米 32开本 4.25印张 87千字

1987年5月第1版 1987年5月第1次印刷

印数1—167,640册

统一书号7356·241 定价0.53元

出版说明

为了帮助高中学生加强基础知识和基本技能的训练，我们根据现行教材的要求，编辑、出版了这套基础训练丛书。计有语文、英语、数学、物理、化学等五科，按年级分学期陆续出版。

《高中课程基础训练》紧扣教学大纲和教材，所设题目都是根据教材内容顺序编排的，力求做到教师教到哪里就练到哪里，基本不偏离教学。练习的内容力求既系统、全面，又重点突出，分量适中，不设任何偏题、怪题，也不需要大量地抄写、计算；题型大多是填空题、选择题和改错题。这样设题可以免去抄写之劳，不至加重学生负担；而更重要的是能引导学生通过观察、比较、分析、概括、判断、推理等活动，更好地巩固所学知识，增强基本技能，收到良好的训练效果。

这套训练册可以根据不同情况灵活使用，有的可在课前预习时做，有的可在课堂上做，有的也可作为课外练习。究竟在什么时间做为好，应由任课老师根据教学的实际情况对学生进行具体指导。

河南教育出版社

一九八六年十二月

目 录

第五章　数列与数学归纳法

一　数　列

5.1　数列

1．是非判断题：

将你认为对的在（　　）内打"√"，错的打"×"。

（1）任何一个数列都能写出它的通项公式（　　）．

（2）若有两个数列，它们的通项公式相同，这两个数列就相同（　　）．

（3）数列 1，0，1，0，…的通项公式可以写出几个，比如，

$$a_n=\frac{1}{2}[1+(-1)^{n+1}],\quad a_n=\frac{1}{2}[1+\cos(n+1)\pi],$$

$$a_n=\frac{1}{2}\left[1+\sin\left(n\pi-\frac{1}{2}\pi\right)\right],\quad a_n=\begin{cases}1(n\text{ 为奇数}),\\0(n\text{ 为偶数}),\end{cases}$$

$a_n=\log_3[2+(-1)^{n+1}]$（以上 n 为正整数）

等等（　　）．

（4）数列的第一项总是该数列各项中最小的项（　　）。

2．填空：

（1）数列$\{a_n\}$的通项公式是 $a_n=(-1)^n\frac{1}{2^n}$，则它的前 4

项是________________。

（2）数列$1,-\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{4}{\sqrt{5}}, -\frac{8}{\sqrt{7}}$，…的一个通项公式是______________。

（3）数列1，2，1，2，1，2，…的一个通项公式是______________。

3. 数列$\{a_n\}$中，$a_n=\sin\frac{n\pi}{2}+\cos\frac{n\pi}{2}(n\in N)$，画出$a_n$的图象（横坐标轴是$n$轴，纵坐标轴是$a_n$轴）。

解：

4. 数列$\{a_n\}$中，$a_1=-1$，$a_n\cdot a_{n+1}=3$，写出它的前5项。

解：

5. 数列$\{a_n\}$中，$a_1=b$，$a_{n+1}=ca_n+d(c\neq1)$，写出它的前6项。

解：

6. 数列$\{a_n\}$中，$a_n=3n(n\in N)$；数列$\{b_n\}$中，$b_1=3$，$b_{n+1}=b_n+3$，分别写出这两个数列的前10项。观察一下，你能发现什么？你能进一步猜测出什么？

解：

7. 设正数数列$\{a_n\}$前 n 项和

$$S_n=\frac{1}{2}\left(a_n+\frac{1}{a_n}\right),$$

求a_1，a_2，a_3，a_4。

（提示：$S_1=a_1$，$S_2=a_1+a_2$）

解：

8. 指出下列解法的毛病，并写出正确解法：

题目：已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 n^2+n-1，求它的通项公式。

解：$\because S_n=n^2+n-1$，

则 $a_n=S_n-S_{n-1}$

$=n^2+n-1-[(n-1)^2+(n-1)-1]$

$=n^2+n-1-n^2+2n-1-n+1+1$

$=2n$。

$\therefore$ 所求数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2n$。

答：

9. 已知$f(x)=\frac{2x}{x+2}$，若$x_n=f(x_{n-1})$，$x_1=1$，n是大于1的正整数，写出x_2，x_3，x_4，x_5。

解：

10. 已知$\lg 2=0.3010$，问数列$\lg 1000$，$\lg(1000\cos 60^\circ)$，$\lg(1000\cos^2 60^\circ)$，…，$\lg(1000\cos^{n-1} 60^\circ)$，…的前多少项的和最大？

解：

5.2 等差数列

1. 选择题：

下面各小题都给出代号为A、B、C、D等几个结论，其中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题后的圆括号内。

(1) 等差数列的第二项与第四项的和是16，第一项与第五项的积是28，则它的第三项是

(A) 6； (B) 7；

(C) 8； (D) 9；

(E) 10。

〔答〕(　　)

(2) 已知无穷数列1，4，7，10，…问4891是它的第几项？

(A) 1985项； (B) 1631项；

(C) 1863项； (D) 1541项。

〔答〕(　　)

(3) 在等差数列中，第m项为n，第n项为m，则第$m+n$项为

(A) mn； (B) $m-n$；

(C) 0； (D) m^2；

(E) n^2.

〔答〕(　　)

(4) 在夏季，山的高度每增加100米，气温就降低0.7℃，某次观测中，测得一座山的山顶的气温是14.8℃，山脚的气温是26.7℃，则这座山的高度是

(A) 1600米；　(B) 1700米；

(C) 1800米；　(D) 1900米；

(E) 2000米。

〔答〕(　　)

2. 填空：

(1) 在2和30之间插入六项，使它们成等差数列，则这个数列的各项是_________________________________。

(2) 等差数列的首项是120，第17项是100，则公差 $d=$__________。

(3) 有三个数，它们的比为3:6:10，各加1并开平方，则成等差数列，这三个数是____________。

(4) 一个数列的通项公式是项数 n 的一次函数，且这个数列的第二项是1，第五项是10，则这个数列的通项公式为________________。

(5) 一等差数列前五项的和为25，第八项为15，则此数列的首项为______。

(6) 在等差数列 a，b，c，d，e 中，共有________个等差中项，它们是______________________________。

(7) 若三数 a，b，c 成等差数列，则 $a^2+8bc=$______。

(8) 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_3+a_6+a_9=9$，$a_3\cdot a_6\cdot a_9=15$，则$a_n=$________。

(9) 已知等差数列的第$m+n$项等于p，第$m-n$项等于q，则公差$d=$________，第m项$a_m=$________。

(10) 已知a，b，c成等差数列，$1+a^2$，$1+b^2$，$1-c^2$也成等差数列，则$a:b=$________。

3. 已知a，b，c三数成等差数列，求证：$b+c$，$c+a$，$a+b$三数亦成等差数列。

证明：

4. 如一元二次方程：$(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=0$的两根相等，试证：a，b，c成等差数列。

证明：

5. 已知等差数列$\{a_n\}$中，$p+q=i+j(p、q、i、j\in N)$，求证：$a_p+a_q=a_i+a_j$。

证明：

6. 已知$\log_a x$，$\log_b x$，$\log_c x$成等差数列，且$x\neq1$，试证：$\frac{1}{\lg a}$，$\frac{1}{\lg b}$，$\frac{1}{\lg c}$成等差数列。

证明：

7. 已知等差数列 a，b，c 中的三个数都是正数，且公差不为零，求证它们的倒数所组成的数列 $\frac{1}{a}$，$\frac{1}{b}$，$\frac{1}{c}$ 不可能成等差数列。

证明：

8. 若 a，b，c，d 为一等差数列之连续四项，

试证：$a^2-3b^2+3c^2-d^2=0$。

证明：

9. 如果两个等差数列5，8，11，…与3，7，11，…都有100项，问它们有多少个相同的项？

解：

10. 有一个$3n$项的等差数列，前n项和为A，中间n项和为B，最后n项和为C，求证：$B^2-AC=\left(\frac{A-C}{2}\right)^2$.

证明：