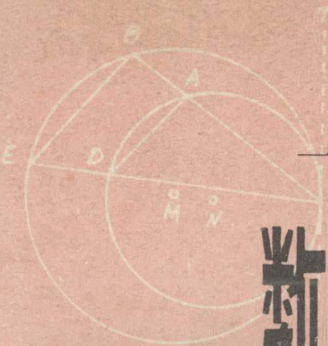
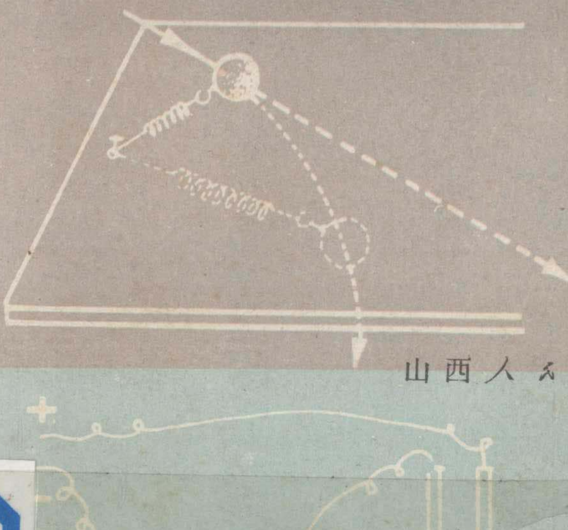


一九七九年山西省

数理化竞赛题解



山西人民出版社

一九七九年山西省

数理化竞赛题解

山西省数理化竞赛委员会编

山西人民出版社

一九七九年山西省
数理化竞赛题解
山西省数理化竞赛委员会

*

山西人民出版社出版　（太原并州路七号）
山西省新华书店发行　山西新华印刷厂印刷

*

开本：787×1092　1/32　印张：$2\frac{3}{4}$　字数：56千字
1979年7月第1版　1979年10月太原第1次印刷
印数：1—160,500册

*

书号：7088·825　定价：0.20元

目　录

树雄心，立壮志，奋勇攀登

………中共山西省委常委、文教部部长 山西省数理化竞赛委员会主任　王文章（1）

浅谈学习数理化

………山西省数理化竞赛委员会副主任 山西大学物理系教授、系主任　张永畲（3）

数学题解……（7）

第一试……（7）

第二试……（18）

物理题解……（40）

第一试……（40）

第二试……（48）

实验试题答案……（55）

化学题解……（62）

第一试……（62）

第二试……（69）

实验试题答案……（77）

谈谈数学竞赛

……山西省中小学教材编审室　冯守训（80）

树雄心，立壮志，奋勇攀登

中共山西省委常委、文教部部长
山西省数理化竞赛委员会主任

王 文 章

我省一九七九年中学数学、物理、化学竞赛于四月十三日胜利结束。这是对全省数理化教学的一次大检阅。经地、市广泛推荐与选拔，一千余名成绩优良的青少年参加了全省统一举行的决赛，最后评选出优胜者一百〇七名，其中数学四十名，物理三十六名，化学三十一名。物理、化学竞赛是我省解放以来的第一次，除笔试外，两科都从当前教学实际出发，分别进行了实验考查，总的成绩是可喜的。数学成绩与一年前相比，有了较大幅度的提高。这充分看出，粉碎“四人帮”后短短几年，由于广大教师的辛勤劳动，积极采取有力措施，各科教学的质量都得到了相应的提高。通过竞赛，也发现一些有才华的青少年，经过顽强刻苦的努力，正在茁壮成长，其中有些同学在两门学科上同时获得优胜，有的还是全省语文竞赛中的优胜者。这种可喜现象更令人鼓舞！

开展数理化竞赛，目的在于促进和加强各学科的基础知识教学和基本技能的训练，培养学生分析问题和解决问题的能力，发现和选拔优秀人才，调动青少年从小爱科学、学科学、用科学的积极性，以适应社会主义现代化建设的需要。

因此，要特别注意应在普遍提高教学质量的前提下，进行竞赛，处理好竞赛与正常教学的关系；不能为竞赛搞突击，加重学生负担，影响正常教学和学生身心健康。通过竞赛，不仅选拔出一批尖子，更重要的是促进大面积的丰收。因此，在教学中必须注意把更大的功夫下在大多数学生身上；绝不能抓住几个初露头角的尖子，而丢掉一大片难以限量的苗子。对此，广大教师一定要有清醒的认识，并在自己的工作实践中以科学的态度谨慎对待，妥善处理，为祖国四个现代化多快好省地培养人才。

广大青少年同学要以正确的态度对待每一次学科竞赛。已经获得优胜的同学，要戒骄戒躁，继续努力，德智体全面发展，把取得的成绩做为攀登新高峰的起点，须知天外有天，要百尺竿头，更上一层；竞赛中没有取得优胜的同学，不可气馁，应吸取经验，激励再战，争取在以后的竞赛中创造优异的成绩；对于大多数没有被选拔参加竞赛的同学，应当奋发有为，不要怨天忧人，更不能自抱自弃。世界著名科学家爱因斯坦小时候被父母视为“低能儿”，然而爱因斯坦相信天才出于勤奋，他认真学习，持之以恒，终于创造了震惊世界的“相对论”。

我国社会主义四个现代化的宏伟远景为每个青少年的发展开辟了无限广阔的前程。愿青少年同学们个个树雄心，立壮志，在文化科学的征途上，你追我赶，奋勇登攀！

浅谈学习数理化

山西省数理化竞赛委员会副主任
山西大学物理系教授、系主任

张永崙

首先谈谈为什么要学习数、理、化？大家都知道，在本世纪内把我国建设成为伟大的社会主义现代化的强国，要实现工业、农业、国防和科学技术的现代化。实现四个现代化的关键是科学技术现代化，把科学技术现代化搞上去必须加强基础理论的研究，而基础理论的基础是数、理、化。因此，数、理、化的重要性是不言而喻的。

在我们的生活环境中每日每时都离不开数量和形状，数学就是研究数量和空间形式的一门科学。不论研究物理、化学还是其它一切学科，各种工程技术、气象、天文、地理、宇航、国防和科学研究等都得用数学计算其数量和画出它们的图形。现在要求计算得快、设计得快而且准确，电子计算机是不可缺少的现代化工具，而电子计算机的基础正是我们中学里所学的数学。在中学里学习的数学主要是使我们在数量和空间概念上有个最基本的知识，有了这个基础才能更进一步学习高深的数学，解决较复杂的问题。

物理学是研究物质运动规律的一门基础学科。自然界里发生的各种现象，如力、声、光、热、电、磁、原子、原子核

和基本粒子等都和我们人类生活密切相关。我们只有掌握这些现象的规律，才能改造自然为人类谋幸福。物理学就是研究这些现象并找出它们的规律的科学。这些现象的规律，是经过长期生产斗争和科学实践，在不断总结经验的基础上得出来的，我们掌握了这些规律，就可以用以改造自然在生产上引起重大的变革。如十七、十八世纪牛顿力学和热力学的建立和发展，出现了蒸汽机和机械工业，用机器和机械代替了人的体力劳动，引起了第一次工业革命。十九世纪法拉第——麦克斯韦电磁理论的建立，出现了电动机，引起了工业电气化即第二次工业革命。本世纪初，由于对原子、原子结构认识的不断深入和对微观物质运动规律的研究，不仅带动起一些新兴学科，而且使人类进入了原子能、电子计算机、自动化、半导体、激光等新技术时代。现正进行关于基本粒子的研究，我们掌握了基本粒子的运动规律，将会对人类做出更大的贡献。现在中学学的物理知识都是科学家在很长时期中积累总结出来的规律，是我们必须掌握的最基本的知识，唯有掌握了这些知识才能进一步学习高深的物理和其它有关学科。

化学主要研究物质的组成、结构和性质，研究物质变化规律以及变化过程的能量关系的科学。人的生活离不开物质，自然界中一切物质都是由各种元素组成的，现已知道的元素有一百零七种。要认识这些物质的客观规律，改造它、利用它，就必需学习化学。例如：碳元素存在于煤、石油、天然气中，它们都是制造塑料、人造橡胶、合成纤维的原料，还可以从它们中提取几百种产品。我国化学工作者用人工合成一种具有生物活性的蛋白质——牛胰岛素，在世界上

还是首次，对研究生物起源具有推动作用。在中学里学习的化学是最基本的知识，学好这些知识不但能为将来深入学习化学打好基础，而且对今后学习别的学科也是不可缺少的。

再谈谈怎样学好数、理、化：首先应树立为革命而学的思想，为在本世纪内实现我国的社会主义现代化而奋斗的思想，为攀登科学高峰打好坚实基础的思想，这就是我们学好数、理、化的动力。第二，在学习上应有坚强的毅力和刻苦的精神。有人曾问伟大物理学家爱因斯坦成功的秘诀是什么？爱因斯坦回答：成功=艰苦劳动+正确方法+少说空话。可见，在学习上不下功夫，不刻苦钻研是不会有成就的。在学习数、理、化时一定要由浅入深、由简单到复杂，踏踏实实地学，首先应搞清楚基本概念、基本理论和基本规律，要反复思考一直到弄懂为止。在这次我省数、理、化竞赛中有不少同学在基本概念、基本理论上没有搞清楚，如：数学中的平面几何、立体几何方面对形的概念不清故答的不好。物理中的有关热力学第一定律、电磁场、光学、力矩和原子物理的概念不清，虽然试题比较容易，但也答的不好。化学中的符号书写运用也存在不少问题。在基本概念、基本理论弄懂后再多做练习，这样便于巩固所学的知识，训练分析问题、解决问题的能力。第三，物理和化学都是实验科学，在有条件的地方要多做些实验，这样可以帮助理解原理、概念，又能训练操作技能。要参加课外科学小组活动如：无线电、航模、电机模型、气象预报等，此外还要读一些科普读物以扩大知识面补充课本的内容。

在中学学习数、理、化是打好向科学进军的基础阶段，这一阶段学不好将对以后的学习有很大的影响，如同建筑楼

房一样，基础没有打好，建筑物是不会牢固的。要赶超世界科学先进水平，实现我国的四个现代化，没有足够数量和高质量的科学工作者不行，而这些人才的培养必须先打好数、理、化这一基础，将来才能进一步深造，为祖国的四个现代化做出贡献。

数 学 题 解

第 一 试

一、回答下列问题：

(1) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{6}\pi$，对吗？

(2) 方程 $ax=b$（a，b 为实数），$a=0$ 时无解，对吗？

(3) $\operatorname{tg}A=\operatorname{tg}B$，必有 $A=B$ 吗？若 $\operatorname{arc\,tg}a=\operatorname{arc\,tg}b$，$a$、$b$ 的关系又怎样？

(4) 试写出"在同圆中等弦对等弧"的逆否命题。

答：(1) 不对，$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{\pi}{6}$。

(2) 不对，因为当 $b=0$ 时，任一实数都是它的解。

(3) 不一定（举一反例说明若 $\operatorname{tg}A=\operatorname{tg}B$，而 $A\neq B$）；考虑到反三角函数在主值区间的一一对应关系，若 $\operatorname{arc\,tg}a=\operatorname{arc\,tg}b$，必有 $a=b$。

(4) 在同圆中，不相等的弧对不相等的弦。

二、绘出下列函数的图象：

(1) $y=|x-3|+\sqrt{1-2x+x^2}$；

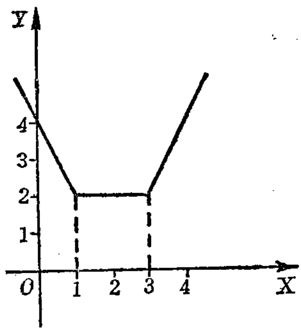
(2) $x^2-3xy-4y^2-2x+23y-15=0$。

解：(1) $y=|x-3|+\sqrt{1-2x+x^2}$

$$=|x-3|+|x-1|$$

$$=\begin{cases}4-2x, & \text{当}x<1,\\ 2, & \text{当}1\leqslant x<3,\\ 2x-4, & \text{当}x\geqslant 3.\end{cases}$$

其函数图象如下：



(2) $x^2-3xy-4y^2-2x+23y-15=0$,

即 $(x-4y+3)(x+y-5)=0$.

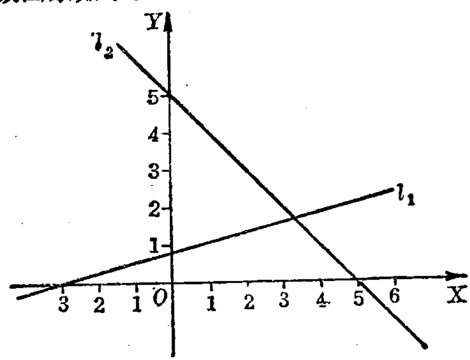
它表示两条相交直线 l_1:

$$x-4y+3=0$$

和 l_2:

$$x+y-5=0.$$

其函数图象如下：



三、给定一无理数 α_0，证明：

(1) 对任意有理数 r_1、r_2，如果满足

$$r_1\alpha_0+r_2=0,$$

则$r_1=r_2=0$；

(2) 若实数β可表为

$$\beta=R_1\alpha_0+R_2,$$

(其中R_1、R_2为有理数) 则表示法是唯一的。

证明：(1) 如若$r_1\neq0$，则原式可表为

$$\alpha_0=-\frac{r_2}{r_1}.$$

这时，上式左端为无理数，而右端为有理数，矛盾！所以只有$r_1=0$。从而$r_2=0$。

(2) 已知$\beta=R_1\alpha_0+R_2$，如另有$\beta=R_1'\alpha_0+R_2'$，则

$$(R_1-R_1')\alpha_0+(R_2-R_2')=0.$$

由 (1) 知，

$$R_1-R_1'=0,\ R_2-R_2'=0.$$

即 $R_1=R_1'$，$R_2=R_2'$。

所以表示法是唯一的。

四、求满足条件：

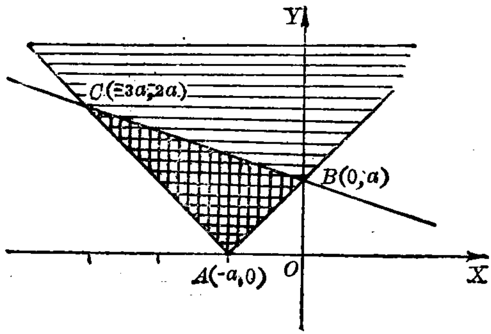
$$y\geqslant|x+a|,\ y\leqslant-\frac{1}{3}x+a\ (a>0)$$

的点组成的图形的面积。

解：$y=|x+a|$

$$=\begin{cases}x+a, & 当x\geqslant-a,\\ -x-a, & 当x<-a.\end{cases}$$

而$y=x+a$ (当$x\geqslant-a$) 与$y=-x-a$(当$x<-a$)是由点A $(-a,0)$ 引出的两条射线，它们的倾角分别是45°与135°，所以它们的夹角为直角（如图）。



满足条件

$$y \geqslant |x+a| \quad (a>0)$$

的部分是图中横线部分．而 $y=-\frac{1}{3}x+a \quad (a>0)$ 与 $y=|x+a|$ 的交点，可由

$$\begin{cases} y=x+a, \\ y=-\frac{1}{3}x+a \end{cases} \qquad x \geqslant a,$$

和

$$\begin{cases} y=-x-a, \\ y=-\frac{1}{3}x+a \end{cases} \qquad x<-a,$$

求得为 $B(0, a)$，$C(-3a, 2a)$．

故所求图形是直角$\triangle ABC$．

$$\therefore \quad S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB \cdot AC$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{2}a\cdot 2\sqrt{2}a$$

$$=2a^2.$$

五、解方程组

$$\begin{cases} x+y=\dfrac{\pi}{2}, & (1)\\ \cos 2x=\cos x+\cos y. & (2)\end{cases}$$

解：由(1),得

$$\cos y=\sin x. \qquad (3)$$

代入(2)，得

$$\cos 2x=\cos x+\sin x.$$

$\therefore\quad \cos^2 x-\sin^2 x-(\cos x+\sin x)=0,$

即 $(\cos x+\sin x)(\cos x-\sin x-1)=0.$

(Ⅰ)当 $\cos x+\sin x=0$，($\because\ \cos x\neq 0$)

$\therefore\quad \text{tg}x=-1$

$$\therefore\quad \begin{cases} x=k\pi-\dfrac{\pi}{4},\\ y=-k\pi+\dfrac{3\pi}{4}.\end{cases} \quad (k\text{ 为整数})$$

(Ⅱ)当 $\cos x-\sin x-1=0,$

即 $\cos x-\sin x=1.$

$$\therefore\quad \sin\frac{\pi}{4}\cos x-\cos\frac{\pi}{4}\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{即}\quad \sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\therefore \quad \frac{\pi}{4}-x=2k\pi+\frac{\pi}{4};$$

(k 为整数)

$$\frac{\pi}{4}-x=2k\pi+\frac{3\pi}{4}.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=-2k\pi, \\ y=2k\pi+\dfrac{\pi}{2}; \end{cases}$$

(k 为整数)

$$\begin{cases} x=-2k\pi-\dfrac{\pi}{2}, \\ y=(2k+1)\pi. \end{cases}$$

故方程组的解为

$$\begin{cases} x=k\pi-\dfrac{\pi}{4}, \\ y=-k\pi+\dfrac{3\pi}{4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-2k\pi, \\ y=2k\pi+\dfrac{\pi}{2}; \end{cases}$$

(k 为整数)

$$\begin{cases} x=-2k\pi-\dfrac{\pi}{2}, \\ y=(2k+1)\pi. \end{cases}$$

解法 2：由(1)，得

$$\cos y=\sin x.$$

代入(2)，得

$$\cos 2x-\cos x-\sin x=0.$$

即

$$2\cos\frac{3x}{2}\cos\frac{x}{2}-2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}=0,$$

$$2\cos\frac{x}{2}\left[\cos\frac{3x}{2}-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{x}{2}\right)\right]=0,$$

$$4\cos\frac{x}{2}\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0.$$

当 $\cos\frac{x}{2}=0$,

$\therefore\quad \frac{x}{2}=k\pi+\frac{\pi}{2}$, （$k$ 为整数）

$\therefore\quad x=2k\pi+\pi=(2k+1)\pi$,

$y=-2k\pi-\frac{\pi}{2}$; （k 为整数）

当 $\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=0$,

$\therefore\quad \frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2}$, （$k$ 为整数）

$\therefore\quad x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$, （$k$ 为整数）

$y=-2k\pi$;

当 $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0$,

$\therefore\quad x-\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2}$, （$k$ 为整数）