

Mathematics & Design

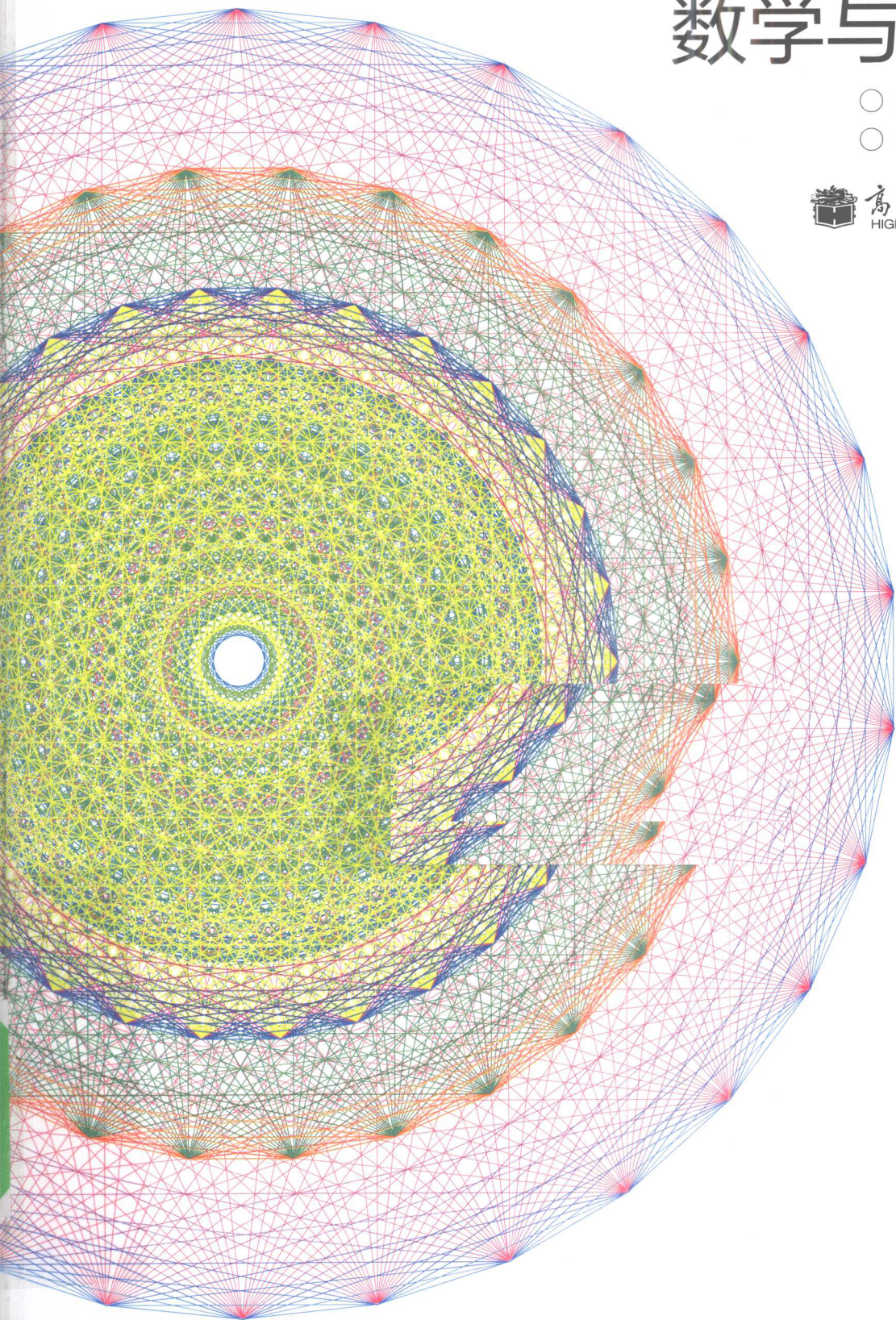
数学与设计

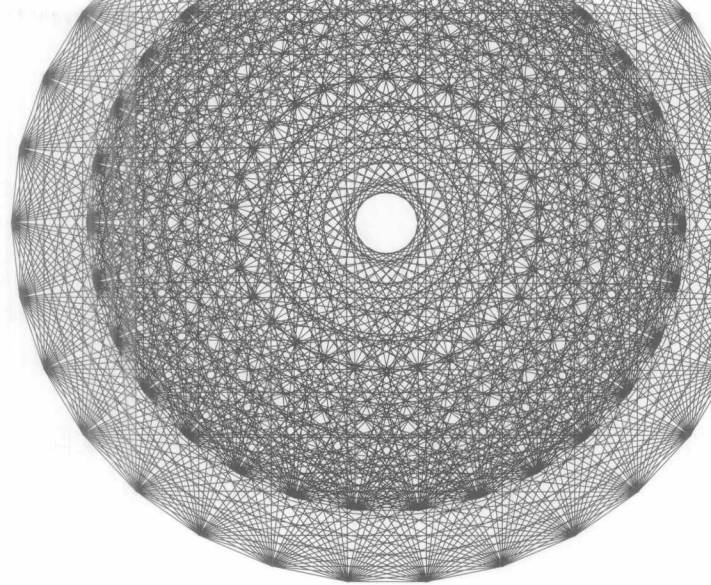
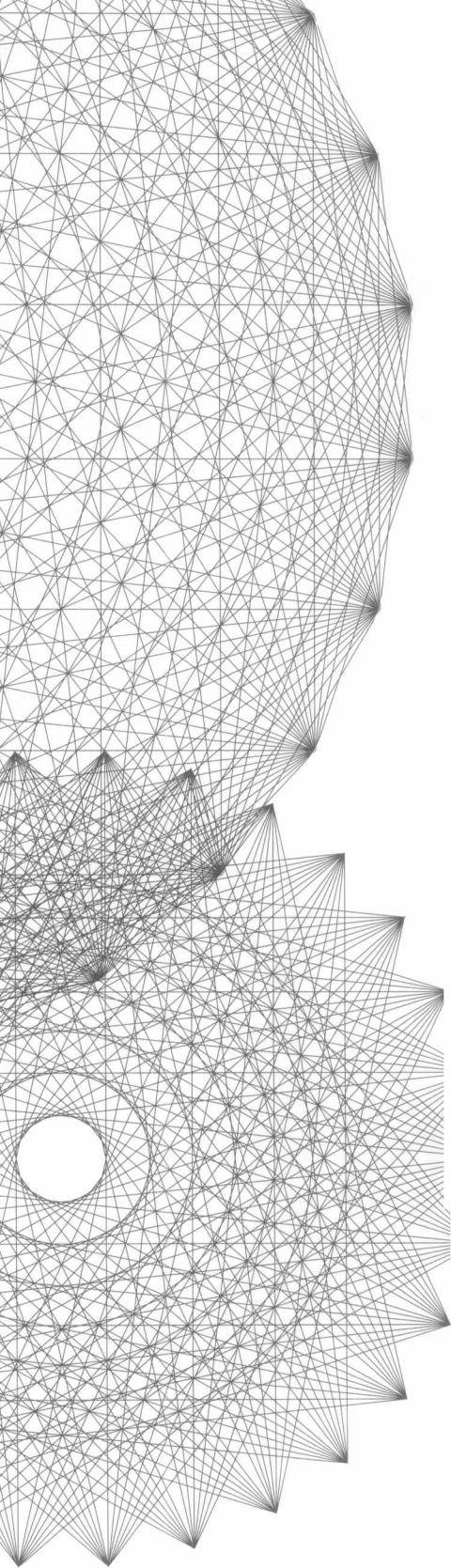
○ 主编 彭 澎

○ 编著 吴震瑞



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS





Mathematics & Design

数学与设计

○ 主编 彭 澎

○ 编著 吴震瑞

图书在版编目 (CIP) 数据

数学与设计/彭澎主编. —北京: 高等教育出版社,
2010. 9
ISBN 978-7-04-029754-6

I. ①数… II. ①彭… III. ①艺术-设计-应用数学-
高等学校: 技术学校-教材 IV. ①J06
中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第140827号

策划编辑 梁存收	责任编辑 李玥玮	封面设计 王凌波
责任绘图 尹文军	版式设计 范晓红	责任校对 王 超
责任印制 朱学忠		

出版发行 高等教育出版社	购书热线 010-58581118
社 址 北京市西城区德外大街4号	咨询电话 400-810-0598
邮政编码 100120	网 址 http://www.hep.edu.cn http://www.hep.com.cn
经 销 蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购 http://www.landraco.com http://www.landraco.com.cn
印 刷 北京信彩瑞禾印刷厂	畅想教育 http://www.widedu.com

开 本 787 × 1092 1/16	版 次 2010 年 9 月第 1 版
印 张 8.25	印 次 2010 年 9 月第 1 次印刷
字 数 200 000	定 价 24.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 29754-00

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》, 其行为人将承担相应的民事责任和行政责任, 构成犯罪的, 将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序, 保护读者的合法权益, 避免读者误用盗版书造成不良后果, 我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为, 希望及时举报, 本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话: (010) 58581897/58581896/58581879

反盗版举报传真: (010) 82086060

E-mail: dd@hep.com.cn

通信地址: 北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编: 100120

购书请拨打电话: (010) 58581118



前言

设计是一个极其广泛的概念，现代著名设计大师莫霍利-纳吉（Laszlo Moholy-Nagy）提出：“设计不是一种职业，它是一种态度和观念，一种规划（计划）的态度观点。”利特的理解是：“设计是包含规划的行为……这是很困难的智力工作并要求谨慎的、关键的决策。它不重视把外形摆在最优先地位，而是把与之有关的各方面结果结合起来考虑，包括考虑经济、社会、文化效果。”本书编者综合中外设计理论与实践认为，设计不仅是一门艺术，而且是艺术、科学、技术、文化、经济、管理等的融合。因此，设计创作不仅需要设计者拥有一定的审美意识和创意能力，而且还需要具备一定的科学思想。

数学作为科学技术发展的基础，在整个设计领域中起着非常重要的作用。例如，图案设计看似与数学无关，实际上，目前大量的图案都是利用数学函数生成的。设计师一旦掌握了用数学函数设计图案的方法，其设计的效率会提高数十倍，设计的水平也会得到质的飞跃。既然连图案设计都如此需要数学，产品设计、建筑设计、环境艺术设计等就更需要数学的支持。

本书的写作目的就是要将数学引入现代设计教育中，以培养出具有科学思想和理性思维能力的设计师，从而提高设计人员的设计水平。就目前实际情况而言，将设计与数学融合起来，使学习设计专业的学生了解和掌握一些数学知识，并能够将数学运用到设计中已是当务之急。

基于上述观点，根据目前高等院校设计专业学生的实际情况，结合多年在设计专业开设数学与设计课程的经验，我们决定编写本教材。在编写过程中，我们坚持以实用性为核心的基本原则，以期达到数学能够真正有效地为设计提供服务的目标。本教材共包括六章内容，其中，第一章主要介绍数学与设计之间的相互关系，使读者在学习之前对数学以及数学在设计中具有的重要作用有基本的认识 and 了解，为学好本课程打下良好的基础。第二章至第六章分别为：比例与设计、几何与设计、透视与设计、代数与设计、其他数学形式与设计。通过对第二章到第六章的学习，学习者能够比较全面、系统地了解 and 掌握数学在设计中的各种应用，初步建立起运用理性设计思维和科学方法进行设计的观念，为进一步深入学习设计和从事设计工作打好基础。

为了能够便于学生理解，全书采用以实例为主的方式来编写。在编写过程中，本书尽量做到言简意赅和条理清晰。本书适合高等院校艺术设计及相关专业的教学使用。

教学建议学时：

章	教学内容	建议学时（一）	建议学时（二）
		36学时	54学时
第一章	数学与设计概述	2	2
第二章	比例与设计	4	8
第三章	几何与设计	8	12
第四章	透视与设计	8	12
第五章	代数与设计	8	12
第六章	其他数学形式与设计	6	8

1 第一章 数学与设计概述

1 第一节 关于数学

1 一、数学概述

2 二、数学与构成法则

4 三、数学的作用

4 第二节 关于设计

4 一、设计概述

7 二、设计的性质

10 第三节 数学与设计的关系

10 一、数学是设计的基础要素

10 二、数学是设计的推动力

11 三、设计促进数学的发展

11 思考与练习

13 第二章 比例与设计

13 第一节 比例简述

13 一、比例的概念

14 二、数列与斐波纳奇数列

16 三、比例在设计中的应用

18 第二节 比例在设计中的作用

18 一、分割作用

20 二、评定作用

20 三、应用的基本原则

22 第三节 黄金分割与设计

22 一、黄金分割的相关概念

23 二、黄金分割的自然形态

26 三、黄金分割作图技巧

28 四、黄金分割与设计应用

32 第四节 $\sqrt{2}$ 比例与设计

32 一、 $\sqrt{2}$ 比例作图技巧

33 二、 $\sqrt{2}$ 比例与设计应用

35 思考与练习

37 第三章 几何与设计

37 第一节 几何与设计的关系

37 一、几何形态与设计

41 二、几何在设计中的作用

42 第二节 几何在设计中的应用

42 一、平面几何在设计中的应用

44 二、立体几何在设计中的应用

46 第三节 解析几何与设计

46 一、解析几何概述

47 二、解析几何在设计中的应用

49 第四节 对称、相似与设计

49 一、关于对称与相似

50 二、对称、相似对设计的作用

51 三、中心对称与设计

54 四、轴对称与设计

57 五、相似与设计

59 思考与练习

61 第四章 透视与设计

61 第一节 透视及其在设计中的应用

61 一、透视与几何

63 二、透视中的常用术语

64 三、透视在设计中的应用

66 第二节 透视的种类与作图技巧

66 一、一点透视

68 二、两点透视

70 三、三点透视

72 第三节 设计应用技巧

72 一、绘画中的透视

74 二、建筑设计中的透视

80 三、产品设计中的透视

84 思考与练习

85 第五章 代数与设计

85 第一节 排列、组合与设计

85 一、排列、组合简述

86 二、排列、组合与设计的关系

87 三、排列组合在设计中的实际应用

89 第二节 集合与设计

89 一、集合简述

91 二、集合与设计的关系

93 三、集合在设计中的实际应用

95 第三节 函数与设计

95 一、函数简述

97 二、函数与设计的关系

97 三、函数在设计中的应用

98 思考与练习

99 第六章 其他数学形式与设计

99 第一节 拓扑与设计

99 一、拓扑学概述

101 二、拓扑结构分类

102 三、拓扑与设计应用

105 第二节 分形与设计

105 一、分形概述

106 二、分形与设计应用

108 思考与练习

109 附录

109 附录一 常用几何运算公式

109 一、几何平面周长及面积运算公式

111 二、几何形态面积与体积运算公式

115 附录二 函数图形

118 附录三 分形创意图形

121 参考文献

123 后记

第一章 数学与设计概述

导读：数学作为基础自然科学，被广泛地应用于人类社会的各个领域。在设计领域中，也同样如此，不论是平面设计、图形创意，还是景观设计、产品设计，都离不开数学。作为全书的基础，本章将介绍数学和设计的基础知识，为读者进一步学习打好基础。

第一节 关于数学

一、数学概述

数学是一门自然科学，它能够帮助人们解决众多自然界和社会中存在的问题，促进人类社会的发展。

（一）何为数学

数学是人们对自然事物的数量、形状、结构、变化以及空间形态进行探索和研究的过程中逐渐产生的，它是以人们的抽象思维与逻辑推理思维为基础，利用计数、计算、量度等方式来解释说明有关事物的数理关系及其空间形态的学问。

从最初的计数，到后来的运算、关系、形态，数学的发展经历了漫长的岁月。如今，完善的数学知识体系已经被广泛地应用于人类社会的各个领域，特别是在设计领域，更是不可缺少的重要内容。

（二）数学的特点

数学具有抽象性、精确性、广泛性、简洁性、统一性等显著的特点。下面就数学的这些特点进行简单的介绍。

1. 抽象性

数学中的数字、符号都是抽象的概念，其实质是表示事物或事物之间的某种关系。例如，算术表达式“ $x+y$ ”中的 x 和 y 代表的是任何事物的数量，又如，5头牛、3只羊、10斤苹果中的数字。

2. 精确性

数学能够科学、系统、准确地表现事物的数量、空间形态以及事物间的相互

关系。例如,对材料强度、面积、成本、进度等进行精确的计算或安排。

3. 广泛性

数学被广泛地应用于人类社会的各个领域,从人们日常生活的购物、时间安排,到各种科学研究,人类的所有活动都离不开数学。

4. 简洁性

数学将自然界和人类社会中的各种事物和现象用简单的符号来表示,将复杂的事物之间的关系用简单的公式来表示,它所体现的既是抽象性又是简洁性。

5. 统一性

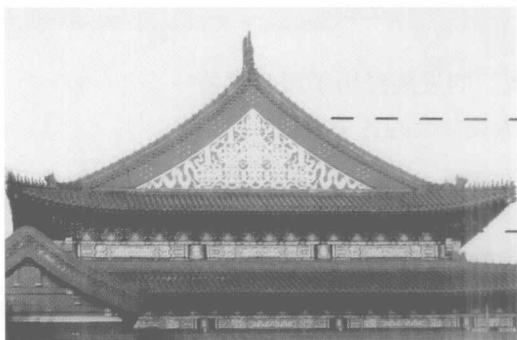
数学将具有相同规律的事物统一起来用公式来表示,它所体现出的是统一性。例如,所有的直角三角形,不论是等腰直角三角形,还是非等腰直角三角形,都具有勾股定理所描述的特性。又如,黄金分割特性、各种公理、定理等所体现出的都是统一性。

二、数学与构成法则

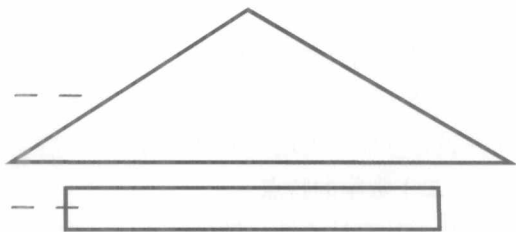
构成法则是人类社会中存在的美的法则。数学与构成法则有着密切的关系,研究表明,人们所遵循的简洁、对称、节奏、比例与分割等法则都与数学有关,并能够通过数学进行解释和表现。

(一) 简洁

构成法则中非常重要的一点就是简洁。数学可以将复杂的事物、形态用简洁的方式表达出来,使其符号化,并总结、归纳出规律。图1-1(a)是北京故宫大殿顶部的侧面图,从图中可以看出,它的结构、装饰等都非常复杂。在对其进行研究时,如果采用数学中的几何对其进行抽象,将其简单化,研究起来就会相当便捷。通过抽象还能总结出故宫大殿为什么能够产生大气、庄重等视觉效果,从而为设计师在进行建筑设计时提供参考。故宫大殿顶部侧面图的几何形态如图1-1(b)所示。



(a) 故宫大殿顶部侧面



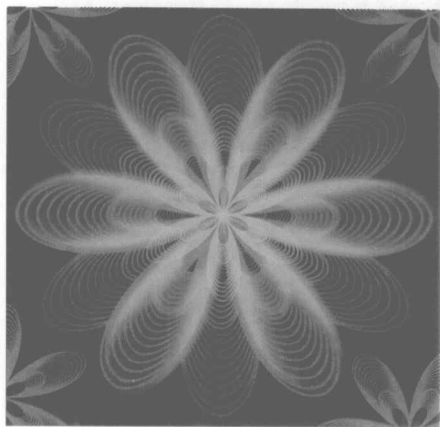
(b) 故宫大殿顶部侧面几何抽象

图1-1 简洁

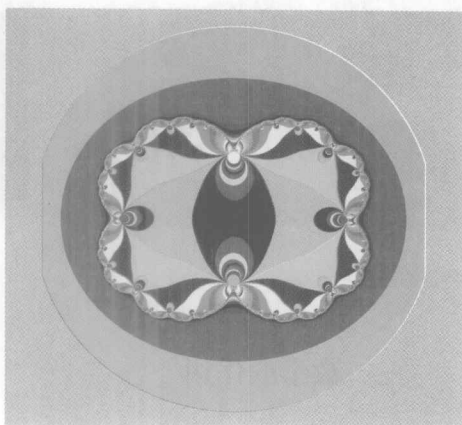
(二) 对称

对称是自然界和人类创造物中最常见的结构。利用数学函数能够设计创作出多种对称图形,图1-2就是利用数学函数创作出的中心对称图形与轴对称图形。

利用数学创作对称图形能够极大地提高图形设计的效率和质量。



(a) 中心对称图形



(b) 轴对称图形

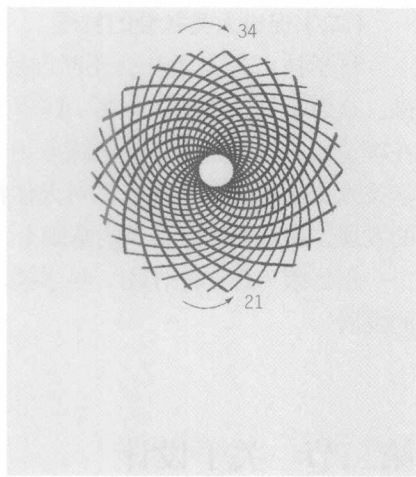
图1-2 对称

(三) 节奏

韵律与节奏同样可以通过数学实现。图1-3(b)是用斐波纳奇数列创作出的向日葵图案，它具有很强的节奏感。



(a) 向日葵



(b) 向日葵图案

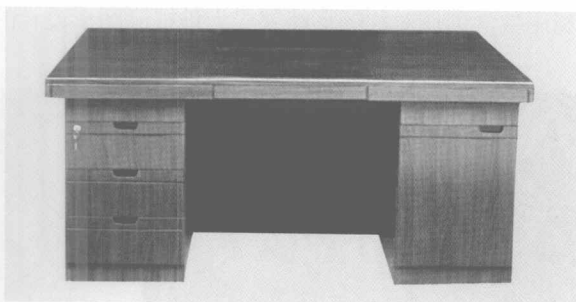
图1-3 节奏

(四) 比例与分割

比例与分割不仅是构成法则中的重要内容，而且也是数学的重要研究领域。数学领域中的黄金分割、根号分割、渐变分割、等形分割以及排列组合等是构成设计的基础。例如，部分出版物、产品都具有一定的 $\sqrt{2}$ 比例特征，如图1-4所示。



(a) 书籍



(b) 桌子

图1-4 具有 $\sqrt{2}$ 比例特征的书籍和产品

三、数学的作用

数学不但能够提高人们的思维能力，而且能够促进人类社会的发展。

(一) 提高人们的思维能力

数学是人们对事物本质进行的一种抽象研究。在研究过程中，人们对事物的认知方式由最初的具体形象研究逐渐转变为抽象研究。在这一过程中，人们的思维能力得到不断的提升与发展。例如，通过对几何知识以及透视原理的学习，能够加强、提升人们的空间思维能力，从而使人们能够在实际生产生活中，较为准确地把握事物的形态，提高创造效率。

(二) 促进人类社会的发展

科学技术是人类社会不断向前发展的推动力，数学则是科学技术发展的基础。众所周知，物理、化学、医学、工程技术等科学技术都离不开数学。无论是在理论研究方面，还是在实践应用方面，数学作为一门基础科学，能够为其他科学技术提供支持。例如，在对天体物理研究的过程中，人们对于太阳系中海王星的发现，就是在观察记录的基础上，利用一定的计算方式求解出来的。

正是因为数学的作用，科学技术才能不断地发展，从而进一步推动人类社会的发展。

第二节 关于设计

一、设计概述

设计是一种以人为主体的，并有特定目标对象的创造性行为，是人类特有的生命特征的显示，其价值在于观念的创新以及符合人类社会规律的社会实现。

(一) 设计的概念

设计，从字面上分析，“设”就是设想、创意的意思；“计”就是计划、安排，其含义就是根据一定要求，对某项工作预先制定图样、方案等。在现实社会中，人们对于设计的概念有着不同的认识和理解。例如，国际工业设计协会联合

会主席奥古斯托·摩尔认为设计是发明,是革新;而莫霍利-纳吉则认为设计是一种以生产某种产品为目的,将社会的、人类的、经济的、技术的、艺术的、心理的多种因素综合起来,进行产品生产构思和计划的技术。

设计,归根结底就是人类有意识、有艺术创造力的造物活动,是人类根据一定的目的和要求形成的一种构思和思想意图。其中,构想与确定是设计的关键,构想是对事物形态或工作目标以及工作过程的创造性想象;确定是对这一设想进行严格的审视与选择,最后用语言、文字、图形等视觉元素实现设想意图的过程。

由此可见,设计既是一种强调人的精神作用的创造性活动,也是一种理性的科学行为。总之,设计是社会物质文明与精神文明需求的综合体现,是包含着丰富的文化内涵的物质创造;设计是人类有意识的、有艺术创造力的造物活动;设计是人类有目的性的审美活动;设计是融合物质文化、智能文化、制度文化和观念文化的综合体,它涵盖了人们生活的方方面面,将人类所创造的物质文化和精神文化融为一体,是人类文化的载体之一。

(二) 设计的起源与发展

设计源自于人类社会的生产生活。在早期人类社会的发展进程中,由于生产力极度低下,为了适应自然、改造自然,创造一定的居住环境,人类开始对自然事物进行简单的加工。例如,早期的人们对岩石进行打磨后,制成简单的石斧、石矛,并利用其进行狩猎、伐木等活动,如图1-5所示。这种简单的造物活动就是设计的萌芽状态。

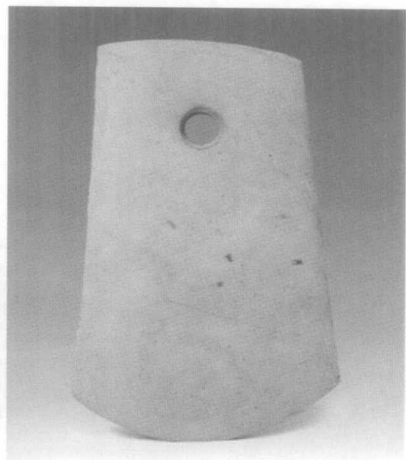


图1-5 中国新石器时代的石斧

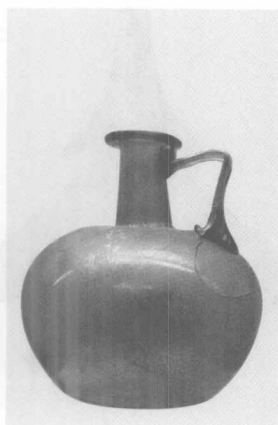
随着人类社会的不断发展,物质基础的不断丰富,设计逐渐发展成为一种以物质实用为基础,以精神感观为目的的创造性活动。这种创造活动被广泛地应用于人类社会的各个领域,且具有一定的实用性、科学性、审美性、娱乐性、民族性以及时代性特征。例如,在生活用品的设计中,有中国古代的瓷器和青铜器,欧洲古代的玻璃制品以及陶器等。它们不但具有一定的实用功能,而且还具有一定的审美价值。同时,它们也代表着不同时期、不同地域的文明,如图1-6所示。



(a) 中国古代青花瓷器



(b) 中国古代青铜器



(c) 古希腊玻璃容器



(d) 欧洲古代陶器

图1-6 人类早期设计

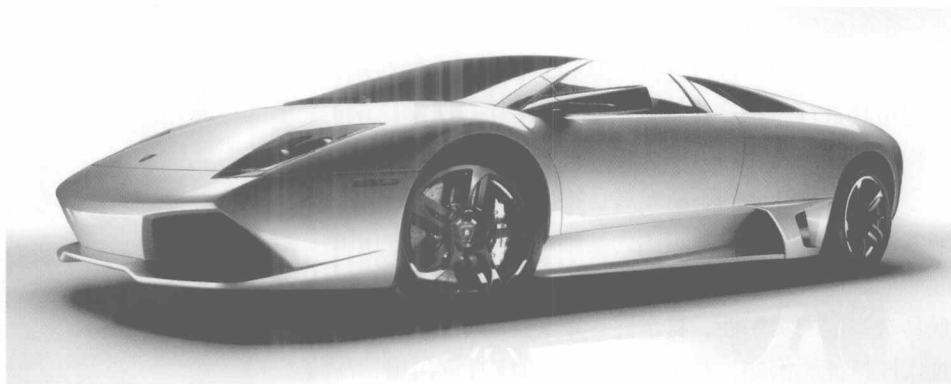
如今,在科学技术不断发展的影响下,设计也随之被赋予了新的理念,即利用现代科学技术来不断实现人们对事物的应用功能及审美情趣的需求。例如,利用现代化科学技术,人们能够设计创造精致的手表、精美的计算机、实用的汽车、先进的飞机以及宏伟的景观建筑等,如图1-7所示。



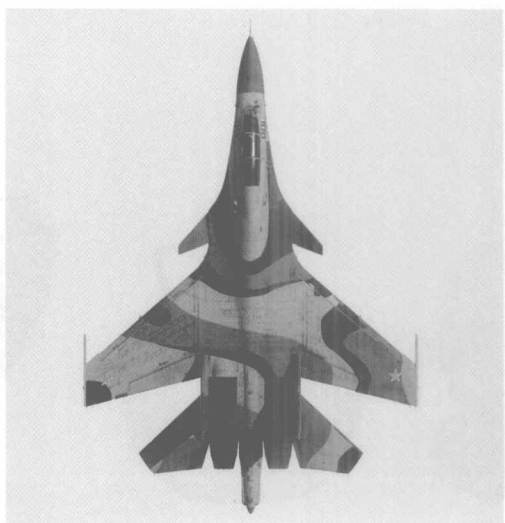
(a) 精致的手表



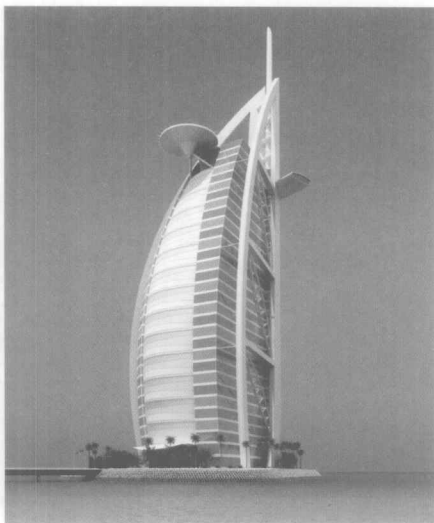
(b) 精美的苹果电脑



(c) 实用的汽车



(d) 先进的飞机



(e) 宏伟的迪拜帆船酒店

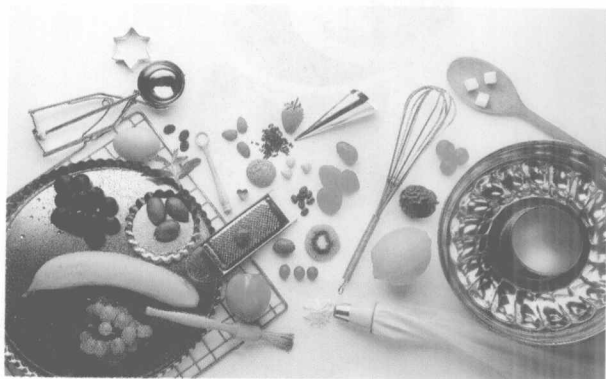
图1-7 人类现代设计

二、设计的性质

设计的作用是使设计创作的事物能够满足人们的使用及审美需求,它具有实用性、科学性、审美性、娱乐性、民族性以及时代性等特征。

(一) 实用性

实用是设计的根本目的。设计就是为了满足人们在社会生产生活中的使用需要。例如,厨具餐具、家用电器等日用品的设计,如图1-8所示。



(a) 厨具餐具



(b) 家用电器

图1-8 实用性日常用品

(二) 科学性

为了满足人们对事物的实用需求,在设计过程中,需要对设计对象进行系统的、严谨的、切合实际的绘制、计算、处理等一系列操作。这些操作都具有一定的科学性。例如,在对吊车的设计中,需要利用数学、物理等科学知识对吊车的整体形态、局部器件(如液压传动装置、吊臂杠杆比例等)进行科学的设计,才能使吊车具有起吊重物的功能,如图1-9所示。



图1-9 利用科学知识设计制造的吊车

（三）审美性

审美是人们的一种精神需求。在设计中，人们不但追求事物的实用性，而且也强调对事物设计的美观性。例如，具有同一功能的杯子，根据人们不同的审美喜好，可以设计出许多不同的样式，如图1-10所示。

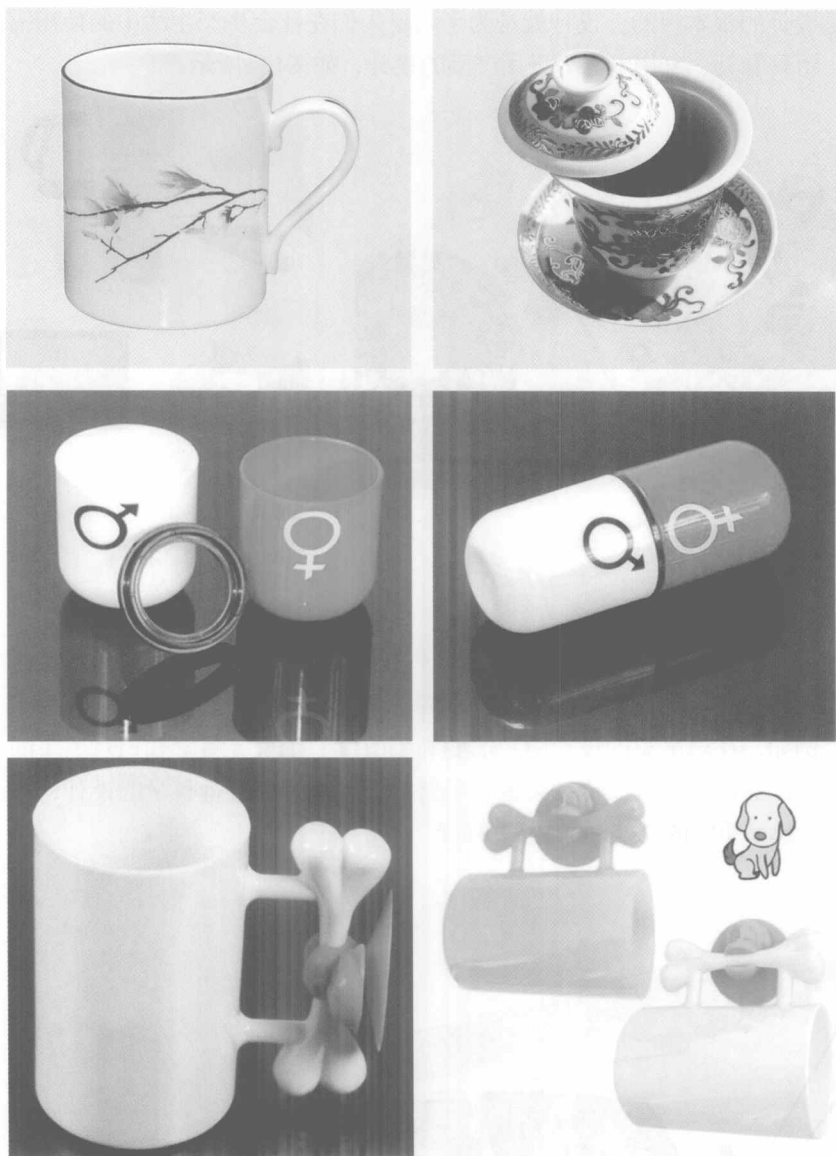


图1-10 各式各样的杯子

（四）娱乐性

设计除了能够满足人们的实际应用及感官需求之外，还可以通过强调娱乐性来丰富人们的精神需求。例如，为满足不同年龄的儿童对玩具的需求，设计者需要设计各种不同的玩具，如游戏类、益智类等，以满足儿童的娱乐需求，如图1-11所示。



图1-11 儿童玩具

（五）民族性

设计因受不同民族地域文化的影响，在许多方面都表现出一定的民族特性。例如，在我国少数民族服饰设计中，不同的民族设计的服饰是不一样的，每个民族的服饰都具有各自的特点，如图1-12所示。



彝族女装

黎族女装

藏族男装

蒙古族男装

图1-12 不同形式的中国少数民族服饰

（六）时代性

不同的社会发展时期，人们的生活方式及社会需求存在着一定的差别。这使设计在不同的时期具有一定的时代特征。例如，在欧洲建筑方面，古希腊、古罗马时期的建筑风格与中世纪时期的建筑风格就存在着极大的不同，如图1-13所示。



(a) 古罗马斗兽场



(b) 中世纪米兰大教堂

图1-13 古代欧洲建筑

第三节 数学与设计的关系

数学与设计相辅相成，不断促进人类社会的发展。数学既是设计创作的基础要素，也是设计发展的推动力，同时，在某种程度上，设计又促进了数学的发展。

一、数学是设计的基础要素

设计是对事物的形态、特征等进行准确描述、加工与处理的一个综合过程。这一过程离不开数学的支持，数学能够对设计过程中存在的运算、测量、绘制等操作提供科学的帮助。例如，在建筑设计中，需要利用数学来解决建筑物的占地面积、楼层高低、空间大小以及建筑物的垂直性、稳固性、抗风性等实际建造问题。在产品包装设计中，需要利用数学对产品进行准确的测算，并以此为基础来设计制作包装的大小以及形体样式等。这些实际应用离不开数学的辅助。因此，数学作为设计的基础要素是非常重要的。

二、数学是设计的推动力

从早期数学的萌芽状态，到勾股定理、黄金分割的应用，再到现代的分形几何的发展，数学在设计中都起到了非常重要的推动作用。数学不但能够使设计具有科学性，而且还使设计具有一定的美观性。例如，在早期的汽车设计中，人们并没有注意到风速阻力对汽车的影响，因此，汽车造型多以简单的几何形体为主。如今，在有关物理学的基础上，利用数学知识，人们可以在解决风速阻力干扰的同时，使整个汽车的设计在性能和造型上都更具科学性、美观性。