



普通高等教育“十一五”国家级规划教材



高等院校力学教材

Textbook in Mechanics for Higher Education

理论力学 (第2版)

李俊峰 张 雄 主编

Li Junfeng Zhang Xiong

清华大学出版社



普通高等教育“十一五”国家级规划教材



高等院校力学教材

Textbook in Mechanics for Higher Education

理论力学 (第2版)

李俊峰 张 雄 主编

Li Junfeng Zhang Xiong

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书以牛顿力学和分析力学为两条并行主线贯穿整个课程,以微积分、线性代数以及物理课的力学部分为基础,重点介绍理论力学特点的基础内容,重点讲授动力学内容和分析力学方法,并从多种不同的角度讲解基本概念、基本公式和基本方法。全书共分为运动学、静力学、动力学和动力学专题四篇。

本书可作为高等院校机械、土建、水利、航空和力学等专业的理论力学或工程力学课程教材,也可供有关技术人员作为自学用书。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/李俊峰,张雄主编.--2版.--北京:清华大学出版社,2010.8
ISBN 978-7-302-23178-3

I.①理… II.①李… ②张… III.①理论力学 IV.①O31

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第122496号

责任编辑:佟丽霞

责任校对:赵丽敏

责任印制:何 羊

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦A座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:175×245 印 张:26.25 字 数:563千字

版 次:2010年8月第2版 印 次:2010年8月第1次印刷

印 数:1~3000

定 价:39.00元

第 2 版前言

根据 8 年来在清华大学和其他院校的使用情况，本书第 2 版与第 1 版相比有较大调整，主要体现在以下几个方面。

1. 改编后的几何静力学 (第 4 章)，与运动学 (第 1 章~第 3 章)、分析静力学 (第 5 章) 相互独立，顺序可以交换。读者可以有多种阅读方案，例如：

(1) 运动学 → 分析静力学 → 几何静力学 → 动力学 →…… (本书第 1 版的编排顺序)

(2) 运动学 → 几何静力学 → 分析静力学 → 动力学 →…… (本书第 2 版的编排顺序)

(3) 几何静力学 → 运动学 → 动力学 → 分析静力学 →…… (其他理论力学教材的编排顺序)

(4) 几何静力学 → 运动学 → 分析静力学 → 动力学 →……

2. 近年来，很多高校设立了以培养优秀拔尖人才为目标的各种实验班或实验学院，例如清华大学的钱学森力学班。针对这些学生的理论力学教学，在深度和广度上都有更高的要求。为了满足这类需求，我们在第 1 版的基础上增加了 8.5.2、8.5.3、9.3、9.4.2、9.4.3 节和第 12 章。

3. 在第 I 篇运动学中，刚体运动学和复合运动分开单独成章，速度分析和加速度分析都分成独立小节。如果读者想单独阅读本书的分析力学内容 (第 5 章、第 8 章、第 12 章)，加速度分析的 2.3.4、3.1.4、3.2.2 节不是必需的。

4. 每章都有简短的内容提要，概括本章主要内容以及阅读本章所需的基础。

5. 在一些章的习题之前，增加了概念题。

6. 多数章节都增加了例题。

根据清华大学 2001 - 2008 年的教学实践，讲授本书前 8 章大约需要 64 学时，讲授前 11 章大约需要 80 学时。

参加本书第 2 版编写工作的有李俊峰和张雄，具体分工如下：李俊峰负责编写前言、绪论、第 4 章、第 5 章、第 8 章、第 9 章、第 10 章和第 12 章，张雄负责第 1 章、第 2 章、第 3 章、第 6 章、第 7 章、第 11 章、附录 A 和附录 B，全书由张雄负责统稿。

清华大学理论力学教研组

2010 年 6 月于清华园

第 1 版前言

本书是作者在近几年研究教学改革基础上，结合清华大学理论力学教研组的教学经验写成的。编写这套《理论力学》教材主要目的是为了适应当前国内教学改革的需要，用较少的时间讲授理论力学的基本内容，希望能够既节省授课学时，又不降低课程的基本要求。在编写中作者遵循如下 4 个原则：(1) 以牛顿力学和分析力学为两条并行的主线贯穿整套教材，内容完整、结构紧凑、叙述严谨、逻辑性强；(2) 以微积分、线性代数以及物理课的理论力学部分为基础，重点介绍最有理论力学课程特点的基础内容；(3) 重点讲授动力学内容和分析力学方法，因为它们在理论和应用方面都更有价值，内容也更丰富；(4) 从多种不同的角度讲解基本概念、基本公式和基本方法，既有严格的数学证明，有又形象直观的物理解释。

本套教材包括主教材 —《理论力学》、学生学习指导书 —《理论力学辅导与习题集》、教师教学参考书 —《理论力学(教师参考书)》和一张供课堂使用的教学多媒体光盘。

本书为《理论力学》主教材，分 4 篇共 12 章。

第 I 篇是运动学，包括两章。第 1 章是点的运动学，介绍点的运动的矢量描述法、直角坐标描述法、自然坐标描述法、极坐标描述法以及球坐标描述法。第 2 章是刚体运动和复合运动，包括刚体一般运动、定点运动、平面运动、点的复合运动和刚体复合运动。这一章首先介绍如何用矢量和矩阵描述刚体的一般运动，推导出一般运动的速度和加速度公式，引入角速度和角加速度概念，然后介绍在定点运动和平面运动中如何具体应用这些公式求解刚体运动学问题，并通过例题介绍了几种常用的处理平面运动问题的方法；最后介绍了复合运动的思想和方法，引入相对导数的概念。在点的复合运动部分给出了最一般情况下点的速度和加速度合成公式，例题包括了牵连运动为平动、定轴转动以及平面运动的情况。在刚体复合运动部分给出了最一般情况下刚体角速度和角加速度合成公式，例题包括了绕平行轴的定轴转动合成、绕相交轴的定轴转动合成的情况。

第 II 篇讲述动力学的基本原理及其在静力学中的应用。第 3 章讲述牛顿定律和达朗贝尔 - 拉格朗日原理(动力学普遍方程)以及相关的基本概念，如约束及其分类、约束反力与受力分析、虚位移、虚功与理想约束等。本书将牛顿定律和达朗贝尔 - 拉格朗日原理作为经典力学的两个独立的基石。牛顿定律是在天文观测的基础上归纳总结出来的，可以用实验来验证，我们这里将它们当作无需证明的公理看待；达朗贝尔 - 拉格朗日原理是分析力学的基本原理之一，在处理相同的力学问题时，它和牛顿定律是等价的。第 4 章介绍虚位移原理及其广义坐标形式和势能形式在平衡问题中的应用。第 5 章是刚体静力学(也称几何

静力学) 内容。首先由达朗贝尔 - 拉格朗日原理给出力系等效与简化的条件, 在此基础上研究力系简化这一动力学问题, 进而探讨力系平衡 (或刚体平衡) 这一静力学问题; 然后介绍刚体平衡方程的推广应用, 包括考虑摩擦的平衡问题、刚体系平衡问题、桁架内力求解等; 最后介绍了动静法, 动静法是用静力学的思想和方法求解动力学问题, 不需要动力学的知识做基础 (这也是可以在静力学之后、动力学普遍定理之前介绍动静法的原因)。

第 III 篇介绍动力学的基本内容, 包括动力学普遍定理和拉格朗日方程。第 6 章利用牛顿定律推导了质点系动量定理、动量矩定理, 作为这些基本定理和方程的应用, 介绍了刚体平面运动微分方程和碰撞问题。第 7 章从牛顿定律推导了质点系动能定理和功率方程, 并通过例题介绍了动力学普遍定理在刚体平面运动动力学中的综合应用。第 8 章从达朗贝尔 - 拉格朗日原理出发推导了第二类拉格朗日方程, 介绍了拉格朗日方程首次积分 (包括广义能量积分和广义动量积分) 以及拉格朗日方程的应用。

第 IV 篇是动力学专题, 介绍了质点系相对非惯性参考系的动力学、变质量质点系动力学、机械振动基础、三维刚体动力学基础等。这些内容是质点系动力学基本定理的应用或推广。

书中介绍的一些扩展性知识采用楷体字, 如果整个章节属于扩展内容, 则在标题前加 * 号, 有兴趣的读者可以选择阅读。

《理论力学辅导与习题集》分章总结归纳基本概念、基本定理及其应用技巧, 配有大量例题和习题供学生参考和练习。每一章均包括 8 个部分: “内容摘要” 总结本章的主要内容, “基本要求” 分别提出需要一般了解、重点掌握和熟练应用的各项内容, “典型例题” 给出解题的基本思路、方法和常用技巧, “讨论” 是对基本概念、解题方法的深入与扩展, “疑难解答” 用问答形式分析学生常见的疑难问题, 并给出相关背景知识, “常见错误” 对学生作业中的常见错误给出提示与分析, “趣味问题” 利用理论力学知识分析或解释生活中常见的趣味力学问题, “习题” 包括各种类型的习题, 覆盖本章的基本要求。另外还配有少量需要利用计算机求解的习题, 并在书中介绍了用计算机求解理论力学问题的基本方法、算法和常用程序。《理论力学 (教师参考书)》力求为教师提供全面详尽的教学参考。为了方便广大教师的课堂教学, 我们特别制作了与本套教材配套使用的教学多媒体光盘, 其中包括清华大学理论力学教师讲课所用的全套 PowerPoint 文件, 内含大量三维动画、图片、录像等素材, 有助于加深学生对基本概念的理解。授课教师可以在教学中直接使用这些材料, 也可以根据实际教学情况很方便地对光盘内容进行修改和提高。

参加本书编写工作的有李俊峰、张雄、任革学和高云峰, 具体分工如下: 总体框架、前言、绪论、第 1 ~ 5 章和全书统稿由李俊峰负责, 第 6 ~ 8 章由张雄负责, 第 9 ~ 10 章由任革学、李俊峰负责, 第 11 ~ 12 章由任革学、张雄负责, 全书的习题和答案由高云峰负责。

清华大学工程力学系贾书惠教授、李万琼教授、陆明万教授、薛克宗教授参与了课程体系和内容讨论。徐晓云同学参加了文字、图表编辑工作。编者在此感谢他们的支持。

为了配合本教材使用, 我们还出版了“理论力学教学资源库”, 其中包括 3 套可相对独

立使用的电子产品 — 《理论力学题库》、《理论力学多媒体素材库》、《理论力学网络辅助教学管理系统》。

清华大学理论力学教研组
2001 年 3 月于清华园

目录

| | |
|---------------------------|-----------|
| 绪论 | 1 |
| 第 I 篇 运动学 | 3 |
| 第 1 章 点的运动学 | 5 |
| 1.1 矢量描述法 | 5 |
| 1.2 直角坐标描述法 | 6 |
| 1.3 自然坐标描述法 | 10 |
| 1.4 极坐标描述法 | 13 |
| * 1.5 曲线坐标描述法 | 15 |
| 本章小结 | 18 |
| 概念题 | 19 |
| 习题 | 19 |
| 第 2 章 刚体运动学 | 23 |
| 2.1 刚体的运动形式 | 23 |
| 2.2 刚体运动的矢量 - 矩阵描述 | 24 |
| 2.2.1 刚体的运动方程 | 24 |
| 2.2.2 刚体上任意点的速度和加速度 | 26 |
| 2.2.3 刚体定轴转动 | 28 |
| 2.3 刚体平面运动 | 30 |
| 2.3.1 运动方程 | 30 |
| 2.3.2 刚体上任意点的速度和加速度 | 31 |
| 2.3.3 速度分析 | 31 |
| 2.3.4 加速度分析 | 39 |

| | |
|---------------------------|-----------|
| 2.4 刚体定点运动 | 42 |
| 2.4.1 刚体定点运动的几何描述 | 42 |
| * 2.4.2 刚体定点运动的解析描述 | 46 |
| 本章小结 | 48 |
| 概念题 | 49 |
| 习题 | 50 |
| 第3章 复合运动 | 55 |
| 3.1 点的复合运动 | 55 |
| 3.1.1 运动方程 | 56 |
| 3.1.2 矢量的绝对导数和相对导数 | 57 |
| 3.1.3 速度合成定理 | 59 |
| 3.1.4 加速度合成定理 | 62 |
| 3.2 刚体复合运动 | 68 |
| 3.2.1 角速度合成 | 68 |
| 3.2.2 角加速度合成 | 71 |
| 本章小结 | 74 |
| 概念题 | 74 |
| 习题 | 75 |
| 第II篇 静力学 | 85 |
| 第4章 几何静力学 | 87 |
| 4.1 力系的主矢量与主矩 | 87 |
| 4.2 力系的等效与简化 | 91 |
| 4.3 受力分析与刚体平衡 | 100 |
| 4.4 平面力系的平衡方程 | 113 |
| 4.5 考虑摩擦的平衡问题 | 117 |
| 4.6 刚体体系的平衡 | 125 |
| 4.6.1 组合结构 | 126 |
| 4.6.2 桁架 | 128 |
| 4.6.3 机构 | 134 |
| 本章小结 | 136 |
| 概念题 | 138 |
| 习题 | 139 |

| | |
|---------------------------|------------|
| 第 5 章 分析静力学 | 153 |
| 5.1 约束及其分类 | 153 |
| 5.2 虚位移 | 155 |
| 5.3 虚位移原理 | 159 |
| 5.4 广义坐标与广义力 | 167 |
| 5.5 势力场中的平衡方程 | 174 |
| 本章小结 | 180 |
| 概念题 | 181 |
| 习题 | 181 |
| | |
| 第 III 篇 动力学 | 187 |
| | |
| 第 6 章 质点动力学 | 188 |
| 6.1 质点运动微分方程 | 188 |
| 6.2 质点在非惯性坐标系中的运动 | 194 |
| 6.3 相对地球的运动 | 197 |
| 6.3.1 牵连惯性力的影响 | 198 |
| 6.3.2 科氏惯性力的影响 | 199 |
| 本章小结 | 202 |
| 概念题 | 203 |
| 习题 | 203 |
| | |
| 第 7 章 质点系动力学 | 206 |
| 7.1 质点系动量定理 | 206 |
| 7.2 质点系动量矩定理 | 213 |
| 7.2.1 质点系的动量矩 | 213 |
| 7.2.2 质点系动量矩定理 | 215 |
| 7.2.3 刚体定轴转动微分方程 | 218 |
| 7.2.4 刚体平面运动微分方程 | 221 |
| 7.3 质点系动能定理 | 227 |
| 7.3.1 质点系的动能 | 227 |
| 7.3.2 质点系动能定理 | 229 |
| 7.3.3 功率方程 | 232 |
| 7.4 质点系普遍定理的综合应用 | 234 |
| 7.5 碰撞 | 237 |

| | |
|---------------------------------|------------|
| 本章小结 | 244 |
| 概念题 | 245 |
| 习题 | 246 |
| 第 8 章 分析动力学 | 257 |
| 8.1 达朗贝尔原理 | 257 |
| 8.2 达朗贝尔-拉格朗日原理 | 263 |
| 8.3 第二类拉格朗日方程 | 268 |
| 8.4 拉格朗日方程的首次积分 | 279 |
| * 8.5 拉格朗日方程的进一步讨论 | 285 |
| 8.5.1 拉格朗日方程的积分形式 | 285 |
| 8.5.2 带乘子的拉格朗日方程 | 288 |
| 8.5.3 描述相对非惯性参考系运动的拉格朗日方程 | 291 |
| 本章小结 | 293 |
| 概念题 | 294 |
| 习题 | 294 |
| | |
| 第 IV 篇 动力学专题 | 303 |
| | |
| 第 9 章 刚体动力学 | 304 |
| 9.1 刚体动力学方程 | 304 |
| 9.2 定轴转动刚体的动反力 | 307 |
| 9.3 刚体定点运动 | 310 |
| 9.4 刚体定点运动的进一步讨论 | 315 |
| 9.4.1 陀螺近似理论 | 315 |
| 9.4.2 重刚体定点运动 | 319 |
| 9.4.3 中心引力场中刚体相对质心的运动 | 321 |
| 本章小结 | 325 |
| 概念题 | 326 |
| 习题 | 326 |
| | |
| 第 10 章 变质量系统动力学 | 330 |
| 10.1 变质量质点系动量定理和动量矩定理 | 330 |
| 10.2 变质量质点动力学 | 332 |
| 10.3 变质量刚体动力学 | 337 |

| | |
|--------------------------------|------------|
| 本章小结 | 338 |
| 习题 | 339 |
| 第 11 章 机械振动基础 | 341 |
| 11.1 引言 | 341 |
| 11.2 单自由度振动的线性化方程 | 342 |
| 11.3 单自由度系统的自由振动 | 345 |
| 11.3.1 无阻尼自由振动 | 345 |
| 11.3.2 有阻尼自由振动 | 349 |
| 11.4 单自由度系统的强迫振动 | 352 |
| * 11.5 两个自由度系统的自由振动 | 360 |
| 习题 | 363 |
| 第 12 章 哈密顿原理与正则方程 | 366 |
| 12.1 哈密顿原理 | 366 |
| 12.2 哈密顿正则方程 | 372 |
| 本章小结 | 376 |
| 附录 A 矢量 | 377 |
| A.1 矢量代数 | 377 |
| A.1.1 矢量的定义 | 377 |
| A.1.2 矢量的运算 | 378 |
| A.2 矢量分析 | 380 |
| A.2.1 矢量函数 | 380 |
| A.2.2 矢量函数的导数与微分 | 380 |
| A.3 矢量运算的矩阵表示 | 381 |
| A.4 坐标变换 | 382 |
| 附录 B 二阶线性常微分方程的解法 | 385 |
| 习题答案 | 388 |
| 参考文献 | 403 |

绪论

力学是研究物质机械运动规律的科学。机械运动包括静止、移动、转动、振动、流动和变形等，是物质最基本的运动。

力学始终与人类的生产活动、天文观测紧密联系在一起，其发展史可以上溯到公元前。可以说，力学发展既受改进生产工具、工艺需求的牵引，也受人类渴望探索自然界客观规律（如天体的运动规律）的驱动。早期的力学体系以积累知识和资料为特征，主要包括静力学知识和天文观测资料，直到牛顿才使人们对力学有了最一般的认识。牛顿的《自然哲学的数学原理》（1687年）标志着经典力学理论体系基本建立。此体系在后来的200多年里逐步完善，这一时期的主要代表著作包括：达朗贝尔的《论动力学》（1743年）、欧拉的《刚体运动理论》（1765年）、拉格朗日的《分析力学》（1788年）、拉普拉斯的《天体力学》（1799-1825年）、哈密顿的《论动力学中的一个普遍方法》（1834年）、哈密顿的《再论动力学中的一个普遍方法》（1835年）、李雅普诺夫的《运动稳定性一般问题》（1892年）。从这些代表作可以看出，在这个时期，力学家、物理学家、天文学家、数学家基本上是同一批人。事实上，直到1900年以前，力学是同数学、天文学、物理学不可分割的。从这个意义上讲，力学属于基础学科。在20世纪，航空航天是与力学关系最为密切，也最具代表性的领域。力学的发展使航空航天成为可能，航空航天技术的需要又刺激和推动了新的力学问题的研究。另外，力学也是机械、土木、水利、建筑、车辆等工程技术的基础。

经典力学的内容非常丰富，理论力学课程选取了其中有重要理论意义和应用价值的基础内容（涉及牛顿、达朗贝尔、欧拉、拉格朗日和哈密顿的理论），同时介绍处理力学问题的基本方法^①。基于经典力学与数学、物理不分家的客观事实，学习理论力学的学生必须熟练掌握必要的数学工具，包括几何（牛顿力学的主要工具）、数学分析（分析力学的主要工具），同时还要清楚数学符号、公式所对应的物理意义。

理论力学研究的对象不是具体的实际物体，而是它们的简化模型，包括质点、质点系和刚体。任何实际物体都可以看成是由无穷多质点构成的系统，我们称为质点系，质点系是实际物体的最具一般性的力学模型。质点是只有质量，没有大小的物体。刚体是一个特殊的质点系，刚体内任何两个质点之间的距离始终保持不变，也就是说刚体在任何情况下

^①研究力学问题有两种方法，一个是以牛顿定律为出发点，研究的物理量多为矢量，经常借助几何学的工具，因此牛顿力学也称矢量力学或者几何力学；另一个是分析力学，以力学变分原理为出发点，研究的物理量多为标量，经常借助数学分析的工具。

都不变形。任何实际物体在受到外力或温度变化时都会变形，因此质点和刚体只是实际物体的近似简化模型。利用简化模型研究问题，可以降低问题的复杂度和难度，但是任何模型都不能精确地代替实际对象。选用什么样的模型，既要看研究对象，又要看研究内容和计算精度的要求。如果将实际物体用某种力学模型代替，不会导致定性分析结果改变，也不会导致定量计算结果超出问题的精度要求，则可以用这种力学模型来简化实际物体。例如，在研究飞机的飞行轨迹时，飞机自身的尺寸与飞机的飞行轨迹相比完全可以忽略不计，可以将飞机简化为质点。在研究飞机的飞行姿态时，可以把飞机当作刚体。另外，飞机在空中飞行时，机翼的弹性变形和空气的升力相互作用，可能导致机翼的强烈振动。研究这种问题时就要把飞机当作弹性体。

处理力学问题通常包括力学建模、数学建模、方程求解与分析等几个步骤 (如图1所示)。力学建模是指把一个工程 (或自然) 对象抽象 (简化) 成适当的力学模型，如质点、刚体和弹性体等。这样的抽象 (简化) 需要对工程 (或自然) 对象和各种力学模型的特点都有较全面深入的理解。学习理论力学的同学显然无法胜任，因此力学建模无法包含在理论力学课程之中。数学建模是指利用基本的力学原理建立描述各种力学模型的数学方程，包括代数方程、常微分方程、偏微分方程、差分方程等。理论力学的核心任务是利用牛顿力学原理和分析力学原理建立质点、质点系和刚体运动的微分方程，通常是常微分方程。常微分方程的求解和分析是数学课的内容，在理论力学中也不是重点。为了便于学习，本书附录B简单地总结了二阶常微分方程的解法。

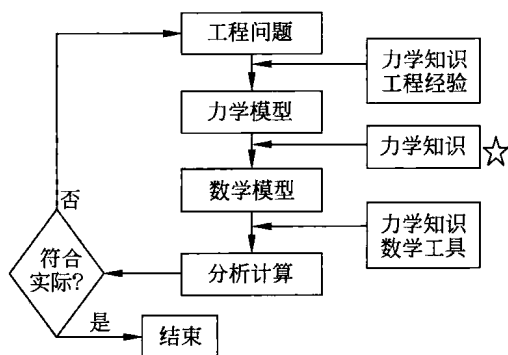


图 1

第 I 篇

运动学

运动学研究物体机械运动的几何性质 (轨迹、运动方程、速度和加速度等), 而不考虑运动产生和变化的原因, 仅从几何观点分析物体如何运动, 以及确立合适的方法描述运动。因此, 运动学是研究物体运动的几何性质的学科。

运动学的首要任务是建立物体坐标随时间的变化规律, 通常称为建立运动方程。此外, 还要确定速度、加速度等运动学量, 并分析物体的运动规律。运动学是动力学的基础, 并在工程中有独立的应用。例如, 在机器与机构的设计中, 需要使用运动学方法分析机构的运动特性。

运动学有两种不同的研究方法: 几何法和解析法。解析法从建立运动方程出发, 通过求得速度和加速度, 适用于研究运动的全过程, 也便于计算机求解。几何法建立各瞬时描述运动的矢径、速度、加速度等矢量之间的几何关系, 适用于研究某一特殊瞬时的运动性质, 形象直观, 也便于作定性分析。

为了描述物体的运动, 必须首先选取另外一个物体作为参考体。在参考体上固连一个由不共面的三条相交线组成的标架, 它可代表参考体, 称为参考系。例如, 为了描述汽车的运动, 可以在地面上安置一个固连标架, 它的三条轴分别沿着当地的经线、纬线和天顶, 称为地球参考系。参考物总是一个尺寸有限的物体, 而与之固连的参考系可以延伸到空间的无限远处, 因此参考系是与参考物固连的整个三维空间。地球参考系可以用来研究汽车的运动, 也可以用来研究离地球很远很远的行星的运动。参考系是参考物的推广, 它可能是某个具体参考物的延拓, 有时可能只有参考系, 没有真实参考物。例如, 在研究卫星的运动时经常用地心参考系, 它的原点位于地心, 三条轴指向三个恒星。但是并不存在一个与该参考系固连的真实的参考物, 地球本身在这个参考系中绕着一根固定轴旋转。在一般工程技术问题中, 如不特别声明, 总是选用地球参考系。

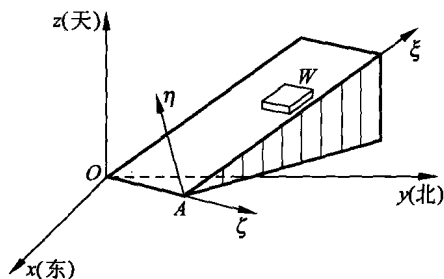


图 2

参考系和坐标系是两个不同的概念。参考系选定了, 物体的运动就确定了, 然后在参考系中安置一定的坐标系, 就可以具体地描述物体的运动了。在同一个参考系中可以安置许多不同的坐标系, 在不同的坐标系中对物体的同一运动的描述会不同。例如, 为了描

述某个固定斜面上一个滑块的运动, 我们选取地球参考系。可以建立如图2所示的坐标系 $Oxyz$ 和 $A\xi\eta\zeta$, 在这两个坐标系中写出物体 W 的运动轨迹显然是不同的, 但它们所描述的运动是同一个。

为了从数学上描述物体的运动, 必须首先选定一组能完全确定物体位置的参数。例如, 当描述自由质点的运动时, 可以用它在直角坐标系中的三个坐标 x, y, z 来表示。但是, 有时利用其他一些参量来描述物体的运动可能更方便。例如, 当用雷达测量某飞行目标的位置时, 雷达可以直接给出目标的方位角 φ 、余仰角 θ 和距离 r , 用这三个参量来描述飞行目标的运动将会更方便, 如图3所示。又如, 当描述点的圆周运动时, 采用连线 OM 与水平线的夹角 φ 一个参量就可以完全描述该点的运动, 如图4所示。

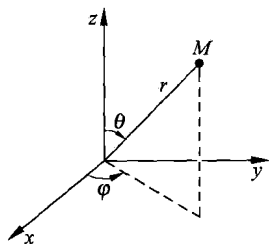


图 3

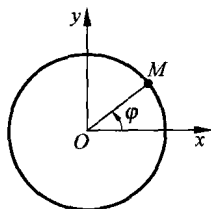


图 4

多个质点组成的系统称为质点系, 简称质系。在任一瞬时, 各质点的位置的总和称为系统的位形。如果质系在空间的位置不受任何限制, 则称为自由质系。自由质系中每个质点都可以占据空间的任何位置, 不受任何预先给定的限制。如果质系中的一些质点的位置受到预先给定的强制性限制, 则称为非自由质系, 这些强制性限制称为约束。对于非自由质系, 各质点的位置相互间不独立, 必须满足约束, 此时如果仍然使用各质点的直角坐标来描述质系的位形是不方便的。例如, 图5所示的曲柄滑块机构是由曲柄、连杆及滑块 3 个刚体组成的非自由质系, 采用角坐标 φ 就可以完全确定它的位形。

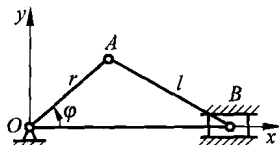


图 5

我们把能够唯一确定质系位形的独立参数称为广义坐标, 而这些参数的数目则反映了质系能够自由运动的程度, 称为系统的自由度数^①。自由质点具有 3 个自由度, 可以将直角坐标 x, y, z 或球坐标 r, θ, φ 选为广义坐标; 而曲柄滑块机构只有 1 个自由度, 可以将曲柄转角 φ 选为广义坐标。系统的自由度数确定的, 而广义坐标的选取则可能有不同的方案。选择恰当的广义坐标可以简化描述质系运动的复杂程度。

^①关于自由度数的准确定义请参见5.4节。

第 1 章

点的运动学

内容提要 点的运动学是研究一般物体运动的基础，它研究点相对于某一参考系的几何位置随时间的变化规律，包括点的运动方程、运动轨迹、速度和加速度。描述点的运动的方法有矢量描述法、直角坐标法、自然坐标法、极坐标法和曲线坐标法等。在学习本章以前，学生需要掌握矢量代数和矢量分析（见附录A.1和A.2）的知识。

1.1 矢量描述法

在理论推导时，我们总是希望所得到的结果不依赖于坐标系的选取，能适用于各种不同的坐标系。因此通常先用矢量表示出各种量之间的关系，在求解具体问题时，再选用合适的坐标系。

研究质点 P 相对某参考系的运动，可以在这个参考系中选一个固定点 O ，从 O 点引向 P 点的矢量：

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \quad (1.1)$$

称为 P 点相对 O 点的位置矢量，简称矢径。 P 点的位置随时间连续变化，相应的 $\boldsymbol{r}(t)$ 就是一个时间的连续矢量函数。我们称式(1.1)为 P 点的矢量形式的运动方程。对于确定的时刻 t ，运动方程给出了 P 点在空间的位置，因此点的运动方程完全确定了它的运动规律。随着时间的变化，矢径 $\boldsymbol{r}(t)$ 的末端在空间中划出一条空间曲线，叫做矢端曲线，如图1-1所示。这条曲线正是 P 点的运动轨迹。假设由时刻 t 到 $t + \Delta t$ ，点沿着运动轨迹从 P 运动到 P' （如图1-2所示），相应的矢径由 \boldsymbol{r} 变为 $\boldsymbol{r} + \Delta\boldsymbol{r}$ ，那么矢量 $\Delta\boldsymbol{r}$ 就是该点在时间间隔 Δt 内的位移。在这段时间内点的平均速度是

$$\boldsymbol{v}^* = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$$

时间间隔的大小不同，得到的平均速度的大小和方向也不同，因此用平均速度不能准