

21世纪高等职业教育机电类规划教材

21 Shiji Gaodeng Zhiye Jiaoyu Jidianlei Guihua Jiaocai

工程力学

(第2版)

关玉琴 袁森 王国林 主编 袁广 主审

- 消减繁杂的理论推导
- 强调知识的实际应用
- 深入浅出, 通俗易懂



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS



精品系列

21世纪高等职业教育机电类规划教材

21 Shiji Gaodeng Zhiye Jiaoyu Jidianlei Guihua Jiaocai

工程力学

(第2版)

关玉琴 袁森 王国林 主编 袁广 主审



人民邮电出版社

北京



精品系列

图书在版编目(CIP)数据

工程力学 / 关玉琴, 袁森, 王国林主编. — 2版
— 北京: 人民邮电出版社, 2010.8

21世纪高等职业教育机电类规划教材
ISBN 978-7-115-21592-5

I. ①工… II. ①关… ②袁… ③王… III. ①工程力学—高等学校: 技术学校—教材 IV. ①TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第202385号

内 容 提 要

本书是在第1版的基础上, 根据高职高专教学改革的要求和培养目标修订而成, 主要内容包括静力学基础、平面力系、空间力系、轴向拉伸(压缩)、剪切与挤压强度计算、圆轴扭转强度计算、梁弯曲强度计算、杆件的其他强度问题(组合变形、压杆稳定、动载荷与交变应力)和运动及动力学基础等。每章后有本章小结、思考题和习题。

本书可作为高职高专院校机类或近机类专业的教材, 也可作为相关工程技术人员的参考用书。

21世纪高等职业教育机电类规划教材

工程力学(第2版)

◆ 主 编 关玉琴 袁 森 王国林

主 审 袁 广

责任编辑 潘新文

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街14号

邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

三河市海波印务有限公司印刷

◆ 开本: 787×1092 1/16

印张: 11.5

字数: 292千字

2010年8月第2版

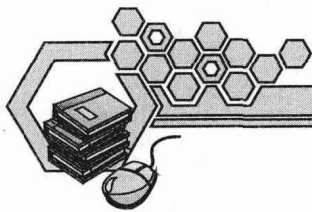
2010年8月河北第1次印刷

ISBN 978-7-115-21592-5

定价: 22.00元

读者服务热线: (010)67170985 印装质量热线: (010)67129223

反盗版热线: (010)67171154



丛书前言

目前, 高职高专教育已经成为我国普通高等教育的重要组成部分。在高职高专教育如火如荼的发展形势下, 高职高专教材也百花齐放, 根据教育部发布的《关于全面提高高等职业教育教学质量的若干意见》(简称 16 号文) 的文件精神, 本着为进一步提高高等教育的教学质量和服务的基本原则, 同时针对高职高专院校机电一体化、数控、模具类专业教学思路和方法的不断改革和创新, 人民邮电出版社精心策划了这套高质量、实用型的教材——“21 世纪高等职业教育机电类规划教材”。

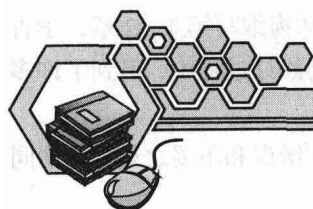
本套教材主要遵循“以就业为导向, 工学结合”的原则, 以实用为基础, 根据企业的实际需求来进行课程体系设置和相应教材内容的选取, 注重和提高案例教学的比重, 突出培养机械类应用型人才的实际工程技术问题解决能力, 满足高等职业教育“社会评估”的教学特征。本套教材中的每一部作品都特色鲜明, 集高质量与实用性于一体。

本套教材中绝大多数品种是我社多年来高职高专机电类精品教材的积淀, 经过了广泛的市场检验, 赢得了广大师生的认可。为了适应新的教学要求, 紧跟新的技术发展, 我社再一次进行了广泛深入的调研, 组织了上百名教师、专家对原有教材做认真的分析和研讨, 在此基础上重新修订出版。本套教材中还有一部分品种是首次出版, 其原稿也在教学过程中多次使用, 是教师们多年来教学经验的总结, 集中反映了高等职业教育近几年来教学改革成果。

本套教材的作者都具有丰富的教学经验和写作经验、思路清晰、文笔流畅。教材编写充分体现了高职高专教学的特点, 深入浅出, 言简意赅, 理论知识以“够用”为度, 突出工作过程导向, 突出实践技能的培养。

本套教材配套的教学辅助包充分利用现代技术手段, 提供丰富的教学辅助资料, 其中包括由电子教案、实例素材、习题库及答案、试卷及答案等组成的一般教辅资料, 部分教材配有由图片、动画或视频等组成的电子课件。

我们期望, 本系列教材的编写和推广应用, 能够进一步推动我国机电类职业教育的教学模式、课程体系和教学方法的改革, 使我国机电类职业教育日臻成熟和完善。欢迎更多的老师参与到本系列教材的建设中来。对本系列教材有任何的意见和建议, 或有意向参与本系列教材后续的编审工作, 请与人民邮电出版社教育分社联系, 联系方式: 010-67170985, maxiaoxia@ptpress.com.cn。



前言

本书是根据当前高职高专教学改革的要求,结合编者多年来的高职教育教学经验,在第1版的基础上修订而成。

本次修订以培养高素质、技能型专业人才为出发点,在第1版的基础上,进一步精选内容,做到淡化理论、重在应用、深入浅出、通俗易懂,删除了一些与工程实践联系不太密切的内容,减少了一些不必要的理论推导,突出工程应用,降低计算难度,注重职业技能和素质的培养,强调专业基础课和专业课之间的联系。具体修订内容主要有以下几个方面。

(1) 将第1版的第1章“静力学的基本概念与物体的受力分析”、第2章“平面汇交力系”、第3章“力矩和平面力偶系”和第4章“平面任意力系”的内容压缩为本书第1章“静力学基础”和第2章“平面力系”;将第1版的第6章“轴向拉伸与压缩”和第7章“剪切与挤压”整合为本书第4章“轴向拉伸(压缩)、剪切与挤压强度计算”;将第1版的第9章“弯曲内力”和第10章“弯曲应力和弯曲变形”整合为本书第6章“梁弯曲强度计算”;将第1版的第12章“组合变形时杆件的强度计算”、第13章“压杆稳定”和第16章“动载荷及构件的疲劳强度”整合为本书第7章“杆件的其他强度问题”;将第1版的第14章“运动学基础”和第15章“动力学基础”整合为本书第8章“运动及动力学基础”。

(2) 删去了第1版的实验内容和第11章“应力状态及强度理论”。

(3) 在“轴向拉伸(压缩)”内容中增加了“应力集中的概念”的内容。

(4) 按最新标准、规范的要求,统一了全书的符号、名词和术语。

本书各章的参考学时参见下面的学时分配表,任课教师可根据各校的具体教学计划,对其中的内容进行取舍,相应减少各章课时。

章 号	章 名	参 考 学 时
第1章	静力学基础	6
第2章	平面力系	14
第3章	空间力系	4
第4章	轴向拉伸(压缩)、剪切与挤压强度计算	8
第5章	圆轴扭转强度计算	6
第6章	梁弯曲强度计算	20
第7章	杆件的其他强度问题	6
第8章	运动及动力学基础	8
课时总计		72

本书由关玉琴、袁森、王国林主编,范咏梅、李青禄任副主编。其中关玉琴编写

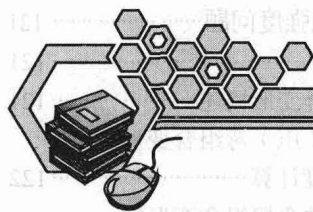


第6、7、8章,袁森编写第3章,王国林编写第5章,范咏梅编写第1、2章,李青禄编写第4章。全书由关玉琴统稿,由袁广主审。在本书的修订过程中,得到了许多同行的大力支持与帮助,在此一并致谢!

由于编者水平有限,加之编写时间仓促,书中难免存在错误和不妥之处,恳请同行和广大读者批评指正。

编 者

2009年9月



目 录

第1章 静力学基础.....1	
1.1 力.....1	
1.1.1 力的概念.....1	
1.1.2 力的性质.....2	
1.2 平面内力对点之矩.....4	
1.2.1 力矩的概念.....4	
1.2.2 合力矩定理.....4	
1.3 力偶.....5	
1.3.1 力偶的概念.....5	
1.3.2 力偶的基本性质.....6	
1.3.3 平面力偶系的合成.....7	
1.4 约束与约束反力.....7	
1.4.1 柔性约束.....8	
1.4.2 光滑接触面约束.....8	
1.4.3 光滑铰链约束.....8	
1.4.4 固定端约束.....10	
1.5 刚体的受力分析与受力图.....11	
1.5.1 单个物体的受力图.....11	
1.5.2 物体系统的受力图.....12	
本章小结.....14	
思考题.....15	
习题.....16	
第2章 平面力系.....19	
2.1 平面力系的简化.....19	
2.1.1 力的平移定理.....20	
2.1.2 平面力系向一点简化.....21	
2.1.3 力在直角坐标轴上的投影与 分解以及主矢和主矩的计算.....22	
2.2 平面力系的平衡方程及其应用.....23	
2.2.1 平面力系的平衡条件和 平衡方程.....23	
2.2.2 平面力系的几种特殊情形.....26	
2.2.3 物体系统的平衡.....28	
2.3 考虑摩擦时的平衡问题.....29	
2.3.1 滑动摩擦.....29	
2.3.2 摩擦角与自锁.....30	
2.3.3 考虑摩擦的物体平衡问题.....31	
本章小结.....33	
思考题.....34	
习题.....34	
第3章 空间力系.....42	
3.1 空间力系的平衡方程.....42	
3.2 力对轴的矩.....42	
3.3 重心.....46	
3.3.1 平行力系的重心.....47	
3.3.2 重心位置的计算确定.....47	
3.3.3 重心位置的其他确定方法.....49	
本章小结.....52	
思考题.....52	
习题.....53	
第4章 轴向拉伸(压缩)、剪切与挤压 强度计算.....56	
4.1 杆件轴向拉伸(压缩)时的 内力计算.....56	
4.2 材料的拉伸(压缩)时的力学 性能.....59	
4.2.1 低碳钢在拉伸时的力学 性能.....59	
4.2.2 其他塑性材料及铸铁在 拉伸时的力学性能.....61	
4.2.3 材料在压缩时的力学性能.....61	
4.2.4 极限应力、许用应力和安全 系数.....62	
4.3 杆件拉伸(压缩)时的应力与 强度.....63	
4.3.1 杆件拉伸(压缩)时横截面 上的应力.....63	
4.3.2 杆件拉伸(压缩)时斜截面 上的应力.....63	
4.3.3 杆件拉伸(压缩)时的强度 条件.....65	
4.3.4 应力集中的概念.....66	



4.4 杆件拉伸与压缩时的变形和胡克定律.....66	第7章 杆件的其他强度问题.....121
4.5 联接件剪切与挤压的强度计算.....68	7.1 组合变形.....121
4.5.1 剪切与挤压概念与实例.....68	7.1.1 组合变形概述.....121
4.5.2 剪切强度的实用计算.....70	7.1.2 拉(压)弯组合变形的强度计算.....122
4.5.3 挤压强度的实用计算.....70	7.1.3 圆轴弯扭组合变形的强度计算.....126
4.5.4 计算举例.....71	7.2 压杆稳定.....129
本章小结.....72	7.2.1 压杆稳定的概念.....129
思考题.....73	7.2.2 细长压杆的临界应力以及欧拉公式.....130
习题.....74	7.2.3 压杆稳定的使用计算和提高稳定性的措施.....133
第5章 圆轴扭转强度计算.....78	7.3 动载荷与交变应力.....134
5.1 圆轴扭转时的内力.....78	7.3.1 动载荷和交变应力的概念.....134
5.1.1 外力偶矩的计算.....78	7.3.2 构件做匀加速直线运动时的应力计算.....135
5.1.2 扭矩和扭矩图.....79	7.3.3 构件做匀速转动时的应力计算.....136
5.2 圆轴扭转时的应力与强度计算.....81	7.3.4 交变应力循环特征.....137
5.2.1 圆轴扭转时横截面上的剪应力.....81	7.3.5 疲劳破坏和持久极限.....138
5.2.2 圆轴扭转时的强度计算.....82	7.3.6 影响持久极限的主要因素.....139
5.2.3 剪应力互等定律.....84	本章小结.....140
5.3 圆轴扭转时的变形与刚度计算.....85	思考题.....141
5.3.1 圆轴扭转时的变形计算.....85	习题.....143
5.3.2 圆轴扭转时的刚度计算.....85	第8章 运动及动力学基础.....146
本章小结.....87	8.1 点的运动.....146
思考题.....88	8.1.1 点运动的描述.....146
习题.....89	8.1.2 点的速度以及加速度.....147
第6章 梁弯曲强度计算.....90	8.2 刚体的简单运动.....149
6.1 梁弯曲时的内力.....90	8.2.1 刚体的平动.....150
6.1.1 平面弯曲的概念.....90	8.2.2 刚体绕固定轴的转动.....151
6.1.2 剪力和弯矩.....92	8.3 质点运动微分方程.....153
6.1.3 剪力图和弯矩图.....93	8.4 质点动力学应用.....155
6.2 梁弯曲时的应力与强度.....100	8.4.1 质点动力学第一类问题.....155
6.2.1 梁弯曲时横截面上的正应力.....100	8.4.2 质点动力学第二类问题.....157
6.2.2 梁的弯曲强度计算.....104	8.5 功、功率和机械效率.....159
6.3 梁弯曲时的变形与刚度.....106	本章小结.....160
6.3.1 梁的挠度和转角方程.....106	思考题.....161
6.3.2 叠加法计算梁的变形.....107	习题.....162
6.3.3 梁的刚度计算.....109	附录 型钢表.....166
6.4 提高梁的强度和刚度的主要措施.....111	习题参考答案.....171
本章小结.....114	参考文献.....176
思考题.....115	
习题.....115	

第1章

静力学基础

静力学是研究刚体在力系作用下的平衡规律的科学。刚体是指在力的作用下不变形的物体。所谓的平衡是机械运动的一种特殊情况,即指物体相对于地球处于静止状态或匀速直线运动状态。通常作用在物体上的力不是一个而是若干个,同时作用在物体或物体系上的一组力称为力系。如果一个力系作用于平衡物体上使其仍处于平衡时,则该力系称为平衡力系,平衡力系所应满足的条件,称为力系的平衡条件。

静力学利用力系简化的方法建立平衡条件,并借此对物体进行受力分析。本章着重介绍力的基本概念及其运算和物体的受力分析。

1.1 力

1.1.1 力的概念

力的概念是人们通过长期的实践观察而抽象出来的。当人用手拉车时,由于肌肉紧张而感受到力的作用,这种作用广泛存在于人与物或物与物之间。大量事实说明,离开了物体,力就不可能存在。而力的作用有两种效应:一种是使物体的运动状态发生变化,称为运动效应或外效应;另一种是使物体产生变形,称为力的变形效应或内效应。理论力学的研究对象是刚体,所以不涉及力的变形效应(或内效应)。

因此,在静力学范畴之内,力是物体间的相互机械作用,这种作用将使物体运动状态发生变化。

1. 力的三要素

实践证明,力对物体的作用效应取决于力的大小、方向和作用点,这三个因素称为力的三要素。

(1) 力的大小。力的大小是指物体间相互作用的强弱程度。在我国法定计量单位中



规定力的单位为牛顿(N)、千牛顿(kN)。

(2) 力的方向。通常包含方位和指向两个意思。例如,说重力方向是“铅直向下”,“铅直”是指力的方位,“向下”是指力的指向。

(3) 力的作用点。是指力对物体作用的位置。一般来说,力的作用位置并不是一个点,而是一部分面积或体积。但是当作用面积或体积很小时就可以近似看作一个点,而作用在这个点上的力称为集中力,这个点称为作用点。如果是沿着狭长面积或体积连续分布且相互平行的力则称为线分布力或线分布载荷。

在力的三要素中,如果改变其中任何一个因素,也就改变了对物体的作用效果。

2. 力的矢量表示

力是一个有大小和方向的量,所以力是矢量。如图 1-1 (a) 所示的集中力 F , 常用带箭头的线段来表示。线段 AB 按一定的比例尺表示力的大小, 线段的方位和箭头的指向表示力的方向, 线段的起点(或终点)表示力的作用点, 与线段重合的直线 KL 称为力的作用线; 对于线分布力常用集度 q 表示单位长度上所受的力, 如图 1-1 (b) 所示, 如果 q 为一常量, 则该分布力称为均布力或均布载荷, 否则就称为非均布力或非均布载荷。

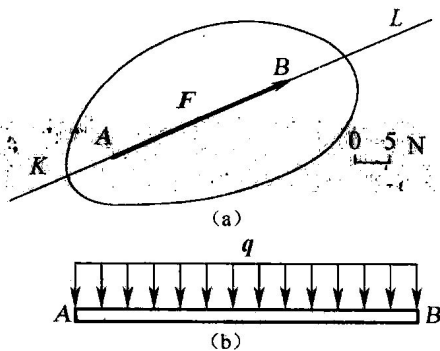


图 1-1 力的表示

1.1.2 力的性质

人们经过长期的生活和生产实践,通过观察、分析、抽象、归纳,逐渐系统地认识了力的基本性质及其所遵循的基本定律,以公理或定理的形式给出了力的最基本性质,它们是静力学理论基础。

性质 1 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力,可以合成为作用于该点的一个合力,合力的大小和方向由以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线决定,如图 1-2 所示。

如用 R 表示 F_1 和 F_2 的合力,则性质 1 的矢量表达式为

$$R = F_1 + F_2$$

即合力的矢量等于两个分力的矢量和。

力的平行四边形法则是力系简化的基础。它表明作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个合力;反之,一个力可以分解为同一平面内的两个分力,但两个分力并不是唯一的。如图 1-3 所示,在工程实际中常把一个力 R 沿直角坐标轴方向分解,从而得到两个相互垂直的分力 F_x 和 F_y ,称为力的正交分解。

性质 2 二力平衡条件

作用于同一刚体的两个力,使刚体处于平衡的充分和必要条件是:这两个力大小相等,方向相反,且力的作用线在同一条直线上。如图 1-4 所示,力 F_1 和 F_2 等值、反向、共线。

这一性质揭示了作用于刚体上最简单的力系平衡时所必须满足的条件。需要指出的是,这一条件只是变形体平衡的必要条件,而不是充分条件。例如当绳索两端受到大小相等、方向相反的



拉力作用时可以平衡,但受到大小相等、方向相反的压力作用时,则不能平衡。

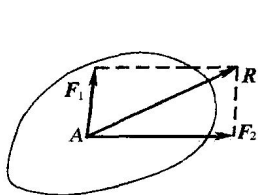


图 1-2 力的平行四边形法则

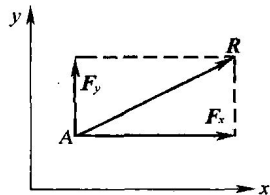


图 1-3 力的分解

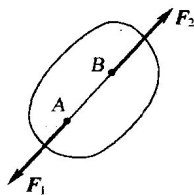


图 1-4 二力平衡

在工程上常遇到只受两个力作用而平衡的构件,称为二力构件,也称为二力杆。二力杆上的力必须满足二力平衡条件,在物体的受力分析中,可以据此确定二力杆中未知力作用线的位置。

性质3 加减平衡力系公理

在刚体上的原有力系中,加上或减去任意一个平衡力系,不会改变原力系对刚体的作用效应。此公理对于研究力系的简化问题很重要。

推论:力的可传性原理

由于力对于刚体只有运动效应,因此作用于刚体上的力可沿其作用线移动到该刚体内的任一点,而不改变力对刚体的作用效应,如图 1-5 所示。

性质4 作用力与反作用力定律

两个物体间的作用力与反作用力总是大小相等,方向相反,沿着同一直线,并分别作用在两个物体上。

这一性质说明,力总是成对出现,有作用力,必定有反作用力,二者总是同时存在,同时消失。一般习惯上将作用力与反作用力用同一个字母表示,其中一个字母加上一撇以示区别。

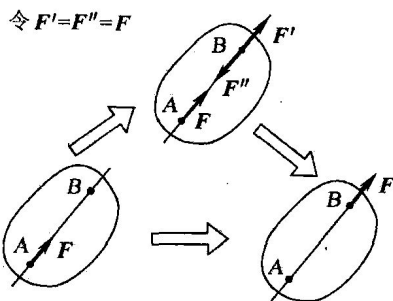


图 1-5 力的可传性

值得注意的是,这一性质易与二力平衡条件相混淆。作用力与反作用力定律中的两个力分别作用在两个物体上,而二力平衡条件中的两个力作用在同一刚体上。

图 1-6 所示的支架 $ABCD$ 上,杆 AB 为二力杆,受一对平衡力 F_A 和 F_B 作用;在 CD 杆件上的 B 点,作用力为 F'_B ,与 F_B 大小相等、方向相反,且作用于一条直线上。由此可知分别作用在两个物体上的力 F_B 和 F'_B 为作用力和反作用力的关系,而作用于同一物体上的力 F_A 和 F_B 满足二力平衡条件,是一对平衡力。

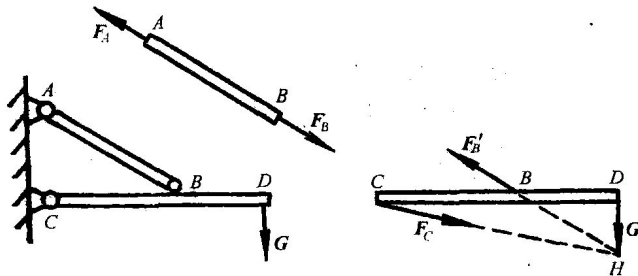


图 1-6 作用力与反作用力

例如,在日常生活中用绳拉车,或者沿着同一直线以同样大小的力 F 推车,对车将产生相同的运动效应。



根据力的可传性, 作用于刚体上力的三要素可以改变为: 力的大小、方向和作用线。由于作用于刚体上的力可以沿着作用线移动, 这种矢量称为滑移矢量。

应当指出, 在研究力对物体的变形效应时, 力是不能沿作用线移动的。如图 1-7 (a) 所示的可变形直杆, 沿杆的轴线在两端施加大小相等、方向相反的一对力 F_1 和 F_2 时, 杆将产生拉伸变形。如图 1-7 (b) 所示, 如果将力 F_1 和 F_2 沿其作用线移动, 则杆将产生压缩变形。因此, 力的可传性对变形体不成立。

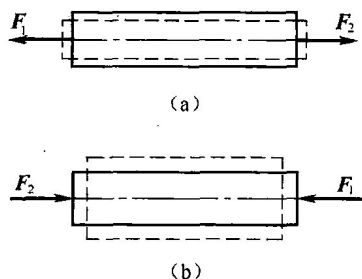


图 1-7 可变形直杆受力情况

1.2 平面内力对点之矩

1.2.1 力矩的概念

人们在生产实际中使用杠杆、滑轮等机械搬运重物时形成了力矩的概念。如图 1-8 所示, 用扳手拧紧螺母时, 螺母的轴线固定不动, 力 F 使扳手连同螺栓绕螺栓轴线转动, 如果力 F 的大小一定, d 的大小将会影响螺母的转动效应。也就是说, 力 F 对螺母拧紧的转动效果不仅与力 F 的大小有关, 而且与转动中心 O 点到力 F 的作用线的垂直距离有关。力学上用 O 点到力 F 作用线的垂直距离 d 与力 F 的乘积来度量力对物体的转动效应, 称为力 F 对 O 点之矩, 简称力矩, 并用 $M_O(F)$ 表示, 其计算公式为

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1-1)$$

式中 O 点称为力矩中心 (简称矩心); O 点到力 F 作用线的垂直距离 d 称为力臂, 当力的作用线通过矩心时, 力臂等于零, 力矩值为零; 式中的正负号用来说明力矩的转动方向。一般规定: 力使物体绕矩心作逆时针方向转动时力矩为正, 反之为负。

力矩的单位为牛顿·米 ($\text{N} \cdot \text{m}$), 或千牛顿·米 ($\text{kN} \cdot \text{m}$)。

由力矩的定义可知: 若将力 F 沿其作用线移动, 则因为力的大小、方向和力臂都没有改变, 所以不会改变该力对某一矩心的力矩。

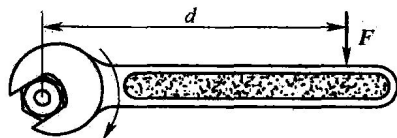


图 1-8 扳手拧螺母

1.2.2 合力矩定理

在计算力矩时, 如果力对某点求矩时, 力臂值不明显, 就需将力沿图上标明尺寸的方向作正交分解, 分别计算各分力对点之矩, 然后相加求出合力对同点之矩。这就需要建立合力对点的矩与分力对同一点的矩的关系, 即合力矩定理。

合力矩定理: 平面汇交力系的合力, 对平面上任一点之矩, 等于力系中所有各力对同一点力矩的代数和。

例 1-1 如图 1-9 (a) 所示直齿圆柱齿轮啮合时受到合力 F_n 作用。设 $F_n = 2000\text{N}$, 压力角为 $\alpha = 20^\circ$, F_n 作用在齿轮的节圆上, 其半径为 $r = 80\text{mm}$, 试计算力 F_n 对于轴心 O 的力矩。

解: 根据合力矩定理, 将力 F_n 分解为两个分力即圆周力 F_t 和径向力 F_r , 如图 1-9 (b) 所示。则

$$M_O(F_n) = M_O(F_t) + M_O(F_r)$$

由于径向力 F_r 的作用线通过矩心 O , 故

$$M_O(F_r) = 0$$

所以有

$$M_O(F_n) = M_O(F_t) = F_n \cos \alpha \cdot r = 2\,000 \times \cos 20^\circ \times 0.08 = 150 \text{ N} \cdot \text{m}$$

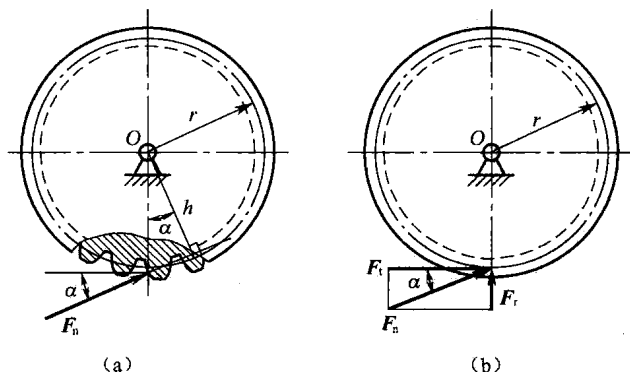


图 1-9 直齿圆柱齿轮啮合受力

1.3 力偶

1.3.1 力偶的概念

在日常生活及生产实践中人们经常遇到开、关水龙头, 司机用双手转动方向盘 (见图 1-10 (a)), 开锁时 (见图 1-10 (b)) 钥匙用力, 电动机的定子磁场对转子作用电磁力使之旋转 (见图 1-10 (c)) 等情况, 那么水龙头、方向盘、钥匙和转子等物体受到一对大小相等、方向相反, 但不在同一作用线上的平行力的作用。

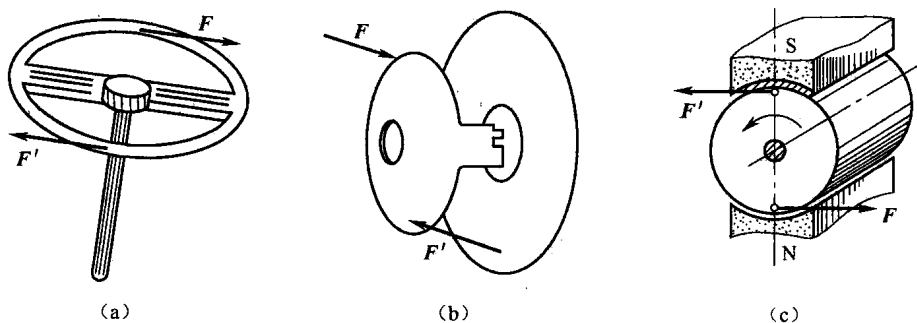


图 1-10 力偶的几种形式

1. 力偶

作用在同一物体上的一对等值、反向、不共线的平行力组成的力系称为力偶, 力偶的两力之间的垂直距离称为力偶臂。力偶所在的平面称为力偶的作用面。由上述实例可知, 力偶对物体作用的外效应是使物体产生旋转运动的变化。

2. 力偶矩

力偶的作用是改变物体的转动状态, 力偶对物体的转动效应取决于组成力偶的反向平行力的

大小、力偶臂的大小和力偶的转向，与矩心的位置无关，因此可用力偶的两个力对其作用面内某点的矩的代数和来度量。力与力偶臂的乘积称为力偶矩，记作 $M(F, F')$ 或用 M 来表示，即

$$M(F, F') = M = \pm Fd \quad (1-2)$$

由此可知，力偶矩是一个代数量，其绝对值等于力的大小与力偶臂的乘积，正负号表示力偶的转向，即逆时针转向为正，反之则为负。力偶矩的单位为牛顿·米 ($N \cdot m$)，或千牛顿·米 ($kN \cdot m$)。

1.3.2 力偶的基本性质

力偶具有以下基本性质。

性质 1 力偶无合力，即力偶中的两个平行力在任意轴上投影之和为零。

力偶不能用一个力来等效，也不能用一个力来平衡。力与力偶之间不能相互代替，力偶对物体只有转动效应而没有移动效应，只能和力偶相平衡。因此力和力偶是组成力系的两个基本物理量，是静力学的两个基本要素。

性质 2 力偶的两力对其作用平面内任意点之矩的代数和恒等于力偶矩，而与矩心的位置无关。

设刚体上作用一力偶 (F, F') ，如图 1-11 所示，因 $F = F'$ ，故两力对其作用面内任一点 O 的矩的代数和为

$$M_O(F, F') = M_O(F) + M_O(F') = F(d+x) - F'x = Fd$$

不论 O 点选择在何处，力偶对物体所作用的力矩，恒等于力偶矩，而与力偶对矩心的相对位置无关。

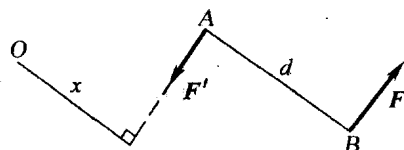


图 1-11 力对点 O 的矩

性质 3 同平面内力偶的等效定理：在同一平面内的两个力偶，如果转向相同且力偶矩相等，则两力偶彼此等效。

这两个力偶对刚体的作用效果相同，则称这两个力偶为等效力偶。由此可得出如下结论。

(1) 力偶可以在它的作用面内任意转移，而不改变它对刚体的作用，因此力偶对刚体的作用与力偶在其作用面内的位置无关。

(2) 在不改变力偶矩的大小和转向的条件下，可以同时改变力偶中力的大小和力偶臂的长短，而不改变力偶对刚体的作用效果。

图 1-12 形象地表示了力偶的等效性。力偶中力偶臂和力的大小都不是力偶的特征量，只有力偶矩才是力偶作用效果的唯一度量所以常用图 1-12 (e) 所示的符号表示力偶， M 表示力偶矩的大小。

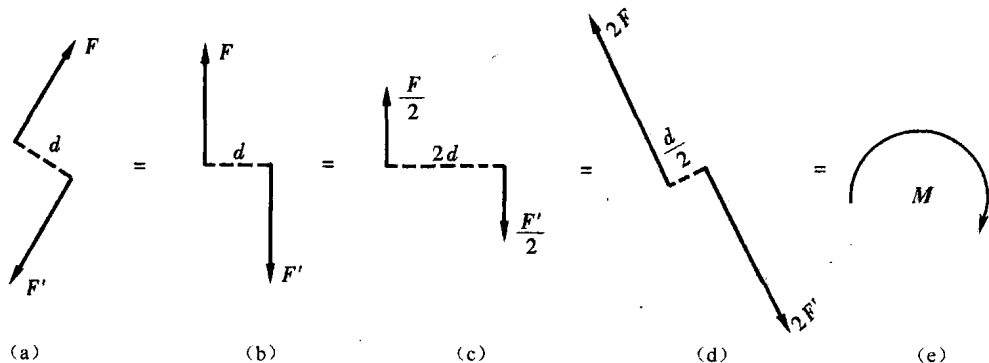


图 1-12 力偶的等效性



1.3.3 平面力偶系的合成

作用在物体上同一平面内的多个力偶, 称为平面力偶系。

设在刚体上的同一平面内有两个力偶 (F_1, F_1') 和 (F_2, F_2') , 力偶臂分别为 d_1 和 d_2 , 如图 1-13 所示。这两个力偶的矩分别为 M_1 和 M_2 , 则

$$M_1 = F_1 \cdot d_1, M_2 = F_2 \cdot d_2$$

根据力偶等效定理, 可将原力偶改变成为两个等效力偶 (P_1, P_1') 和 (P_2, P_2') , 使它们具有相同的力偶臂长 d , 则

$$P_1 = M_1 / d, P_2 = M_2 / d$$

分别将力 P_1 、 P_2 和 P_1' 、 P_2' 合成, 有

$$R = P_1 + P_2, R' = P_1' + P_2'$$

可以看出, R 和 R' 构成了合力偶 (R, R') , 且二者等值、反向、平行。该力偶矩为

$$M = R \cdot d = (P_1 + P_2) d = (M_1 / d + M_2 / d) d = M_1 + M_2$$

若刚体上作用在同一平面内有若干个力偶, 采用上述方法叠加, 可得合力偶矩为

$$M = M_1 + M_2 + \cdots + M_n = \sum M$$

平面力偶系的合成结果为一合力偶, 合力偶矩等于各分力偶矩的代数和。

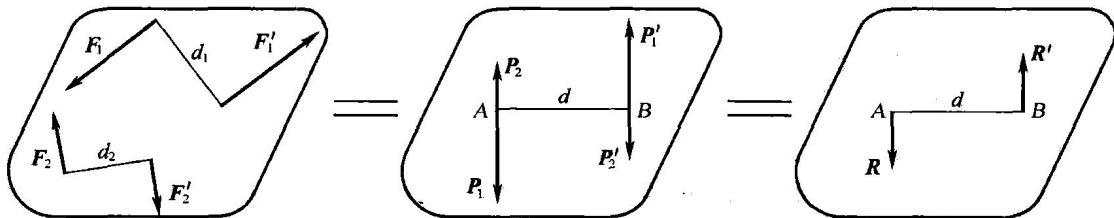


图 1-13 平面力偶系的合成

1.4 约束与约束反力

在实际工程中, 一些物体可以在空间自由运动, 获得任何方向的位移。这些物体称为自由体。例如, 在空中航行的飞机, 飞行中的炮弹、气球等, 另一些物体在空间的运动受到其他物体的限制, 使其在某些方向上不能发生位移, 这些物体便称为非自由体或受约束物体。例如, 机器中的轴承对轴就是一种约束; 用绳索悬挂重物, 绳对物体就是一种约束。

既然约束会限制物体的运动, 那么, 当物体沿着约束所能限制的方向有运动趋势时, 约束对该物体必然有力的作用。这种约束作用于非自由体上的力称为约束力。约束力的方向总是与约束限制非自由体的运动方向相反, 它的作用点就在约束与被约束物体的接触点。作用于非自由物体上的约束力以外的力统称为主动力。如重力、推力等都是主动力, 主动力在工程上又称为载荷。

通过静力分析研究物体的平衡问题时, 主动力一般是已知的, 而约束力往往是未知的, 它们需要根据平衡条件来推定。然而不同类型的约束, 约束力也不相同。根据约束的类型可确定其约束的特征。下面主要介绍工程实践中常见的几种典型约束及其约束力的特征。



1.4.1 柔性约束

柔软且不可伸长的绳子、胶带、链条、钢丝等通常称为柔索。柔索本身只能承受拉力，不能承受压力。其约束特点是：限制物体沿柔索伸长方向的运动，只能给物体提供拉力，拉力一般用符号 F_T 表示。

如图 1-14 所示，图 (a) 为一根绳 AB 拉住一个重为 G 的物体，绳 AB 就对重为 G 的物体产生约束，去掉约束，用约束反力 F_T 表示；(b) 图为用链条 OA 、 OB 起吊一根轴，去掉约束，分别作用于轴 AB 的拉力为 F_{TA} 、 F_{TB} ；(c) 图中胶带对胶带轮的拉力为 F_1 、 F'_1 、 F_2 、 F'_2 ，均属于柔性约束力。

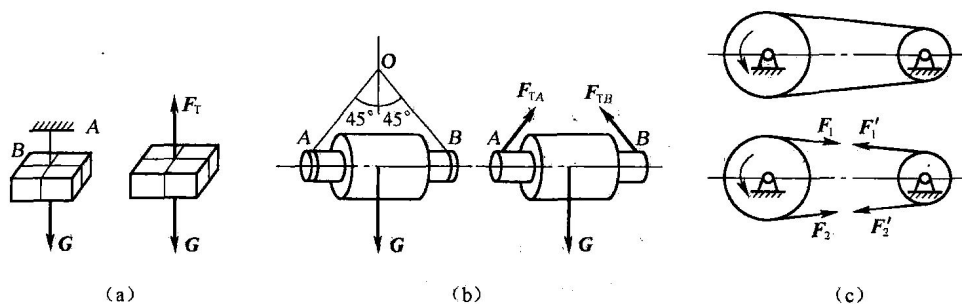


图 1-14 柔性约束受力分析

1.4.2 光滑接触面约束

当物体与约束的接触面之间摩擦很小、可以忽略不计时，则认为接触面是光滑的，这种光滑的平面或曲面构成的约束称为光滑接触面约束，也称为光滑面约束。如图 1-15 所示，光滑面约束只能限制物体沿接触点或接触面的公法线且向着约束内部运动，而不能限制物体沿着接触点或接触面公切线方向运动，所以光滑面约束力的作用线，沿接触面公法线方向，指向被约束的物体，恒为压力，称为法向约束力或正压力，常用 F_N 表示。

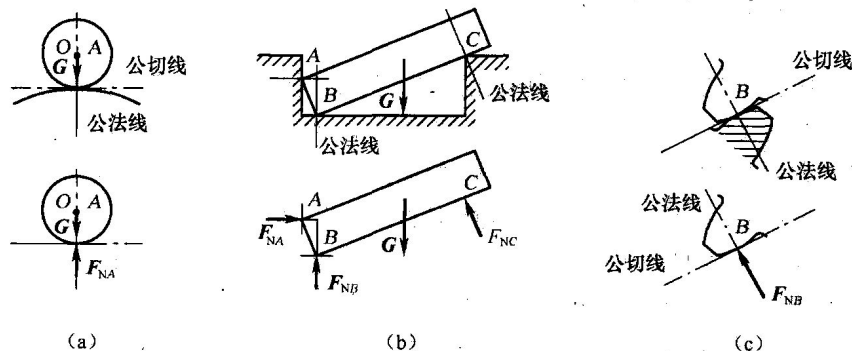


图 1-15 光滑面约束的受力分析

1.4.3 光滑铰链约束

圆柱铰链和球铰链是一种特殊的光滑面约束。

1. 中间铰链约束

如图 1-16 (a) 所示, 1 和 2 分别是两个带圆孔的构件, 将圆柱形销钉穿入构件 1 和 2 的圆孔中, 如果销钉和圆孔是光滑的, 那么销钉只限制两构件在垂直于销钉轴线的平面内的相对移动, 而不限制两构件绕销钉轴线的相对转动。这样的约束便构成中间铰链, 通常用简图 1-16 (b) 表示。

销钉与物体的圆孔表面都是光滑的, 本质上属于光滑面约束, 因此销钉对物体的约束力应通过圆孔中心。但两者之间总有间隙, 会产生局部接触, 接触点不确定。故中间铰链对物体的约束力特点是: 作用线通过销钉中心, 垂直于销钉轴线, 方向不定, 可表示为图 1-16 (c) 所示的单个力 R_A 和未知角 α , 或两个正交分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 。 R_A 与 F_{Ax} 、 F_{Ay} 为合力与分力的关系。

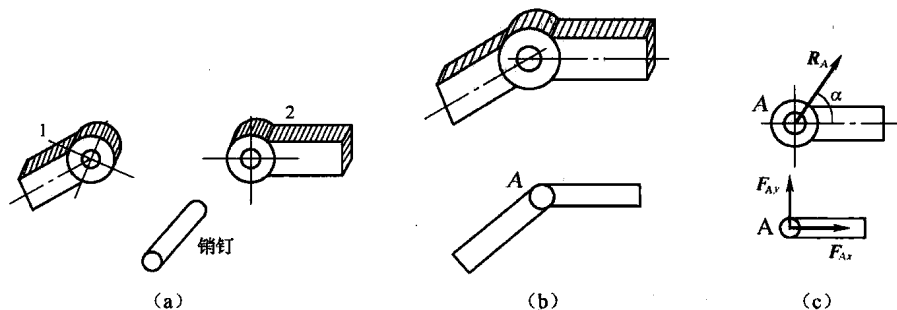


图 1-16 中间铰链约束受力分析

2. 固定铰链支座约束

如图 1-17 (a) 所示, 用铰链联接的两个构件中, 其中一个构件是固定在基础或静止机架上的支座; 此支座构成固定铰链支座约束, 符号如图 1-17 (b) 所示; 约束力特点与中间铰相同, 如图 1-17 (c) 所示。

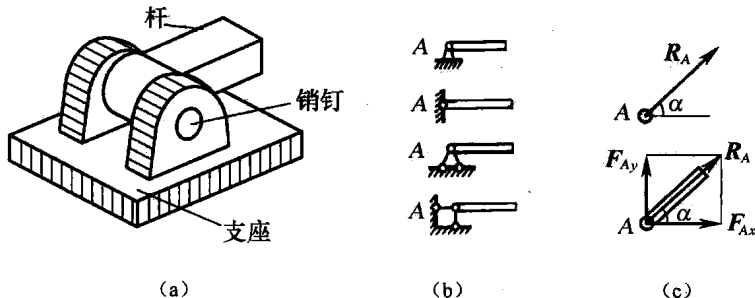


图 1-17 固定铰链支座约束受力分析

3. 活动铰链支座约束

固定铰链底部安放许多滚子, 并与支承面接触, 支座可沿支撑面移动, 则构成活动铰链支座, 又称辊轴支座, 如图 1-18 (a)、(b) 所示。这类支座常见于桥梁、屋架等结构中, 通常用简图 1-18 (c) 表示。活动铰链支座只能限制构件沿支承面垂直方向的移动, 不能阻止物体沿支承面的运动