



21世纪高等院校机械专业应用型精品规划教材

# 工程力学

◎ 主编 梅建云 李俊彬 黄文华



哈尔滨工程大学出版社  
Harbin Engineering University Press

21世纪高等院校机械专业应用型精品规划教材

# 工程力学

主编 梅建云 李俊彬 黄文华  
副主编 黎 莞 肖文君 李艳芳



哈尔滨工程大学出版社  
Harbin Engineering University Press

## 内容提要

书中介绍了静力学的基本概念及物体受力分析、平面汇交力系、力矩和平面力偶系、平面任意力系、空间力系，材料力学基本概念、轴向拉伸与压缩、剪切、扭转、梁的内力、弯曲应力、梁的变形、组合变形、压杆稳定等内容。本书力求内容系统完整，讲解深入浅出，通过相应的章节学习，学生能更好地掌握所学知识。

本书可作为普通高等院校、高等职业院校、成人高校机械学科相关专业的教学用书，也可供有关工程技术人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

工程力学/梅建云等主编. —哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社, 2009. 8

ISBN 978 - 7 - 81133 - 523 - 1

I. 工… II. 梅… III. 工程力学 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 133727 号

---

出版发行:哈尔滨工程大学出版社

社址:哈尔滨市南岗区东大直街 124 号

邮编:150001

发行电话:0451—82519328

传真:0451—82519699

经销:新华书店

印刷:北京市通州京华印刷制版厂

开本:787mm×1092mm 1/16

印张:12.5 印张

字数:295 千字

版次:2009 年 8 月第 1 版

印次:2009 年 8 月第 1 次印刷

定价:26.00 元

<http://press.hrbeu.edu.cn>

E-mail:[heupress@hrbeu.edu.cn](mailto:heupress@hrbeu.edu.cn)

网上书店:[www.kejibook.com](http://www.kejibook.com)

对本书内容有任何疑问及建议，请与本书责编联系。邮箱:[jixie\\_book@sina.com](mailto:jixie_book@sina.com)

---

# 出版说明

近年来，我国的高等教育事业实现了跨越式发展，为社会主义现代化建设事业培养了大批急需的各类人才，对提高劳动者的素质，建设社会主义精神文明，促进社会进步和经济发展发挥了重要的作用。

随着我国科技的发展以及经济的腾飞，高技能人才的缺乏逐渐成为影响社会快速、健康发展的瓶颈。高等院校作为培养各类高素质人才的重要基地，必然要对教育教学制度进行改革，以改革教育思想和教育观念为先导，以促进就业为目标，实行多样、灵活、开放的人才培养模式，把教育教学与生产实践、社会服务、技术推广结合起来，加强实践教学和就业能力的培养，逐步探索建立适应我国社会主义现代化建设需要，能顺利实现高等人才培养目标的高等教育思想和教育理念。

要加快高等教育改革和发展的步伐，就必须对其课程体系和教学模式等问题进行探索。在这个过程中，教材的建设与改革无疑起着至关重要的基础性作用，高质量的教材是培养高素质人才的保证。高等教育教材作为知识的载体和教学的基本工具，直接关系到高等教育能否为社会培养并输送符合要求的高技能人才。

为推动高等教育教材的建设，加快高等教育改革和发展的步伐，我们精心组织了一批具有丰富教学和科研经验的教师，针对高等院校机械学科相关专业的教学特点，编写了《21世纪高等院校机械专业应用型精品规划教材》。本系列教材以使学生在具有必备的基础理论知识和专业知识的基础上，重点掌握从事本专业领域实际工作的基本能力和基本技能为宗旨，致力于培养基础理论知识适度、技术应用能力强、知识面宽、素质高的应用型人才。

本系列教材非常注重培养学生的实践技能，力避传统教材“全而深”的教学模式，将“教、学、做”有机地融为一体，在教给学生知识的同时，强化对学生实际操作能力的培养。在编写过程中，教材力求从实际应用的需要出发，尽量减少枯燥、实用性不强的理论灌输，充分体现出“以行业为导向，以能力为本位，以学生为中心”的特色，从而使教材更具有实用性和前瞻性，与就业市场结合更为紧密。

本系列教材的编写力求突破陈旧的教育理念，采用了“以案例导入教学”的编写模式。在对某一理论进行讲解的同时，紧密结合实际，援引大量鲜明实用的案例进行分析说明，以达到编写高质量教材的目标。这些精心设计的案例不但可以方便教师授课，同时又可以启发学生思考，加快对学生实践能力的培养，改革人才的培养模式。

本系列教材可供普通高等院校、高等职业院校、成人高校及各类培训学校机械学科机械设计与制造、数控技术、模具设计与制造、机电一体化等相关专业使用。在编写过程中，得到了许多高等院校老师的大力支持，在此特向他们致以衷心的感谢，同时也对所有参与本系列教材出版工作的人员表示感谢！

# 前　　言

工程力学是许多工科专业的重要基础课程。它不仅具有完整、系统的基本概念、基本原理和基本方法，而且具有独特的数学推理和分析、求解问题的科学方法。学好本课程，可以为后续相关课程的学习打下坚实的基础，并初步具备解决工程实际问题的能力。

为适应高等院校教学改革的需要，我们总结工程力学课程教学的经验，精心编写了本教材。全书分为两部分，第一部分为静力学（第1章至第5章）；第二部分为材料力学（第6章至第14章）。其中第一部分是本书重点，以平面力系为主，以空间力系为辅，全面介绍了静力学相关内容。在材料力学部分，以四种基本变形为重点，简单介绍了组合变形及压杆稳定等，突出了理论教学与工程实际的联系，做到以应力应变状态为主线，以材料和构件的失效分析为目标，以解决工程构件的强度分析和刚度分析为基本要求。

本教材在内容的深度方面加强了改革，在确保基本要求的前提下，删去了一些偏难、偏深的内容。目的是为了满足那些对工程力学的深度和难度要求不高，但对工程力学的基础知识有一定了解的专业的需求，并作为这些专业的素质教育的一部分。

本教材在编写过程中力求体现以应用为目的，强化应用为重点的原则，加深学生对于基本内容的了解和掌握。通过学习，学生可掌握建立力学模型和简化力系的方法，能利用力系的平衡条件解决实际的工程构件的受力，从而进一步对构件进行强度、刚度及稳定性等方面分析。

本书由梅建云、李俊彬、黄文华主编，黎苇、肖文君、李艳芳副主编。限于编者专业水平及实践经验，书中疏漏和欠妥之处在所难免，恳请读者批评指正！

编　者

# 目 录

<b>第1章 静力学基本概念及物体受力分析</b>	1
1.1 静力学基本概念	1
1.1.1 刚体	1
1.1.2 力	1
1.1.3 平衡	2
1.2 静力学公理	2
1.3 约束和约束反力	4
1.3.1 基本概念	4
1.3.2 约束类型	5
1.4 物体的受力分析与受力图	7
<b>第2章 平面汇交力系</b>	14
2.1 平面汇交力系合成与平衡——几何法	14
2.1.1 平面汇交力系合成	14
2.1.2 平面汇交力系平衡的几何条件	15
2.2 平面汇交力系合成与平衡——解析法	16
2.2.1 力在坐标轴上的投影	17
2.2.2 合力投影定理	17
2.2.3 平面汇交力系的平衡方程	18
<b>第3章 力矩和平面力偶系</b>	24
3.1 力矩和合力矩定理	24
3.1.1 力对点之矩	24
3.1.2 合力矩定理	25
3.2 力偶和力偶矩	25
3.2.1 力偶和力偶矩的概念	25
3.2.2 力偶等效定理	26
3.2.3 力偶的性质	26



3.3 平面力偶系的合成与平衡 .....	27
3.3.1 平面力偶系的合成条件 .....	27
3.3.2 平面力偶系的平衡条件 .....	27
<b>第4章 平面任意力系 .....</b>	<b>32</b>
4.1 力线平移定理 .....	32
4.2 平面任意力系向平面内一点的简化 .....	32
4.3 平面任意力系的简化结果分析 .....	34
4.4 平面任意力系的平衡条件和平衡方程 .....	35
4.5 静定和静不定及物体系统的平衡 .....	39
4.5.1 静定与静不定问题 .....	39
4.5.2 物体系统的平衡问题 .....	39
4.6 平面简单桁架的内力计算 .....	42
4.6.1 节点法 .....	42
4.6.2 截面法 .....	43
<b>第5章 空间力系 .....</b>	<b>49</b>
5.1 力在直角坐标轴上的投影 .....	49
5.1.1 一次（直接）投影法 .....	49
5.1.2 二次（间接）投影法 .....	49
5.2 力对轴的矩 .....	50
5.2.1 力对轴的矩的定义 .....	50
5.2.2 力对轴的矩的解析表达式 .....	52
5.3 空间力系的平衡方程 .....	52
5.3.1 空间汇交力系 .....	52
5.3.2 空间平行力系 .....	53
5.4 物体的重心和形心 .....	56
5.4.1 重心的概念及其坐标公式 .....	56
5.4.2 形心与静矩 .....	57
5.4.3 确定物体重心位置的方法 .....	58
<b>第6章 材料力学基本概念 .....</b>	<b>65</b>
6.1 材料力学的任务 .....	65
6.2 变形固体及其基本假设 .....	66
6.3 内力、截面法和应力的概念 .....	66



6.3.1 内力 .....	66
6.3.2 截面法 .....	66
6.3.3 应力 .....	67
6.4 杆件变形的基本形式 .....	68
<b>第7章 轴向拉伸与压缩 .....</b>	<b>70</b>
7.1 轴向拉伸和压缩的概念 .....	70
7.2 轴向拉压杆的内力与应力 .....	70
7.2.1 横截面上的内力 .....	70
7.2.2 横截面上的应力 .....	72
7.3 轴向拉压杆的强度条件 .....	74
7.4 轴向拉压杆的变形与胡克定律 .....	76
7.4.1 轴向变形与胡克定律 .....	76
7.4.2 横向变形与泊松比 .....	76
7.5 材料拉伸和压缩时的力学性质 .....	80
7.5.1 低碳钢拉伸时的力学性质 .....	80
7.5.2 铸铁拉伸时的力学性质 .....	82
7.5.3 其他材料拉伸时的力学性质 .....	82
7.5.4 压缩时材料的力学性质 .....	82
7.5.5 许用应力的确定 .....	83
7.6 应力集中 .....	83
7.7 拉压超静定问题 .....	84
7.7.1 超静定问题和超静定次数 .....	84
7.7.2 超静定问题的解法 .....	85
<b>第8章 剪切 .....</b>	<b>91</b>
8.1 剪切及剪切的实用计算 .....	91
8.2 挤压及挤压的实用计算 .....	92
8.3 剪切胡克定律和剪应力互等定理 .....	94
8.3.1 剪切胡克定律 .....	95
8.3.2 剪应力互等定理 .....	95
<b>第9章 扭转 .....</b>	<b>98</b>
9.1 扭转概述 .....	98
9.2 外力偶矩、扭矩和扭矩图 .....	98



9.2.1 功率、转速与外力偶矩间的关系 .....	98
9.2.2 扭矩和扭矩图 .....	98
9.3 圆轴扭转时的应力与强度条件 .....	100
9.3.1 圆杆扭转时横截面上的剪应力 .....	100
9.3.2 $I_p$ 与 $W_p$ 的计算 .....	102
9.3.3 圆截面杆的强度计算 .....	103
9.4 圆杆扭转时的变形与刚度条件 .....	104
9.4.1 圆杆扭转时的扭转角 .....	104
9.4.2 圆杆扭转时的刚度条件 .....	105
9.5 矩形截面杆的扭转 .....	107
<b>第 10 章 梁的内力 .....</b>	<b>110</b>
10.1 弯曲的概念和计算简图 .....	110
10.1.1 弯曲的概念 .....	110
10.1.2 计算简图和静定梁 .....	111
10.2 梁的内力 .....	112
10.2.1 梁的内力——剪力和弯矩 .....	112
10.2.2 剪力和弯矩的符号规定 .....	113
10.2.3 梁的内力计算规则 .....	114
10.3 剪力图和弯矩图 .....	115
10.4 弯矩、剪力、荷载集度之间的关系 .....	118
<b>第 11 章 弯曲应力 .....</b>	<b>123</b>
11.1 概述 .....	123
11.2 梁弯曲时的正应力 .....	123
11.2.1 纯弯曲时梁横截面上的正应力 .....	123
11.2.2 细长杆件横力弯曲时梁横截面上的正应力 .....	126
11.3 惯性矩的计算 .....	126
11.3.1 简单截面的惯性矩 .....	126
11.3.2 组合截面的惯性矩与平行移轴公式 .....	127
11.4 弯曲正应力强度条件 .....	129
11.5 弯曲剪应力和剪应力强度条件 .....	131
11.5.1 矩形截面梁的剪应力 .....	132
11.5.2 工字形截面梁的剪应力 .....	132



11.5.3 圆形截面梁的剪应力 .....	132
11.5.4 剪应力强度条件 .....	133
11.6 提高梁抗弯强度的措施 .....	133
11.6.1 合理安排梁的受力情况 .....	133
11.6.2 合理选取截面形状 .....	134
11.6.3 采用变截面梁和等强度梁 .....	135
<b>第 12 章 梁的变形 .....</b>	<b>139</b>
12.1 概述 .....	139
12.2 挠曲线的近似微分方程 .....	140
12.3 积分法计算梁的位移 .....	141
12.4 叠加法计算梁的变形 .....	144
12.5 梁的刚度条件和提高抗弯刚度的措施 .....	146
12.5.1 梁的刚度条件 .....	146
12.5.2 提高梁抗弯刚度的措施 .....	147
12.6 简单超静定梁 .....	147
12.6.1 超静定梁的概念 .....	147
12.6.2 超静定梁的解法 .....	148
<b>第 13 章 组合变形 .....</b>	<b>153</b>
13.1 概述 .....	153
13.2 斜弯曲 .....	153
13.2.1 外力的分解 .....	153
13.2.2 正应力计算 .....	154
13.2.3 正应力强度条件 .....	154
13.3 拉伸(压缩)与弯曲的组合变形 .....	155
13.3.1 拉伸(压缩)与弯曲 .....	155
13.3.2 偏心拉伸(压缩) .....	157
13.4 弯曲与扭转的组合变形 .....	158
13.4.1 内力与应力分析 .....	158
13.4.2 强度计算 .....	159
<b>第 14 章 压杆稳定 .....</b>	<b>164</b>
14.1 压杆稳定的概念 .....	164
14.2 细长压杆的临界力 .....	165



14.3 欧拉公式的适用范围 .....	167
14.4 压杆的稳定性校核 .....	169
14.4.1 安全系数法 .....	169
14.4.2 折减系数法 .....	170
14.5 提高压杆稳定性的措施 .....	172
14.5.1 选择合理的截面形状 .....	172
14.5.2 减小压杆的长度 .....	173
14.5.3 加强杆件的约束 .....	173
14.5.4 选用适当的材料 .....	173
习题参考答案 .....	176
<b>附录 热轧型钢常用参数表 .....</b>	<b>179</b>
附表 1 等边角钢截面尺寸、截面面积、理论重量及截面特性 (GB/T 706—2008) .....	179
附表 2 槽钢截面尺寸、截面面积、理论重量及截面特性 (GB/T 706—2008) .....	185
附表 3 工字钢截面尺寸、截面面积、理论重量及截面特征 (GB/T 706—2008) .....	187
<b>参考文献 .....</b>	<b>190</b>

## 第 1 章

# 静力学基本概念及物体受力分析

## 1.1 静力学基本概念

力和刚体是静力学中两个重要的基本概念。这里将介绍这两个概念的含义及本质特征。

### 1.1.1 刚体

任何物体受力作用时都要发生变形，即便变形极其微小，也能用各种测试手段证明变形的存在。在研究物体机械运动规律时，如果物体受力作用所引起的变形很小，对所研究的问题影响甚微；或者物体的变形已经结束，不再继续发生，且已发生的变形与所研究的问题无关，在上述情况下，为使问题得到简化，可以略去物体变形这一次要因素，把所研究的物体看作刚体。所谓刚体，是指在任何情况下都不发生变形的物体。显然，这只是一个理想化的力学模型。实际上任何物体受力后或多或少都要发生变形，但工程中许多物体变形都非常微小。这些微小的变形对研究物体的平衡问题不起主导作用，可以忽略不计，因而可以把实际物体看作刚体，这样可以使问题研究大为简化。这种处理问题的方法是科学研究中心重要的抽象化方法。例如研究飞机的平衡或飞行规律时，可以把飞机看作刚体。但是研究飞机的振动问题时，机翼等的变形虽然微小，就不能把飞机看成刚体了，而把它看成是变形体，这是材料力学的研究内容。静力学中研究的物体只限于刚体，因此静力学又称为刚体静力学。

### 1.1.2 力

力是物体之间相互的机械作用。这种作用使物体的机械运动状态发生变化或使物体发生变形。前者称为力的运动效应或外效应；后者称为力的变形效应或内效应。静力学中主要讨论力的外效应。

力是物体之间相互的机械作用，不能脱离物体而单独存在。在分析物体受力时，必须搞清哪个是施力体，哪个是受力体。

实践证明，力对物体的作用效应取决于以下三个要素：



(1) 力的大小。指物体间相互作用的强弱程度。国际单位制(SI)中,力的单位为牛顿(N)或千牛[顿](kN)。

(2) 力的方向。通常包含力的方位和指向两个含义。例如重力的方向是“铅垂向下”,“铅垂”是指力的方位,“向下”是说力的指向。

(3) 力的作用点。力的作用点是指力在物体上作用的位置。一般说来,力的作用位置并不在一个点上,而是分布在物体的某一部分面积或体积上。例如蒸汽压力作用于整个容器壁,这就形成了面积分布力;重力作用于物体的每一点,又形成了体积分布力。但是在很多情况下,可以把分布在物体上某一部分的面积或体积上的力简化为作用在一个点上。例如,手推车时,力是分布在与手相接触的面积上,但当接触面积很小时,可把它看作集中作用于一点;又如重力分布在物体的整个体积上,在研究物体的外效应时,也可将它看作集中作用于物体的重心。这种集中作用于一点的力,称为集中力。这个点称为力的作用点。

力的三要素表明力是矢量。它可用有向线段来表示,如图1-1所示。线段的长度按一定比例尺表示力的大小;线段的方位角和箭头的指向表示力的方向;线段的起点或终点表示力的作用点。通过力的作用点,沿力的方向画出的直线,称为力的作用线。本书中用黑斜体字母表示矢量,如力 $F$ 表示力矢量;而用普通字母 $F$ 表示这个矢量的大小。

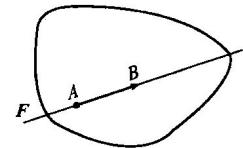


图 1-1

### 1.1.3 平衡

平衡是指物体相对于惯性参考系保持静止或作匀速直线平动。显然,平衡是物体机械运动的一种特殊状态。一般工程问题中,平衡通常是指相对于地球保持静止或作匀速直线平动。

## 1.2 静力学公理

力学公理是人们在实践中总结出的关于力的一些基本规律,这些规律又在实践中得到验证,而被人们所公认。静力学公理所反映的规律是极其简单的,但是,它是建立静力学理论的基础。

### 公理一 二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力,使刚体处于平衡状态的必要和充分条件是:这两个力大小相等,方向相反,并作用在同一直线上(简称等值、反向、共线),如图1-2所示。

此公理揭示了作用于刚体上最简单的力系平衡时所必须满足的条件。它是推证各种力系平衡条件的基础。

必须指出,这里所说的是刚体的平衡。如果是变形体,上述平衡条件并非是充分条件。例如,软绳的两端受到两个等值、反向、共线的拉力作用时可以平衡,如改为受两个等值、反向、共线的压力作用就会发生蜷曲而不能平衡。

只在两个力作用下处于平衡的构件，称为二力构件（简称二力杆）。因此二力构件所受的两个力必然沿两个作用点的连线，并且等值、反向，如图 1-3 所示。

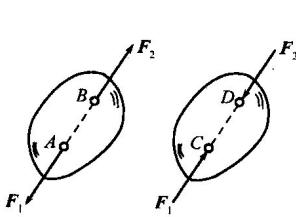


图 1-2

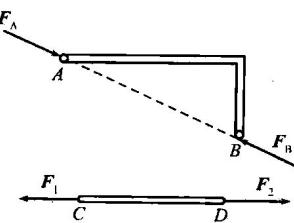


图 1-3

## 公理二 加减平衡力系公理

在作用于刚体的任意力系中，加上或去掉任何一个平衡力系并不改变原力系对刚体的作用。这个公理是力系简化的依据。

根据公理一和公理二，可导出推论 I。

### 推论 I——力的可传性原理

作用于刚体上的力可沿其作用线移至刚体的任一点，而不改变此力对刚体的作用效果。

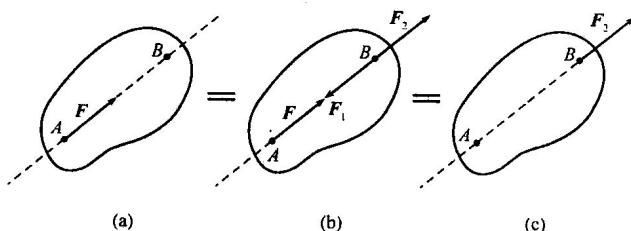


图 1-4

**证明：**设在刚体上 A 点有一力  $F$  的作用，如图 1-4 (a) 所示。根据加减平衡力系原理，可在力的作用线上任取一点 B，在 B 点加上一等值、反向、共线的平衡力  $F_1$ 、 $F_2$ ，并使  $F=F_1=F_2$ ，如图 1-4 (b) 所示。此时  $F$  和  $F_1$  也是一对平衡力系，可以去掉，于是只剩下作用于 B 点的力  $F_2$ ，如图 1-4 (c) 所示。又因为  $F_2$  和原力  $F$  等效，即力  $F_2$  就是原来的力  $F$  沿其作用线移到了 B 点。这就证明力的可传性。

由此可见，对刚体来讲，力的三要素可改写为：力的大小、方向和作用线。这样的矢量称为滑动矢量。

必须指出，力的可传性原理只适用于刚体而不适用于变形体。对于变形体，加减任何平衡力系，或将力沿其作用线移至物体上任一点，都会改变其内效应。

## 公理三 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个合力，合力也作用于该点。合力的大小和方向由以这两个力为邻边所作平行四边形的对角线来表示，如图 1-5 (a) 所示，即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

上式为矢量等式。它表示合力矢  $\mathbf{F}_R$  等于两个分力矢  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$  的矢量和（或几何和）。这种合成方法称为矢量加法，它与代数式  $F_R = F_1 + F_2$  的意义完全不同。

为了求出合力矢  $\mathbf{F}_R$  的大小和方向，实际上不必作出整个平行四边形。只要从任一点  $A$  作矢量  $AB$  等于  $\mathbf{F}_1$ ，再由力矢  $\mathbf{F}_1$  的末端  $B$  作矢量  $BC$  等于力矢  $\mathbf{F}_2$ （即  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  首尾相接），则矢量  $AC$  就代表合力矢  $\mathbf{F}_R$ ，如图 1-5（b）所示，合力的作用点仍在  $A$  点。这种求合力的方法称为力的三角形法。若改变力矢  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  的顺序，会得到不同形状的三角形，但是合力矢  $\mathbf{F}_R$  的大小和方向不受影响，如图 1-5（c）所示。

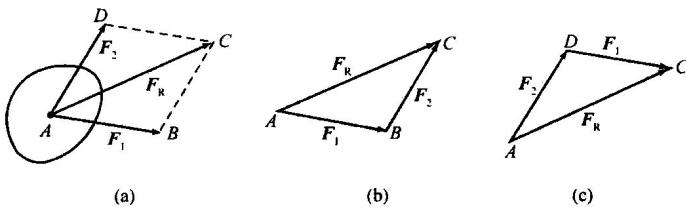


图 1-5

### 推论Ⅱ——力平衡汇交定理

刚体在三力作用下处于平衡，若其中两个力汇交于一点，则第三个力必汇交于该点。

**证明：**设有不平行的三个力矢  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$ ，分别作用在刚体上的  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  三点，使刚体处于平衡状态，如图 1-6 所示。根据力的可传性，将力矢  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  沿其作用线移到  $A$  点，根据平行四边形法则，合成一合力矢  $\mathbf{F}_R$ ，则力矢  $\mathbf{F}_3$  应与  $\mathbf{F}_R$  平衡。根据二力平衡条件， $\mathbf{F}_3$  必与  $\mathbf{F}_R$  共线，所以  $\mathbf{F}_3$  也通过  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  的交点  $A$ ，且与  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  在同一平面内，于是定理得证。

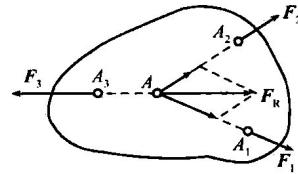


图 1-6

### 公理四 作用与反作用公理

两物体间的作用力和反作用力，总是大小相等、方向相反，沿同一直线分别作用在这两个物体上。该公理揭示了物体之间相互作用的定量关系，它是分析物体间作用力关系时必须遵循的原则。必须强调指出，力总是成对出现的，有作用力必有反作用力。但它们分别作用在两个物体上，因此不能把它们看成是一对平衡力。

## 1.3 约束和约束反力

### 1.3.1 基本概念

#### 1. 自由体和非自由体

从运动的角度将所研究的物体分为两类：一类是物体的运动不受它周围物体的限制，这样的物体称自由体，例如飞机、炮弹、卫星等，另一类是物体的运动受到它周围物体的限制，这

样的物体称非自由体，例如在轨道上行驶的火车，受到钢轨的限制，只能沿轨道方向运动；电机转子受轴承的限制，只能绕轴线转动。工程实际中大多数物体都是非自由体。

## 2. 约束和约束反力

对非自由体的某些方向的位移起到限制作用的周围物体称为约束。上述例子中，钢轨是火车的约束；轴承是电机转子的约束。

由于约束阻碍限制了物体的自由运动，所以约束对物体的作用实际上就是力。这种力称为约束反力或简称反力。约束反力的方向总是和约束所能阻碍的运动方向相反，作用在约束与被约束物体相互接触之处。

除约束反力以外，作用在物体上的力一般还有重力、风力、气体压力、电磁力等。因为这些力能主动地使物体运动或使物体有运动趋势，故称其为主动力。主动力一般都是已知的，而约束反力一般是未知的，需要通过静力学的力系平衡条件求得。所以，确定未知的约束反力是静力分析的重要任务之一。

### 1.3.2 约束类型

从工程实际出发，可将常见的约束归纳为几种基本类型。

#### 1. 柔性约束

绳索、链条、皮带等构成的约束都属于柔性约束。这种约束的性质决定了它只能承受拉力，而不能承受压力和弯曲。所以，柔性体对物体的约束反力必定是沿着柔性体的中心线背离物体，即恒为拉力，如图 1-7 和图 1-8 所示。

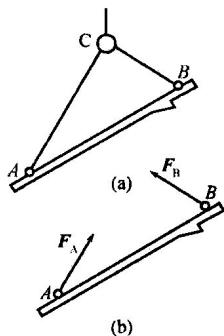


图 1-7

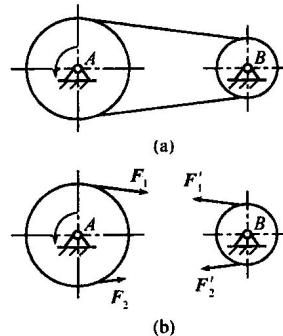


图 1-8

#### 2. 光滑接触面约束

当接触面摩擦力很小或润滑条件较好时，可以认为是光滑接触面约束。这种约束不管接触面形状如何，它只能限制物体沿接触表面公法线而趋向支撑面的位移，而不能限制物体沿接触表面切线方向的位移。所以光滑面对物体的约束反力沿接触表面公法线并指向被约束物体，作用在接触点处，用  $F_N$  表示，如图 1-9 所示。

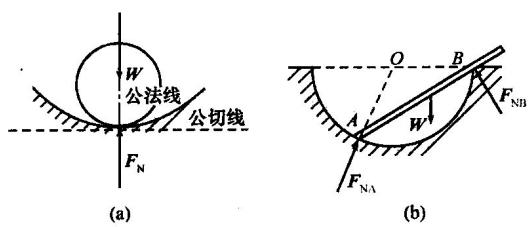


图 1-9



### 3. 中间铰链约束

中间铰链简称铰链。理想的中间铰链是由一个圆柱形销钉插入两构件的圆孔中而构成，如图 1-10 (a)、(b) 所示，而且认为销钉与圆孔的表面都是完全光滑的。例如门窗上的合叶、机器上的轴承等，都是中间铰链连接。

中间铰链的简图如图 1-10 (c) 所示。这类约束的特点是只能限制物体沿径向的相对移动，而不能限制物体绕轴线的转动和沿轴线的滑动。所以约束反力作用在接触点处，垂直于销钉轴线，并通过圆柱销中心，方向不定，表示为  $F_C$ 。为计算方便，通常表示为沿坐标轴正向且作用于圆柱孔中心的两个分力  $F_{Ax}$  和  $F_{Ay}$ ，如图 1-10 (d) 所示。

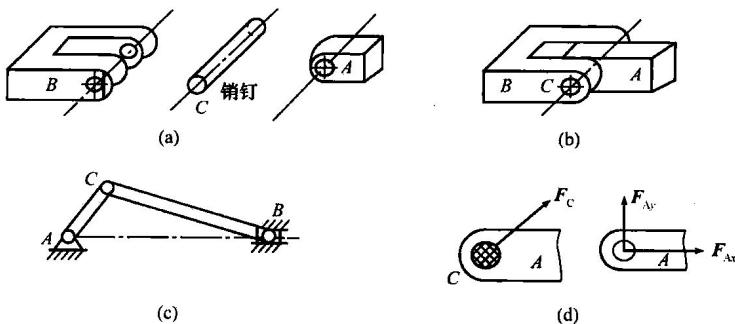


图 1-10

### 4. 固定铰链支座

在物体与固定于机架或地基的支座的连接处钻一圆柱形的孔，用圆柱销钉将它们连接，这种约束称为固定铰链支座，如图 1-11 所示，简称固定铰支，与中间铰链相似。

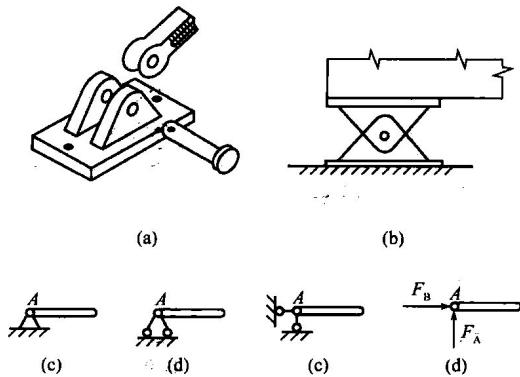


图 1-11

### 5. 活动铰链支座（辊轴约束）

在工程中，为了保证物体发生微小变形时既能发生微小转动，又能发生微小移动，常采用活动铰链支座，使支座可沿支撑面移动。如图 1-12 (a) 所示。因此活动铰链支座只能限制物体沿支撑面公法线方向的移动。所以活动铰支座的约束反力  $F_A$  通过销钉中心，垂直于支撑面，指向不定。计算简图如图 1-12 (b) ~ (d)，受力图如 1-12 (e) 所示。