



普通高等教育“十一五”
国家级规划教材

世纪高教·工商管理系列教材

运筹

Operations

Research

学

基础
教程

(第二版)

主 编 黄桐城 副主编 王金桃

格致出版社



上海人民出版社



普通高等教育“十一五”
国家级规划教材

世纪高教·工商管理系列教材

运筹学 基础教程

(第二版)

主 编 黄桐城 副主编 王金桃

格致出版社



上海人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

运筹学基础教程/黄桐城主编. —2版. —上海:
格致出版社:上海人民出版社,2010
(工商管理系列教材)
ISBN 978-7-5432-1761-4

I. ①运… II. ①黄… III. ①运筹学-高等学校-教材 IV. ①022

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第075355号

责任编辑 忻雁翔
美术编辑 路静

工商管理系列教材
运筹学基础教程(第二版)
黄桐城 主编 王金桃 副主编

出版 世纪出版集团 格致出版社
www.ewen.cc www.hibooks.cn
上海人民出版社
(200001 上海福建中路193号24层)



编辑部热线 021-63914988
市场部热线 021-63914081

发行 世纪出版集团发行中心
印刷 上海商务联西印刷有限公司
开本 787×1092毫米 1/16
印张 18.5
插页 1
字数 335,000
版次 2010年5月第1版
印次 2010年5月第1次印刷
ISBN 978-7-5432-1761-4/F·283
定价 29.00元(含光盘)

总 序

伴随着争论与共识,中国管理步入了 21 世纪,更走入了全球化的视野当中,这是一个全新的时代,新知识的爆炸、新观念的碰撞、新思想的诞生不断催生着中国管理的变迁,我们的企业开始迈向全球,我们的管理学界开始向世界进言,我们的市场开始让国外的管理人士瞩目,可以说,中国管理正走向成熟,我们正面临着前所未有的机遇。

机遇往往伴随着挑战,对于中国管理而言,挑战存在于各个方面。千百年来,我们的祖先给予了我们丰厚的文化瑰宝,其中很多都是管理思想的精髓,我们该如何深入挖掘?经济全球化进程带来的是越来越前沿的管理理念与实践方法,不断冲击着中国的触觉,我们该如何去面对?中国正逐渐成为世界的焦点,国外管理人士纷纷开始研究中国本土市场,而作为中国管理学界的成员,我们又如何在本土化的实践中找到更加适合中国管理发展的路?种种的挑战提出了一个崭新的命题:如何在我们的管理教学中结合机遇与挑战,向我们的学生——未来的管理人才——展现出知识与实践结合的力量。但现实情况是,我国国内现代企业管理起步较晚,国内经济社会环境的变革中现实管理问题迭起,高校教学实践不足,相当多的经济管理类教材是根据国外教材改编而成的,无法完全适用于中国的特殊国情与新时期下的要求,不能充分解决中国企业的实践问题,更未满足实际的学生教学需要。因此真正拥有属于中国自己的、前沿的、既自成理论体系又具有实用性的教材,成为了我们经济管理界成员的心声。

令人欣慰的是,力求体现中国前沿管理特色的“工商管理系列教材”终于面世了,这套教材不仅为中国经济管理类理论领域增添了一道独特的风景,更为从事管理学教学的教师提供了本土化的教学范本。这套系列教材紧跟时代步伐,以培养学生能力为目标,汇集了国际各相关领域的最新观点、内容、原理和方法,吸收了国内外教材的众多优点,考虑了中国国内的实际管理教学情况,更力求于体现中国管理的独特思维,既适合于全国各高等学校经济管理类专业的本科生使用,同时也可以成为管理实践第一线工作的各类管理人员系统学习管理理论的参考书。

本系列教材力图从不同的视角,在多种层面对经济管理领域内的各种问题作全面、系统和深入的研究。既有教授经典管理理论的,又有关注管理前沿趋势、讲授最新管理技术的;既有对管理学科现代化观点的科学审视,又有对中

国悠久的历史哲学的深邃思考；既有以国际化的视野引入的西方成熟经济管理理论，又有以本土化的视角进行的实践研究。期待这套教材能为改进我国高等教育经济管理类课程的教学工作起到重要作用，同时对于推动我国经济管理理论的发展，提升我国企业经济管理的实践水平，也能有所帮助。

“传道、授业、解惑”为师者肩扛之责。背负起为国塑才的重任，不辜负人类灵魂工程师的称号，一直是我们每个教师心中的孜孜追求。这套教材凝结了我们教育工作者多年的思想结晶，更包含了我们对莘莘学子的深切期望。在此，谨希望这套教材能够起到抛砖引玉的效果，为我国管理教育和管理实践的发展、繁荣尽到应有的责任。

是为序。

上海交通大学安泰经济与管理学院院长 王方华



再版前言

《运筹学基础教程》是为我国普通高校经济管理专业本科生修学运筹学课程编写的教材,主要特色是:

(1) 从实际应用背景出发,讲解同类型经营管理问题的求解思路,以科学的理论为依托,构建合理的数学模型,并给出相关的优化技术。这种阐述方法合乎学生由感性至理性、由特殊至一般、逐步认识事物的认知过程,有利于培养学生理论与实践相结合的能力,分析问题和解决问题的能力,将实际问题抽象成数学模型的能力,以及定量分析和计算的能力。

(2) 考虑到经济与管理专业的特点,对某些内容的讲解不拘泥于纯数学理论的推导,比如排队论中,一律采用由状态转移率图、状态平衡方程推导出排队系统的运行指标公式,使原本较难以理解的内容更加通俗易懂。

(3) 对于线性规划一般数学模型统一使用矩阵形式来表述,摒弃了大量使用省略号的比较繁复的表示方式,使本教材的文字和数学符号更加简洁、明朗。

(4) 配备了相应的 PPT 教学课件,动态课件及其多媒体技术的运用大大提高了学生们学习兴趣和效率,克服了学生听课时忙于记笔记的弊端,有效地提高了教学质量。

《运筹学基础教程》一书于 2004 年 4 月初版,经过多次印刷,已使用 5 年有余,从有关高校师生们的反馈情况看,他们对于该教材的评价较高,认为该教材结构严谨,思路清晰,内容丰富,应用性强,配备的习题难度适当,特别是配套课件的使用,使他们有更多的时间作课堂交流,使运筹学课程的教学更加生动和通俗易懂。

2008 年初,在教育部高等教育司的主持下,组织了普通高等教育“十一五”国家级规划教材的补充选题工作,经出版社申报、专家评审和网上公示,本教材被列入“十一五”国家级规划教材。根据使用过该教材师生们的反馈意见,这次修订主要对下述内容作了重新编写或修改:

(1) 充实图论基本概念的阐述,增加最小支撑树和最小费用最大流等内容,强化网络计划理论,包括网络图绘制、网络时间参数的计算、网络的时间和成本优化、资源调整等。(2) 充实决策分析基本概念的阐述,强化决策树、贝叶斯决策和效用理论的介绍。(3) 重新评估各章节基础理论和基本方法的科学性和严谨性,对不恰当的内容和例题做出调整。(4) 为了使同学们更好地用所学理论联系

实际,增加了有关应用实例的介绍。(5)补充和调整每章后的习题。为了便于学生自学,增加了习题的参考答案,对较难习题增加适当提示。(6)为了便于教师讲课,重新制作了适合本书内容的PPT动态教学课件。

本次教材的改写和修订由黄桐城执笔,王金桃提供了部分习题的参考答案,并对教材的修订提出了建设性的意见。教材配套课件由黄桐城制作。我们衷心地希望《运筹学基础教程》的再版能为我国高等院校运筹学教材的建设做出应有的贡献。

作者

2010年于上海

前言

运筹学(operations research)是用数学方法研究各种系统的最优化问题,是系统工程的基础理论之一,运筹学强调发挥现有系统的效能,应用数学模型求得合理利用各种资源的最佳方案,为决策者提供科学决策的依据。

运筹学的内容有数学规划、运输问题、图与网络分析、排队论、存贮论、决策论和对策论等,其中数学规划又包括线性规划、整数规划、非线性规划、目标规划和动态规划等。虽然运筹学包括的内容较多,但是它们有两个共同的特点:一是以全局最优作为研究问题的出发点;二是通过建立数学模型,运用优化技术求得系统最佳的运营方案。由于各种系统的运营特征各不相同,数学模型也各具特色,因此形成了运筹学的不同分支。

运筹学在工业、农业、物流、经济计划、人力资源、军事等行业都有着非常广泛的应用。有人曾对世界上500家著名的企业集团或跨国公司进行过调查,发现其中95%曾使用过线性规划,75%使用过运输模型,90%使用过网络计划技术,90%使用过存贮模型,43%使用过动态规划。由此可见运筹学是一门应用性很强的学科。特别是随着计算机技术的不断发展,运筹学各种优化模型的求解过程都可以通过专门的应用软件来完成,因此运筹学越来越显示出其广泛的使用价值。

运筹学这一名词最早出现于1938年,至今已有60多年历史了。当时正处于第二次世界大战前夕。英、美等国盟军在与德国的战争中遇到了许多错综复杂的战略和战术问题难以解决,比如英、美等国为了对付德国的空袭,配备了先进的雷达作为防空系统的一部分,但是通过防空演习发现实际效果并不理想,这里有一个如何对有限的雷达进行合理的布置,使防空的效果达到最理想的问题。又比如英、美等国需要对本国的商船队配备护航舰队,以防止德国潜艇的攻击,应该如何合理编队才能使商船队一旦遭受德国潜艇攻击时损失最少,这也是英、美盟军所面临的实际问题。为了对付上述各种复杂问题,英、美等国逐批召集不同专业背景的科学家,在三军组织了各种研究小组,研究的问题都是军事性质的,在英国称为“operational research”,其他英语国家称为“operations research”,意思是军事行动研究。这些研究小组运用系统优化的思想,应用数学技术分析军事问题,取得了良好的效果。

第二次世界大战以后,在军事运筹小组中工作过的一部分科学家开始转入

民用部门,他们把对军事系统最优化的研究成果拓展到各种民用系统的优化研究上。此时的“operations”这一概念已经从特指的“军事行动”逐步演变成泛指的系统“运营”上来了,不论是何种系统,只要是用数学方法研究系统的最优化问题,都是运筹学应当涵盖的内容。1947年美国数学家 G. B. Dantzig 在研究美国空军资源配置时,提出了求解线性规划的有效方法——单纯形法。线性规划是运筹学数学规划理论的基石,单纯形法的提出对于数学规划和运筹学其他各分支的深入研究起着重要的推动作用。至20世纪50年代末,一些工业先进国家的大型企业已经较普遍地使用运筹学方法解决在生产经营管理中遇到的实际问题,至60年代中期,运筹学开始应用于一些服务性行业和公用事业。同时很多国家成立了运筹学研究学会,一些大学的相关专业也陆续设置了运筹学的有关课程。专门发表运筹学研究论文的刊物开始出版,运筹学的理论研究日趋成熟,在实际应用上也日臻完善。

我国运筹学的研究始于20世纪50年代中期,当时由钱学森教授将运筹学从西方国家引入我国,以华罗庚教授为首的一大批科学家在有关企事业单位积极推广和普及运筹学方法,在建筑、纺织、交通运输、水利建设和邮电等行业都有不少应用。关于邮递员投递的最佳路线问题就是由我国年轻的数学家管梅谷于1962年首先提出的,在国际上统称为中国邮递员问题。我国运筹学的理论和应用研究在较短时间内赶上了世界水平。

如今对运筹学的研究大致在三个领域发展:运筹学应用,运筹科学,运筹数学。一般的共识是,运筹学的研究不能忘记其原有的应用性强的特色,必须强调多学科的联系和解决实际问题的研究。我们面临的很多系统通常涉及大量的经济、技术、社会、政治和心理等综合因素,这些综合因素受到人的影响和干预,存在非结构性的复杂问题,仅用数学模型是很难加以描述和解决的。总之,随着社会的不断发展和进步,实践将对运筹学提出更新更多的研究课题,运筹学正处于不断发展、不断进步的时期。

本书的第1、2、3、4、6、7章由黄桐城编写,第5、8章由王金桃编写。本书在编写过程中参阅了大量的专著和参考文献,本书的出版得到了上海交通大学管理学院领导和管理科学与工程系老师们的大力支持和帮助,博士研究生朱国玮、硕士研究生施圣玮、《系统工程理论方法应用》杂志社丛雪飞等为本书文字整理、表格和图形绘制、电子版输入等做了大量的工作,在此向他们表示由衷的感谢。

目 录

001	总 序
001	再版前言
001	前 言
001	第 1 章 线性规划的基本概念
001	1.1 线性规划问题及其数学模型
005	1.2 线性规划的图解法
009	1.3 线性规划的标准形式
012	1.4 标准型线性规划的解的概念
015	1.5 线性规划的基本理论
019	习题
023	第 2 章 单纯形法
023	2.1 单纯形法的一般原理
033	2.2 表格单纯形法
038	2.3 借助人变量求初始的基本可行解
044	2.4 单纯形表与线性规划问题的讨论
050	2.5 改进单纯形法
055	习题
058	第 3 章 对偶规划与灵敏度分析
058	3.1 对偶线性规划
063	3.2 对偶定理
071	3.3 对偶最优解的经济解释——影子价格
072	3.4 对偶单纯形法
075	3.5 灵敏度分析

087	习题
091	第4章 运输问题
091	4.1 运输问题及其数学模型
093	4.2 表上作业法
109	4.3 产销不平衡的运输问题
113	习题
116	第5章 图与网络分析
116	5.1 图论的基本概念
122	5.2 最小支撑树
127	5.3 最短路问题
137	5.4 最大流问题
147	5.5 网络计划
166	习题
170	第6章 排队论
170	6.1 排队系统的基本概念
179	6.2 单服务台排队系统分析
189	6.3 多服务台排队系统分析
196	6.4 一般服务时间排队系统分析
199	习题
203	第7章 存贮论
203	7.1 存贮论基本概念
208	7.2 确定性存贮模型
225	7.3 随机性存贮模型
231	习题

234	第 8 章 决策分析
234	8.1 决策的基本概念
238	8.2 不确定型决策
242	8.3 风险型决策
252	8.4 序贯决策
257	8.5 效用理论在决策中的应用
261	习题
264	习题答案与提示
284	参考文献

第1章 线性规划的基本概念

1.1 线性规划问题及其数学模型

1.1.1 问题的提出

在生产管理的经营活动中,通常需要对“有限的资源”寻求“最佳”的利用或分配方式。任何资源,如劳动力、原材料、设备或资金等都是有限的。因此,必须进行合理的配置,寻求最佳的利用方式。所谓最佳的方式,必须有一个标准或目标,这个标准或目标就是使利润达到最大或成本达到最小。

由此可以把有限资源的合理配置归纳为两类问题:一类是如何合理地使用有限的资源,使生产经营的效益达到最大;另一类是在生产或经营的任务确定的条件下,如何合理地组织生产,安排经营活动,使所消耗的资源数最少。这是最常见的两类规划问题。

与规划问题有关的数学模型总由两部分组成:一部分是约束条件,反映了有限资源对生产经营活动的种种约束,或者生产经营必须完成的任务;另一部分是目标函数,反映生产经营者在有限资源条件下希望达到的生产或经营的目标。

例1 某制药厂生产甲、乙两种药品,生产这两种药品要消耗某种维生素。生产每吨药品所需要的维生素量,所占用的设备时间,以及该厂每周可提供的资源总量如下表所示:

	每吨产品的消耗		每周资源总量
	甲	乙	
维生素(公斤)	30	20	160
设备(台班)	5	1	15

已知该厂生产每吨甲、乙药品的利润分别为5万元和2万元。但根据市场需求调查的结果,甲药品每周的产量不应超过4吨。问该厂应如何安排两种药品的产量才能使每周获得的利润最大?

本例的目的是要制定一个最佳的生产作业计划,使该计划既不超过资源条件和市场需求的限制,同时又可使总利润达到最大。因此可定义 x_1 为生产甲种药品的计划产量数, x_2 为生产乙种药品的计划产量数。即本问题可归纳为确定 x_1 和 x_2 的值,使总利润:

$$Z = 5x_1 + 2x_2$$

极大化。

同时,生产计划必须服从每周资源总量的限制,即:

$$30x_1 + 20x_2 \leq 160$$

$$5x_1 + x_2 \leq 15$$

以及甲种药品每周产量不应超过 4 吨的限制:

$$x_1 \leq 4$$

因为产品计划生产数不可能是负数,所以 x_1, x_2 还必须服从非负性约束:

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

由此,本问题的数学模型为:

$$\max Z = 5x_1 + 2x_2$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} 30x_1 + 20x_2 \leq 160 \\ 5x_1 + x_2 \leq 15 \\ x_1 \leq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

这是一个将生产安排问题抽象为在满足一组约束条件的限制下,寻求变量 x_1 和 x_2 的决策值,使目标函数达到最大值的数学规划问题。

例 2 某化工厂根据一项合同要求为用户生产一种用甲、乙两种原料混合配制而成的特种产品。已知甲、乙两种原料都含有 A、B、C 三种化学成分,两种原料分别所含三种化学成分的百分比含量,以及按合同规定的产品中三种化学成分的最低含量如下表所示:

化学成分 \ 原料	化学成分含量(%)		产品中化学成分的最低含量(%)
	甲	乙	
A	12	3	4
B	2	3	2
C	3	15	5

已知甲、乙两种原料的成本分别是每公斤3元和2元,厂方希望总成本达到最小,问如何配置该产品?

本问题是要确定单位产品中甲、乙两种原料的配置数量,可定义 x_1 为每公斤产品中甲种原料的数量, x_2 为每公斤产品中乙种原料的数量,目的是寻求最佳的配置方案,使总成本:

$$Z = 3x_1 + 2x_2$$

极小化。

由于产品由两种原料混合配制而成,因此必须满足配料平衡条件,即:

$$x_1 + x_2 = 1$$

同时服从产品中 A、B、C 三种化学成分的最高含量的约束条件,即:

$$12x_1 + 3x_2 \geq 4$$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 2$$

$$3x_1 + 15x_2 \geq 5$$

以及非负性条件:

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

因此,可得下列形式的数学模型:

$$\min Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 12x_1 + 3x_2 \geq 4 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 2 \\ 3x_1 + 15x_2 \geq 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

这是一个将原料配制问题抽象为寻求变量 x_1 和 x_2 的值,在满足一组约束条件的同时,使目标函数取得最小值的数学规划问题。

例3 某铁器加工厂要制作100套钢架,每套要用长为2.9米、2.1米和1.5米的圆钢各一根。已知原料长为7.4米,问应如何下料,可使材料最省?

这是一个典型的在生产任务确定的条件下,如何合理地组织生产(下料),使所消耗的资源数量最少的问题。显然在长度确定的原料上截取三种不同规格的圆钢,有不同的下料方案,但是各种下料方案的基本原则是下料以后剩下的料头必须足够短,已不能再截下任何一种规格的圆钢,即料头的长度必须短于1.5

米。由此可以归纳出 8 种不同的下料方案,按料头长度逐步递增排序可得如下数据表:

下料方案 圆钢(米)	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
2.9	1	2	0	1	0	1	0	0
2.1	0	0	2	2	1	1	3	0
1.5	3	1	2	0	3	1	0	4
料头(米)	0	0.1	0.2	0.3	0.8	0.9	1.1	1.4

由此,问题归纳为如何混合使用这 8 种不同的下料方案,来制造 100 套钢架,且要使剩余的料头总长为最短。

可假设 x_j 表示用第 j 种下料方案下料的原料根数, $j = 1, 2, \dots, 8$, 目标是使料头总长度:

$$Z = 0.1x_2 + 0.2x_3 + 0.3x_4 + 0.8x_5 + 0.9x_6 + 1.1x_7 + 1.4x_8$$

极小化。

100 套钢架生产任务的约束条件为:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + \quad \quad x_4 + \quad \quad x_6 &= 100 \\ \quad \quad \quad 2x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 + 3x_7 &= 100 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + \quad \quad 3x_5 + x_6 + \quad \quad 4x_8 &= 100 \end{aligned}$$

同时要求 $x_j \geq 0$ ($j = 1, 2, \dots, 8$) 且为整数。

由此,本例的合理下料问题可抽象为如下的数学模型:

$$\min Z = 0.1x_2 + 0.2x_3 + 0.3x_4 + 0.8x_5 + 0.9x_6 + 1.1x_7 + 1.4x_8$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + \quad \quad x_4 + \quad \quad x_6 &= 100 \\ \quad \quad \quad 2x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 + 3x_7 &= 100 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + \quad \quad 3x_5 + x_6 + \quad \quad 4x_8 &= 100 \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, 8, \text{且为整数} \end{cases}$$

1.1.2 线性规划的一般数学模型

从以上的三个例子可以看出它们属于同一类优化问题,它们的共同特点是:

(1) 每一个问题都可以用一组决策变量 x_1, x_2, \dots, x_n 表示某一方案,且在

一般情况下,变量的取值是非负的。

(2) 都有一个目标函数,且这个目标函数可表示为这组变量的线性函数。

(3) 都存在若干个约束条件,且约束条件用决策变量的线性等式或线性不等式来表达。

(4) 每个问题都要求目标函数实现极大化(max)或极小化(min)。

满足上述4个特征的规划问题称为线性规划问题,由于问题的性质不同,线性规划的模型也有不同的形式,但一般地总可描述为:

目标函数 $\max(\min) Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$

$$\text{满足约束条件} \left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq (=, \geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq (=, \geq) b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq (=, \geq) b_m \\ x_1, x_2, \cdots, x_n \geq 0 \end{array} \right.$$

通常称 x_1, x_2, \cdots, x_n 为决策变量, c_1, c_2, \cdots, c_n 为价值系数, $a_{11}, a_{12}, \cdots, a_{mn}$ 为消耗系数, b_1, b_2, \cdots, b_m 为资源限制系数。

线性规划是运筹学的重要分支,也是学习其他最优化理论的基础和起点。自从1947年美国数学家Dantiz提出了求解线性规划的一般方法——单纯形法以来,线性规划在理论上日趋成熟;在应用上也日趋完善,特别是电子计算机的产生和发展,使线性规划在工业、农业、商业、交通运输业、经济计划与管理等领域的应用越来越广泛。有人曾对世界上500家著名的企业集团或跨国公司进行过调查,发现其中95%以上曾应用过线性规划。因此无论从理论体系,还是从实际应用角度出发,系统地学习线性规划的理论和方法都是十分必要的。本章将从线性规划的图解法出发,介绍线性规划的基本概念和基本理论,为以后各章的深入学习打好基础。

1.2 线性规划的图解法

线性规划的图解法是借助几何图形来求解线性规划的一种方法。这种方法通常只适用于求解两个变量的线性规划问题,因此它不是线性规划问题的通常算法。但是线性规划的图解法有助于直观地了解线性规划的基本性质以及将在第2章介绍的线性规划的通用算法,即单纯形法的基本思想。以下通过上一节的例1,来说明图解法的步骤。