



21世纪全国高职高专机电类规划教材

机械制造应用数学

JIXIE ZHIZAO YINGYONG SHUXUE

晋其纯 林文焕 主 编
杨先立 主 审



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

21 世纪全国高职高专机电类规划教材

机械制造应用数学

主编 晋其纯 林文焕
主审 杨先立



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

这是一本机械制造类专业大学生使用的教科书,它将机械制造行业中常见的计算收于其中,为各类人员提供了很大的方便。本书以机械制造中常见的零件为线索,分别对这些零件在设计、加工、工艺编制和检验测绘中需要的计算进行公式推导,举例演算,并对相关数据列出表格以供查询。

本书可供大、中专学生和工厂工程技术人员使用。

图书在版编目(CIP)数据

机械制造应用数学/晋其纯,林文焕主编. —北京:北京大学出版社, 2010. 8

(21 世纪全国高职高专机电类规划教材)

ISBN 978-7-301-17528-6

I. ①机… II. ①晋…②林… III. 机械制造—应用数学—高等学校:技术学校—教材 IV. ①TH123

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 134847 号

书 名: 机械制造应用数学

著作责任者: 晋其纯 林文焕 主编

责任编辑: 胡伟晔

标准书号: ISBN 978-7-301-17528-6/TH · 0202

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62765126 出版部 62754962

网 址: <http://www.pup.cn>

电子信箱: zyjy@pup.cn

印 刷 者: 北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销 者: 新华书店

787 毫米 × 1092 毫米 16 开本 18 印张 446 千字

2010 年 8 月第 1 版 2010 年 8 月第 1 次印刷

定 价: 36.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024 电子信箱: fd@pup.pku.edu.cn

前 言

在机械制造行业的设计、加工、工艺编制和测量中，经常会遇到各种各样的计算，这些计算虽然不是很难，但计算公式的推导和建立却比较烦琐。编撰本书的目的在于能根据实例对读者有所启发，使其能迅速地找到计算方案，从而熟练地、准确地进行计算，以服务于生产。

这些计算问题解决的步骤是：

1. 根据问题作出相关几何图形（编者注：本书注重计算，所作图形为示意图）；
2. 根据几何图形找出已知量和未知量；
3. 推导出未知量的计算公式并进行计算；
4. 根据计算结果判断加工的零件是否合格，或通过计算结果为设计提供依据。

在以上四个步骤中，第1步骤至关重要，因为要解决的实际问题并非一目了然，需要在作图时添加各种辅助线，如平行线、角平分线、延长线、切线或法线，才能获得可供计算的图形，从而进行公式推导和计算。因此，读者要充分运用三角、几何和代数知识对实际问题进行分析，推导出正确的计算公式，才能进行正确计算。

在现实生产和学生学习过程中会出现这样的情形——生产一线工人遇到了计算问题，不知用什么数学方法去解决；学生学完了相当多的数学知识，但是不知道这些知识用来解决什么实际问题。两者之间缺少一座桥梁，而本书为两者之间架起了这座桥梁。本书的可贵之处还在于教会读者操作技能，为读者设计出合理的检测方案，并提供操作步骤。因为在实际工作中只“知道”还不行，还得“会做”，不能纸上谈兵。只有这样，数学才能成为解决实际问题的有力工具。

本书不作纯数学讲解，而是从实际问题出发，运用所学过的数学知识解决问题，因此，对数学知识本身不作求证。

本书以工作中需要计算的问题（项目）为脉络，不以数学知识体系为主线进行编撰，以便于读者根据自己需要解决的问题加以对照，快速地找到解决问题的办法。不以章节编撰，而以项目（要解决的问题）为题，再从其中分解出子项目，这样，脉络更为清晰。

附录中收集了相关数据资料，便于读者根据需要查询。

本书的编写得到了贵州航天职业技术学院实训中心和机械工程系的大力协助，在此表示感谢。山东临沂金星机床有限公司为本书的编写提供了大量生产一线的宝贵资料，在此一并致谢。

由于编者才疏学浅，书中难免存在不妥及疏漏之处，敬请读者批评指正。

晋其纯

2010年3月于遵义市

目 录

项目 1 利用直角三角形的计算	(1)
1.1 概述	(2)
1.2 直角三角形解法	(2)
项目 2 利用任意三角形的计算	(11)
项目 3 等分工件的计算	(21)
3.1 正多边形等分的计算	(22)
3.2 圆周等分计算	(24)
项目 4 斜度、锥度零件在加工时的计算	(29)
4.1 斜度计算	(30)
4.2 锥度计算	(30)
4.3 圆锥体垂直高和斜高的计算	(32)
4.4 圆台垂直高和斜高的计算	(33)
4.5 圆台大小端直径的计算	(33)
4.6 小端带有圆头的锥体斜角的计算	(34)
4.7 锥管内螺纹底孔钻头直径的计算	(36)
4.8 锥堵的设计计算	(37)
项目 5 弓形零件在加工及测量时的计算	(39)
项目 6 在正弦规上加工和测量时的计算	(47)
项目 7 V 形块在加工及测量时的计算	(52)
7.1 V 形块槽角 2α 的计算	(53)
7.2 V 形块槽宽 B 的测量与计算	(54)
7.3 凸 V 形导轨宽度的测量及计算	(55)
7.4 工件在 V 形块中定位时误差的计算	(56)
项目 8 燕尾装置的计算	(61)
8.1 燕尾镶条尺寸计算	(62)
8.2 燕尾斜形镶条斜度计算	(62)
8.3 燕尾装置上下宽度计算	(63)
8.4 用心轴测量燕尾槽宽度的计算	(64)
8.5 用心轴测量燕尾宽度的计算	(65)
项目 9 尺寸链的计算	(66)
9.1 概述	(67)
9.2 解工艺尺寸链	(71)

项目 10	偏心零件加工中的计算	(76)
10.1	偏心零件的车削	(77)
10.2	偏心零件的磨削	(78)
项目 11	圆锥孔的测量与计算	(81)
11.1	用大小不同的两个钢球测量圆锥孔的斜角	(82)
11.2	用一个钢球测量圆锥孔斜角	(83)
11.3	用一个钢球测量圆锥孔大小直径	(85)
项目 12	圆弧面的测量与计算	(87)
12.1	用两根心轴测量凹弧半径	(88)
12.2	用两根检验心轴测量凸弧半径	(89)
12.3	用三根检验心轴测量凸弧半径	(90)
12.4	用三根检验心轴及一组块规测量凹弧半径	(91)
项目 13	交叉孔零件的测量与计算	(93)
13.1	斜孔中心距的测量与计算	(94)
13.2	圆柱形工件径向孔夹角的测量与计算	(98)
项目 14	常用螺纹加工的计算	(101)
14.1	普通公制螺纹基本尺寸计算	(102)
14.2	梯形螺纹各部尺寸计算	(105)
14.3	英制螺纹各部尺寸计算	(108)
14.4	车螺纹时的计算	(110)
14.5	车螺纹时刀尖宽度的计算	(115)
14.6	车、磨螺纹时交换齿轮的计算	(116)
项目 15	螺纹的测量与计算	(120)
15.1	外螺纹牙型角的检测计算	(121)
15.2	外螺纹中径的检测计算	(122)
15.3	用双针和单针测量螺纹中径	(124)
项目 16	齿轮计算	(127)
16.1	外啮合标准渐开线直齿圆柱齿轮的几何尺寸计算	(128)
16.2	标准齿条几何尺寸计算	(130)
16.3	螺旋齿轮几何尺寸计算	(132)
16.4	圆锥齿轮几何尺寸计算	(135)
16.5	渐开线齿形公法线长度的计算	(141)
16.6	变位齿轮各部分尺寸的计算	(144)
16.7	变位齿形公法线长度的计算	(149)
16.8	渐开线齿形弦齿厚和齿顶高的计算	(151)
16.9	蜗轮与蜗杆的计算	(154)
项目 17	矩形花键外齿加工的测量与计算	(158)
17.1	磨削花键槽时砂轮型面的计算	(159)



17.2 花键齿等分性测量时的计算	(160)
项目 18 平面交点的坐标转换计算	(161)
18.1 坐标转换公式的推导	(162)
18.2 斜孔钻夹具位置尺寸的坐标换算	(163)
项目 19 空间角度的计算与应用	(167)
19.1 计算公式的推导	(168)
19.2 计算公式汇总	(173)
项目 20 优选法与切削加工	(182)
20.1 用 0.618 法优选刀具主偏角 K_r	(183)
20.2 用分数法优选进给量 f	(184)
20.3 用平分法优选背吃刀量 a_p	(185)
20.4 用“爬山法”优选前角 γ_o 和刃倾角 λ_s	(185)
项目 21 金属切削规律的数学解释	(187)
21.1 概述	(188)
21.2 金属切削过程的本质	(188)
21.3 切削力	(192)
21.4 切削热与切削温度	(200)
21.5 切削用量与生产率的关系的计算	(203)
21.6 金属切削规律的归纳总结	(207)
项目 22 铣床分度计算	(209)
22.1 简单分度	(210)
22.2 角度分度法	(211)
22.3 差动分度	(211)
项目 23 综合练习题	(219)
23.1 车工工作	(220)
23.2 铣工工作	(227)
23.3 钳工工作	(234)
23.4 滚齿加工	(240)
附录 1 常用数学基础知识	(246)
附录 2 常用数表	(249)
附录 3 三角函数表	(251)
附录 4 公英制换算(长度)	(254)
附录 5 冲压件的相关计算	(256)
附录 6 弯曲件的相关计算	(267)
附录 7 角度与弧度换算	(270)
附录 8 渐开线函数表	(274)
参考书目	(280)





1.1 概 述

三角形解法是机械制造中运用最为普遍的数学方法之一。三角形解法可分为直角三角形解法和斜三角形解法。平面和立体上的直型图可以看成是由若干三角形所组成，只要能找出它们之间的边角关系，运用三角函数关系便可求解。

在直角三角形的求解中，特殊角（ 30° 、 45° 、 60° ）的直角三角形运用更为普遍，一般的设计都尽量使用特殊角度的三角形，这样可以使问题简化。

另外，勾股（弦）定理也是运用广泛的数学定理，它主要用于直角三角形边的相互关系求解。将两者共同运用于实际问题，会收到更好的效果。

对于分布在同一平面上的各孔，在加工或测量中常常需要根据某些已知的边角关系，按照具体加工要求计算某些未知的边和角。解决这类问题往往要应用直角三角形解法和勾股定理。

1.2 直角三角形解法

在零件的加工中，经常运用直角三角形解法来进行计算。

图 1-1 (a) 所示为直角三角形。其中有 5 个元素：三边 a 、 b 、 c 和两个锐角 $\angle A$ 和 $\angle B$ 。只要知道 5 个元素中的两个元素（但至少要已知一边），则其余元素即可求出。为了便于应用，将计算公式列于表 1-1。

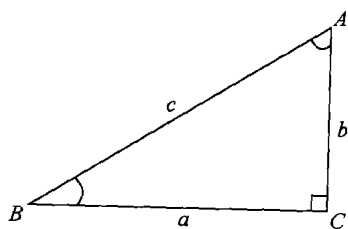


图 1-1 (a) 直角三角形

表 1-1 直角三角形计算公式

序 号	已 知	求未知量的公式		
1	a, b	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$	$\tan \angle A = \frac{a}{b}$	$\angle B = 90^\circ - \angle A$
2	a, c	$b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\sin \angle A = \frac{a}{c}$	
3	b, c	$a = \sqrt{c^2 - b^2}$	$\cos \angle A = \frac{b}{c}$	
4	$a, \angle A$	$c = a \times \csc \angle A$	$b = a \times \cot \angle A$	
5	$b, \angle A$	$c = b \times \sec \angle A$	$a = b \times \tan \angle A$	
6	$c, \angle A$	$a = c \times \sin \angle A$	$b = c \times \cos \angle A$	



图 1-1 (b) 为常用特殊直角三角形, 其三角函数值如表 1-2 所示。

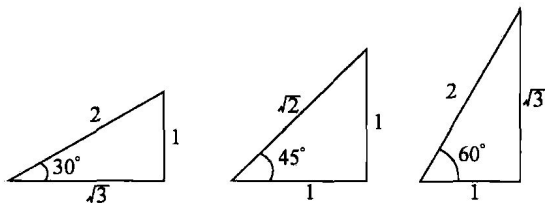


图 1-1 (b) 常用特殊直角三角形

表 1-2 常用特殊角三角函数值

角 (α)	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$0.5 = \frac{1}{2}$	$0.70711 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$0.86603 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$0.86603 = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$0.70711 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$0.5 = \frac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$0.57735 = \frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$1.73205 = \sqrt{3}$
$\cot\alpha$	$1.73205 = \sqrt{3}$	1	$0.57735 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

其相互关系如下:

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$$

$$\tan 30^\circ = \cot 60^\circ$$

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$$

$$\tan 45^\circ = \cot 45^\circ$$

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$$

$$\tan 60^\circ = \cot 30^\circ$$

$$\sin \angle A = \cos (90^\circ - \angle A)$$

$$\tan \angle A = \cot (90^\circ - \angle A)$$

$$\cos \angle A = \sin (90^\circ - \angle A)$$

$$\cot \angle A = \tan (90^\circ - \angle A)$$

【例题 1】

如图 1-2 (a) 所示, 一法兰盘零件, 在 $\phi 90$ mm 的圆周上加工 4 个 $\phi 9$ mm 的等分孔。测量时最简单的方法是在 $\phi 9$ mm 孔内插入心棒, 用卡尺量得尺寸 $(x+9)$ mm, 即可确定两孔中心距是否正确。这时需要计算出尺寸 x 。

解: 画出计算图形 1-2 (b), 其中:

$$\angle A = \angle C = 45^\circ, \angle B = 90^\circ, AC = 90 \text{ mm}, BC = AB = x$$

由三角函数定义:

$$\sin \angle A = \frac{BC}{AC}, \quad \sin 45^\circ = \frac{x}{90}$$

计算得:

$$x = 90 \times \sin 45^\circ = 90 \times 0.7071 = 63.64 \text{ (mm)}$$

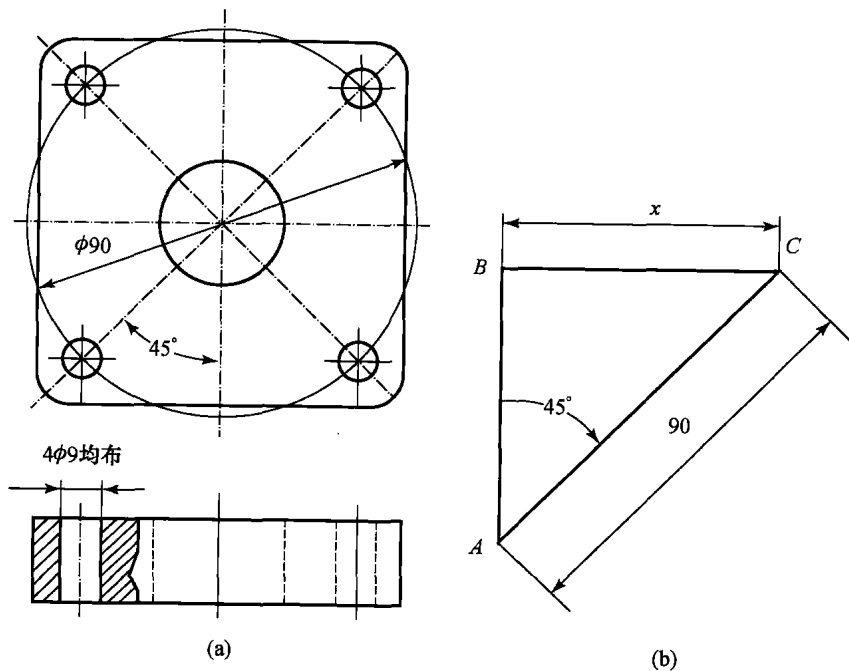


图 1-2 求孔心距 x

本例题还可用于钳工画线：用圆规找出 $\phi 90$ mm 的圆心并画出 $\phi 90$ mm 的大圆，确定一个 $\phi 9$ mm 孔的位置（即圆心），用圆规测量长度 63.64 mm，以第一个 $\phi 9$ mm 孔圆心为基准，画出另外 3 个 $\phi 9$ mm 孔的圆心。

【例题 2】

如图 1-3 (a) 所示的零件，铣平面 M 时，需由钳工画线，试求角度 α 。

解：分析零件图，画出计算图形图 1-3 (b)，其中：

$$\angle B = 90^\circ, \angle A = \alpha, BC = 12 - 9.5 = 2.5 \text{ (mm)}$$

由三角函数定义：

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{2.5}{15} = 0.1667$$

得

$$\alpha = \arctan 0.1667 = 9.47^\circ = 9^\circ 28'$$

【例题 3】

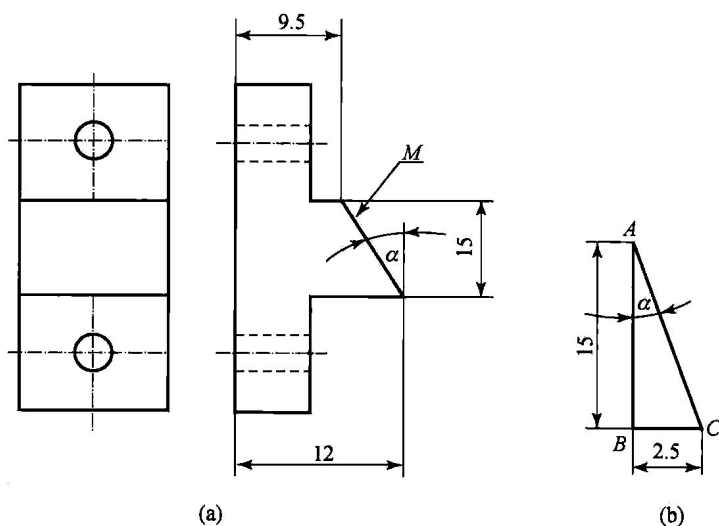
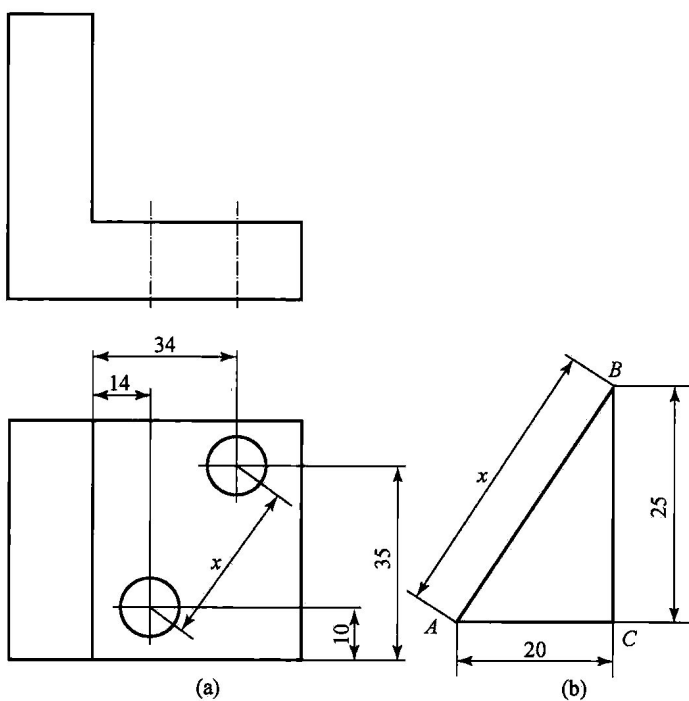
如图 1-4 (a) 所示零件，要在底面上钻两个孔，试求孔心距 x 。

解：根据图纸所给尺寸，作出计算图形图 1-4 (b)，已知：

$$AC = 34 - 14 = 20 \text{ (mm)}, BC = 35 - 10 = 25 \text{ (mm)}$$

用勾股定理进行计算，得

$$x = AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{20^2 + 25^2} = \sqrt{1025} = 32.02 \text{ (mm)}$$


 图 1-3 求零件的角度 α

 图 1-4 求孔心距 x

【例题 4】

如图 1-5 (a) 所示, 在车削轴承盖梯形槽时, 车刀刀尖应磨多少度?

解: 车刀的刀尖角由梯形槽角度决定, 在计算图 1-5 (b) 中 $\angle BDE$ 为所求。

设 $\angle BDE = 2\alpha$, 在直角三角形 ABC 中,

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC}$$



从图 1-5 (b) 可知,

$$BC = \frac{1}{2}(7 - 4) = 1.5 \text{ (mm)}$$

$$AC = \frac{1}{2}(54 - 40) = 7 \text{ (mm)}$$

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{1.5}{7} = 0.2143$$

得

$$\alpha = 12.09^\circ = 12^\circ 6'$$

则车刀的刀尖角 $2\alpha = 24^\circ 12'$ 。

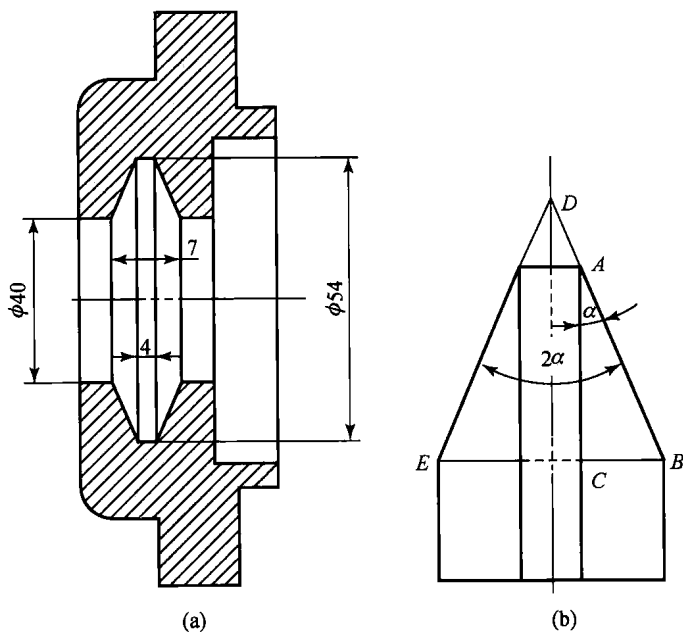


图 1-5 计算车刀的刀尖角 2α

【例题 5】

铣削如图 1-6 (a) 所示的零件, 已知如图尺寸, 求长度 H 。

解: 画出计算图形 1-6 (b), 求出尺寸 L 和 Y :

$$L = 40 - 16 = 24 \text{ (mm)},$$

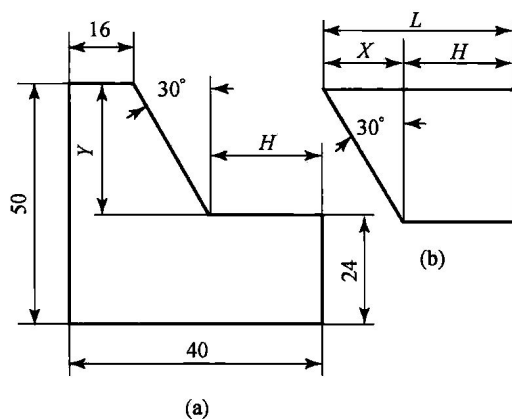
$$Y = 50 - 24 = 26 \text{ (mm)}$$

再求出 X :

$$\begin{aligned} X &= Y \times \tan 30^\circ \\ &= 26 \times 0.57735 = 15.011 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

此时,

$$\begin{aligned} H &= L - X \\ &= 24 - 15.011 = 8.989 \text{ (mm)} \end{aligned}$$


 图 1-6 求尺寸 H
【例题 6】

要加工如图 1-7 (a) 所示的长方形零件, 至少需要多大直径的棒料?

解: 画出计算图形图 1-7 (b), 先计算出尺寸 x 和 y :

$$x = \frac{14}{2} = 7 \text{ (mm)}$$

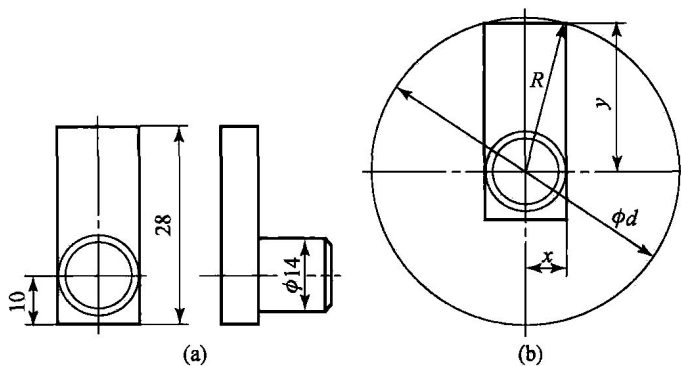
$$y = 28 - 10 = 18 \text{ (mm)}$$

根据勾股定理得:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{7^2 + 18^2} = \sqrt{49 + 324} = \sqrt{373} = 19.313 \text{ (mm)}$$

故棒料最小直径为:

$$\phi d = 2R = 2 \times 19.313 = 38.63 \text{ (mm)}$$


 图 1-7 求最小棒料直径 ϕd
【例题 7】

要铣削如图 1-8 (a) 所示的零件, 试计算加工表面 A 时需要知道的尺寸 H 和 L 。

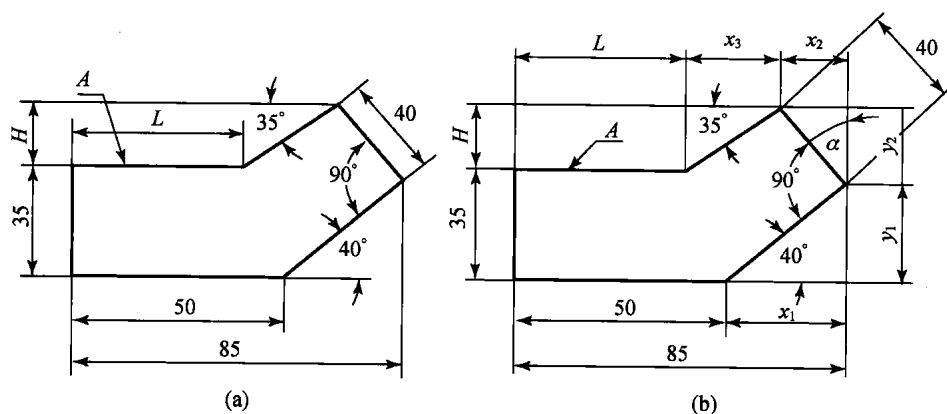


图 1-8 求尺寸 H 和 L

解：画出计算图形图 1-8 (b)，按下列步骤进行计算：

(1) 计算尺寸 x_1 和 y_1

$$x_1 = 85 - 50 = 35 \text{ (mm)}$$

$$y_1 = x_1 \times \tan 40^\circ = 35 \times 0.8391 = 29.369 \text{ (mm)}$$

(2) 计算角度 α

$$\alpha = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - 40^\circ) = 40^\circ$$

(3) 计算尺寸 x_2 和 y_2

$$x_2 = 40 \sin \alpha = 40 \times \sin 40^\circ = 40 \times 0.6428 = 25.71 \text{ (mm)}$$

$$y_2 = 40 \cos \alpha = 40 \times \cos 40^\circ = 40 \times 0.766 = 30.64 \text{ (mm)}$$

(4) 计算尺寸 H

$$H = y_1 + y_2 - 35 = 29.369 + 30.64 - 35 = 25.009 \text{ (mm)}$$

(5) 计算尺寸 x_3

$$x_3 = H \times \cot 35^\circ = 25.009 \times 1.4281 = 35.715 \text{ (mm)}$$

(6) 计算尺寸 L

$$L = 85 - x_2 - x_3 = 85 - 25.71 - 35.715 = 23.575 \text{ (mm)}$$

故：

$$H = 25.009 \text{ (mm)}$$

$$L = 23.575 \text{ (mm)}$$

【例题 8】

如图 1-9 (a)、图 1-9 (b) 所示，有一零件在夹具上定位铣削斜面 A ，试确定夹具定位平面与夹具体底面的夹角 θ 以及对刀块的安装高度 y 。已知：对刀塞尺厚度为 3 mm，检验棒直径为 $\phi 8$ 。

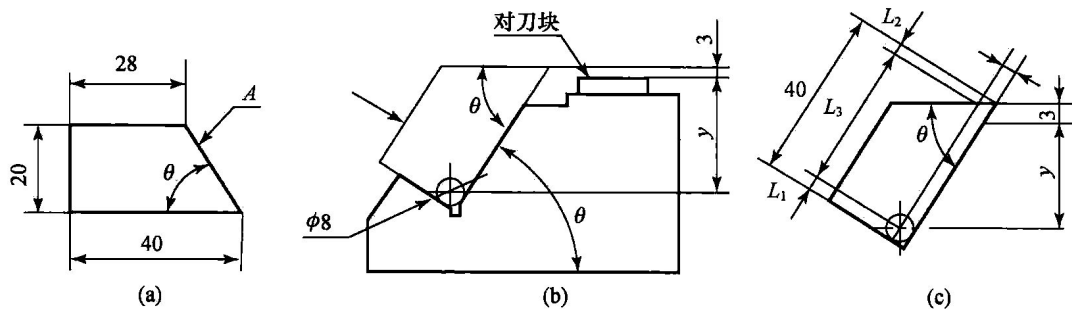


图 1-9 铣床夹具尺寸计算

解：由图 1-9 (a) 计算出夹角 θ ：

$$\tan \theta = \frac{20}{40-28} = \frac{20}{12} = 1.6667$$

$$\theta = 59.036^\circ = 59^\circ 2'$$

由计算图 1-9 (c) 可计算安装高度 y 。计算步骤如下：

$$L_1 = 4 \text{ (mm)}$$

$$L_2 = 4 \cot \theta = 4 \cot 59.036^\circ = 4 \times 0.60007 = 2.4 \text{ (mm)}$$

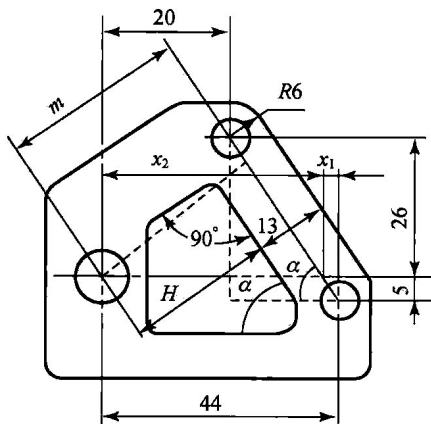
$$L_3 = 40 - L_1 - L_2 = 40 - 4 - 2.4 = 33.6 \text{ (mm)}$$

由此可得：

$$y = L_3 \sin \theta - 3 = 33.6 \times \sin 59.036^\circ - 3 = 33.6 \times 0.85749 - 3 = 25.812 \text{ (mm)}$$

【例题 9】

如图 1-10 所示零件部分结构和尺寸，在铣削型腔时需要计算角度 α 和尺寸 H 。


 图 1-10 求型腔的 α 和尺寸 H

解：在图 1-10 内添加辅助线（图中的虚线），求角度 α ：

$$\tan \alpha = \frac{26+5}{44-20} = \frac{31}{24} = 1.2917$$

得

$$\alpha = 52.253^{\circ} = 52^{\circ}15'$$

求尺寸 x_1 :

$$x_1 = 5 \times \cot \alpha = 5 \times \cot 52.253^{\circ} = 5 \times 0.77428 = 3.87 \text{ (mm)}$$

求尺寸 x_2 :

$$x_2 = 44 - x_1 = 44 - 3.87 = 40.13 \text{ (mm)}$$

求尺寸 m :

$$m = x_2 \sin \alpha = 40.13 \times \sin 52.253^{\circ} = 40.13 \times 0.7907 = 31.73 \text{ (mm)}$$

由此计算出尺寸 H :

$$H = m - (13 - 6) = 31.73 - 7 = 24.73 \text{ (mm)}$$