初中数学教案

本社 编

代数

第三册

北京师范大学出版社

初中数学教案

代数第三册

本 社 编

北京师范大学出版社

初 中 数 学 教 案

代数第三册

本 社 编

*

北京师范大学出版社出版发行

全 国 新 华 书 店 经 销

天 津 宝 坻 第 十 印 刷 厂 印 刷

开本：787×1092 1/32 印张：7.875 字数：166千

1987年8月第1版 1990年7月第4次印刷

印数：88 501—99 000

ISBN7-303-00698-2/G•378

定价：2.50 元

前　言

1984年我社编辑出版了《中学数学教材研究与教案选》（共六册）旨在将广大中学数学教师多年来积累的教学经验在全国范围内进行交流和推广，实践证明这种作法得到了全国各地广大中学数学教师的欢迎，它对于开展中学数学教学研究，提高教学质量起到了促进作用。

教育在改革，教学方法也在发展，同时不少中学数学教师在使用《中学数学教材研究与教案选》中也给我们提出了很好的意见和建议，这些促使我们进行修订。这次修订改名为《初中数学教案》（包括代数一——四册、平面几何一、二册）和《高中数学教案》（包括代数一——三册、立体几何、平面解析几何、微积分初步）、这次修订仍然保持原书的优点，同时在以下三方面加以完善和补充，首先，力图使大多数教案在深度和份量方面对于大多数学校的教学是切实可行的；其次，在教案中尽可能体现开发学生智力和培养学生的能力；第三，增加教案的数量，每章末配有复习教案。

本书的特点是：(1) 教案的作者仍然是全国范围内部分有经验的数学教师，其中不少是特级教师。(2) 本书依据国家颁布的中学数学教学大纲的教学体系，结合现行中学数学教材编写。(3) 本书的目的在于研究如何通过课堂教学，使学生掌握基础知识，基本技能技巧以及发展学生思维、开发学生智力、培养学生能力。(4) 本书每章开头配备的教

材分析或经验文章，概括介绍本章主要内容及其在中学数学中的地位和作用，教学目的和要求，重点和难点，并且提出教学建议和课时安排。（5）教案中一般是由教学目的和要求、教学重点和难点、教学过程（包括新课引入、新课、小结、作业）等组成。多数教案比较详尽，从中可以看到作者课堂教学的全过程；少数教案较略，但言简意明，脉络清楚，重点突出，有的同一教学内容附有两个不同特色的教案，这次修订增加了复习课教案。

本册由天津市河北区教师进修学校赵大文组织定稿。

感谢北京师范大学数学系曹才翰先生对本书编辑出版的关心和支持。

对本书有什么意见和要求，希望广大读者来信告诉我们。

编　者

1986．11．

目　　录

数 的 开 方

数的开方的教学

本章教材是在学生掌握了有理数的加、减、乘、除和乘方运算的基础上展开的．通过本章的学习，初步完成了在实数内进行加、减、乘、除、乘方、开方的运算．为今后进行二次根式乃至几次根式的教学打下基础．

本章教材可分为平方根、立方根、查平方根、立方根表以及实数这四部分．

（一）本章教学目的、重点、难点、关键

这一章的教学目的是：

1．使学生理解并掌握平方根、算术平方根、立方根及实数的概念．能够正确地用符号来表示一个数的平方根、立方根和算术平方根．

2．使学生掌握由平方运算求一个数的平方根和算术平方根，以及由立方运算求一个数的立方根．

3．使学生掌握“四位数学用表”中“平方根表”、“立方根表”的用法，能够正确地运用表来求一个数的平方根和立方根．

本章教材的重点是平方根、算术平方根、立方根的概念和求法．

本章教材的难点是对于实数概念和算术根概念的理解．

本章教材的关键是深入理解平方根和算术平方根的联系和区别以及算术根的表示方法。

掌握查表法的关键，在于熟悉表的构造和移动小数点的法则。

（二）教法建议

1．开平方、开立方的概念怎样建立？

开平方、开立方运算是开方运算的特殊情况，也是最简单的两种基本情况。从这里引出的平方根、立方根也是以后要学习的 n 次方根的基础。

在学习这两个定义时，学生往往只会死记定义，不会运用定义去求平方根、立方根。

开平方、开立方这两个概念应当在乘方运算概念的基础上加以引进。首先应当使学生深入理解平方根、立方根这两个概念。

在建立平方根概念时，可以从复习

$$6^2=?\ ,\ \left(\frac{4}{5}\right)^2=?\ ,\ (-5)^2=?\ ,\ (-0.7)^2=?\ ,$$

$$0.3^2=?\ ,\ (-0.3)^2=?,\left(-\frac{1}{4}\right)^2=?\ ,\ \left(\frac{1}{4}\right)^2=?\ ..$$

然后把问题转化为

$$(\quad)^2=36,\quad (\quad)^2=\frac{16}{25},\quad (\quad)^2=25,\ (\quad)^2=0.49,$$

$$(\quad)^2=0.09,\ (\quad)^2=0.09,\quad (\quad)^2=\frac{1}{16},\ (\quad)^2=\frac{1}{16}.$$

通过复习，使学生进一步认识到这两种运算都是知道两个数去求另一个数，区别在于平方运算已知的是底数和指数，求的是幂，而在开平方运算中已知的是指数、幂，求的是底数。这个底数就是平方根。

在练习中，还应强调指出，在平方运算中运算结果是唯一的。但在开平方运算中，运算结果是两个值，是两个互为相反的数。

在建立立方根的概念时，可以从复习

$$(-2)^3=?\ ,\ 3^3=?\ ,\ \left(-\frac{2}{3}\right)^3=?\ ,\ (0.6)^3=?\ ,$$

$$(-0.2)^3=?\ ,\left(\frac{1}{5}\right)^3=?\ ,\ (-4)^3=?\ ,\ 0^3=?\ .$$

通过复习，使学生进一步认识到这两种运算都是已知两个数去求另一个数，区别在于立方运算已知的是底数和指数，求的是幂，而在开立方运算中已知的是指数、幂，求的是底数。这个底数就是立方根。

在练习中，也应强调指出，在立方运算中运算结果是唯一的，在开立方运算中结果也是唯一的。

为了使学生理解开平方与开立方的相同点及不同点，可以让学生练习：

$$(\quad)^2=-1,\ (\quad)^2=-9,\ (\quad)^3=-1,\ (\quad)^3=-27.$$

使学生掌握在实数范围内没有一个数的平方能等于一个负数，即负数开平方没有意义。但在实数范围内负数的立方等于一个负数，所以负数可以开立方，结果是一个负数。

在学生掌握平方根和立方根的基础上，将平方根和立方根的概念加以推广，得出 n 次方根的概念。

为了总结平方根和立方根以及 n 次方根的性质和记法，在教学中可以列出下表(见 p.4)：

2．怎样突破算术根这个难点？

算术根的教学不但是本章教学的重点，也是数学各科教学的重点。在后面学习的根式运算中，归根结底是算术根的

被开方数 性质记法 运算	正数	负数	零
平方根	$\pm\sqrt{a}$ 两个互为相反的数	没有平方根	$\sqrt{0}=0$
立方根	$\sqrt[3]{a}$ 一个正数	$\sqrt[3]{a}$ 一个负数	$\sqrt[3]{0}=0$
偶次方根(n次)	$\pm\sqrt[n]{a}$ 两个互为相反的数	没有偶次方根	$\sqrt[n]{0}=0$
奇次方根(n次)	$\sqrt[n]{a}$ 一个正数	$\sqrt[n]{a}$ 一个负数	$\sqrt[n]{0}=0$

运算，非算术根也要转化为算术根。在根式运算中也要特别注意算术根的规定，否则就很容易发生错误，如$\sqrt{-4}\cdot\sqrt{-9}=\sqrt{(-4)(-9)}=\sqrt{36}=6$。

背诵算术根的定义是容易的，但真正建立起这个概念是困难的。如学生不会根据算术根是非负值，判断方程$\sqrt{2x^2+3x+9}=-1$无解，不会根据几个算术根之和为非负值，判断$\sqrt{x-4}+\sqrt{6-x}=-3$无解。在学习对数和三角时也经常出现$\sqrt{\lg^2 3-2\lg 3+1}=\sqrt{(\lg 3-1)^2}=\lg 3-1$，$\sqrt{\sin^2 30°-2\sin 30°+1}=\sqrt{(\sin 30°-1)^2}=\sin 30°-1$等错

误。

要想让学生正确、牢固地树立起算术根的概念，需要有一个长期培养、由浅入深、不断强化的过程。

在算术根的教学中要想突破这个难点，首先应当掌握学生学习的困难发生在什么地方。

建立算术根时，难在学生对“$\sqrt{\ }$”这个符号的意义没有深入了解，错误的认为$\sqrt{9}=\pm3$或$\sqrt{9}=-3$。

当我们强调两个结果不能用同一个符号表示时，并举例说明如果$\sqrt{9}=\pm3$，$\sqrt{4}=\pm2$，在计算$\sqrt{9}+\sqrt{4}$就会有四种不同的结果：

$\sqrt{9}+\sqrt{4}=3+2=5$；$\sqrt{9}+\sqrt{4}=-3-2=-5$；

$\sqrt{9}+\sqrt{4}=-3+2=-1$；$\sqrt{9}+\sqrt{4}=3+(-2)=1$。

这样就会造成运算中的混乱。为了避免混乱，我们规定$\sqrt{9}$是两个平方根中正的那个，也就是3。同理$\sqrt{4}=2$。在此基础上应向学生指出“$\sqrt{\ }$”这个符号既表示开方这种运算（运算符号），又表示正的那个平方根（性质符号）。

在以后的学习中$\sqrt{a^2}=a$这种错误有时还会以各种面目出现。这是为什么呢？这和学生的心理状态有着密切的关系，学生总是这样想：“加上2，再减去2，等于没有加，也没有减；乘以-0.4，再除以-0.4，等于没有乘，也没有除；那么一个数的二次方，再开二次方，不也就等于没有乘方，也没有开方，等于本身吗！”算术根概念的建立难就难在这里，应当针对学生心理状态从“打好基础，讲清概念，加强训练，逐步深化”这几个方面入手突破这个难点。

“打好基础”是指在“字母可以表示任意的实数”，“正数的偶次方根有两个”这两个结论上逐步建立起算术根

的概念。

为什么学生常认为$\sqrt{(a+3)^2}=a+3$呢？其中还有一个原因是学生认为$a+3$是一个正数。因此，在教学中，我们还应当强调a为任意的实数，使学生明确当$a>-3$时，$a+3>0$；当$a=-3$时，$a+3=0$；当$a<-3$时，$a+3<0$。在a的不同取值范围内$\sqrt{(a+3)^2}$会有不同的结果。

运用“正数的偶次方根有两个“这一结论让学生练习求下列各式的值：

$$\sqrt{9}，-\sqrt{\frac{4}{9}}，\sqrt{1.21}，-\sqrt{0.0196}，\pm\sqrt{\frac{36}{169}}，$$

有助于算术根和非算术根的分化。分化得越彻底，算术根的概念就会树立得越牢固。

“讲清概念”就是通过具体实例揭露算术根的本质特征。算术根的本质特征就是定义中指出的：“正数的正的方根”的两个“正”字，即被开方数是正的，方根也必须是正的。象$\sqrt{4}$，$\sqrt{0.09}$，$\sqrt[4]{16}$，$\sqrt[3]{27}$，这些都是算术根，当然零的n次方根也叫做零的算术根。但象$\sqrt[3]{-27}$，$-\sqrt{4}$，$-\sqrt[5]{1}$这些都不是算术根。

“加强训练”不但指要加强求算术根的基本训练，使练习题达到一定的质和量，也包括对书写格式的基本训练。如在求$\frac{25}{49}$的算术平方根时，不是直接写出$\frac{25}{49}$的算术平方根是$\frac{5}{7}$，而是要求学生采取如下写法：

$$\because\quad \left(\frac{5}{7}\right)^2=\frac{25}{49},$$

$$\therefore\quad \frac{25}{49}\text{的算术平方根是}\frac{5}{7}\text{，即}$$

$$\sqrt{\frac{25}{49}}=\frac{5}{7}.$$

要求学生采取这种写法有以下好处：

(1) 可以反复地熟悉平方根和算术平方根的概念。

(2) 可以熟悉平方根和算术平方根的表示方法。

(3) 因为平方根和算术平方根是从平方运算中求出的，只要在平方的运算中没有错误，求平方根或算术平方根就不容易发生错误。

“逐步深化”是指将算术根的有关类型的题目按不同的“坡度”分成题组，在教学的不同阶段按由浅入深的原则加以使用，不要一开始就给求$\sqrt{(a-b)^2}$的值这样的题目。

可以按照下面所给出的题组，逐步地让学生在练习中树立和巩固算术根的概念。

(1)$\sqrt{9}$，$\sqrt{36}$，$\sqrt{256}$，$\sqrt{\frac{4}{25}}$；

(2)$\sqrt{6^2}$，$\sqrt{(-6)^2}$，$-\sqrt{(-\pi)^2}$，$\sqrt{11^2}$；

(3)$\sqrt{x^2-2x+1}\,(x\geqslant1)$，$\sqrt{x^2-4x+4}\,(x<2)$，

$\sqrt{(m-n)^2}\,(m<n)$，$\sqrt{a^2b-2ab^2+b^3}\,(a<b,b>0)$

(4)$\sqrt{(x-2)^2}$，$\sqrt{p^2-2pq+q^2}$。

(5)①当 $x=4$，$y=16$ 时，求下列代数式的值：

$$\sqrt{x^3+x^2y+\frac{1}{4}xy^2}+\sqrt{\frac{1}{4}x^2y+xy^2+y^3}$$

②x,y 为何值时，下面等式成立。

$\sqrt{x}+\sqrt{y}=0$，$\sqrt{x-5}+\sqrt{3-y}=0$，

$\sqrt{2x-y-4}+\sqrt{x-2y-5}=0$

3．无理数怎样引进？

无理数的概念是一个抽象的概念。在本章所以要引进无理数是因为在进行线段的度量时，要想精确地表示任意两条线段的比，只有有理数是不够的，另外要想使正数开方永远可以实施，也必须引进无理数。

引入无理数传统的做法是从开方引入，这种做法的优点是新旧知识前后联系密切，顺理成章，但这种做法的缺点是学生容易产生错觉，认为无理数只是开方开不尽的方根数。

教材是从任何一个有理数都可以写成有限小数或者无限循环小数的形式，反过来也正确。在实际中遇到的 $\sqrt{2}=1.41421356\cdots$，$\pi=3.14159265\cdots$，它们的小数位数是无限的，而且是不循环的。这样的小数叫做无限不循环小数，也就是无理数。这种引入方法的优点是从数的扩充角度来看，使学生能比较好的建立实数系，但也存在脱离实际，使学生怀疑现实世界中究竟有没有无理数。

引入无理数，应当使学生相信无理数在客观世界是存在的，然后再解决把学生的思维能力从对有限的认识提高到对无限的认识。

可以从若正方形的边长为一个单位长度，求其对角线长这个实际问题引入。设这条对角线的长为 x，则有 $x^2=2$，x 在有理数范围内是找不到的。但这个长度肯定是存在的。然后再举出 $\sqrt{3}=1.732050\cdots$，$-\sqrt{5}=-2.236067\cdots$，$0.2323323332333332\cdots$（两个 2 之间依次多一个3）这些无理数使学生明确无理数的特征是无限小数而且是不循环的小数。

在无理数的教学中应当注意以下几个问题：

（1）要扭转学生认为有理数已布满了数轴，在两个有理数之间再也没有空隙了的错误认识。有理数虽然在数轴上排

列得很紧密，但没有用完数轴上的所有的点，只有引入无理数以后，数轴上的点和实数才一一对应，实数布满了整个数轴。

(2) 在教学中要渗透逆命题不一定正确的思想。应当使学生认真搞清以下问题：

①无理数是否一定是无限小数？无限小数是否一定是无理数？

②开方开不尽的数的平方根是否一定是无理数？无理数是否一定是开方开不尽的数的平方根？

③数轴上的点是否一定表示有理数？有理数是否一定可以用数轴上的点来表示？

(3) 除了教材指出的实数分类方法

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\left\{\begin{array}{l}\text{正有理数}\\ \text{零}\\ \text{负有理数}\end{array}\right\}\text{有限小数或循环小数}\\ \text{无理数}\left\{\begin{array}{l}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{array}\right\}\text{无限不循环小数}\end{cases}$$

之外，还可以分为：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{正实数}\begin{cases}\text{正有理数}\\ \text{正无理数}\end{cases}\\ \text{零}\\ \text{负实数}\begin{cases}\text{负有理数}\\ \text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\left\{\begin{array}{l}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{array}\right\}\text{有限小数或循环小数}\end{cases}\\ \text{无理数}\left\{\begin{array}{l}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{array}\right\}\text{无限不循环小数}\end{cases}$$

这些分类方法都应让学生掌握。

天津河北区教师进修学校　赵大文

平方根

教学目的

使学生理解并掌握平方根的概念及其性质，并会求出一个数的平方根。

教学重点

平方根的概念。

教学过程

一、复习提问

1．说出下列各式的结果。

$0^2=$　；$100^2=$　；$(-100)^2=$　；　$0.7^2=$　；

$$(-0.7)^2= \quad ; \left(\frac{3}{5}\right)^2= \quad ; \left(-\frac{3}{5}\right)^2= \quad .$$

2．上面各式的结果都是什么数？

3．上面各题都是已知什么，求什么？这是什么运算？

教师总结指出：上述问题都是已知一个数求这个数的平方（二次方），即

$$a^2=x$$

指出这已知的 a 叫底数。可正，可负，亦可是零，而欲求的 x 叫 a 的二次幂，必为非负数。

二、进行新课

本节课开始研究与上面相反的问题，即“已知某数的平