大学物理

学习指导

Daxue Wuli Xuexi Zhidao

范仰才　刘守操　邓颖宇　编

广东科技出版社

大学物理学习指导

范仰才　刘守操　邓颖宇　编

广东科技出版社
广　　州

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指导/范仰才,刘守操,邓颖宇编.—广州:广东科技出版社,2000.12
ISBN 7-5359-2697-5

Ⅰ.大…
Ⅱ.①范…②刘…③邓…
Ⅲ.物理-学习-指导
Ⅳ.O4

Daxue Wuli Xuexi Zhidao

出版发行:广东科技出版社
(广州市环市东路水荫路11号 邮码:510075)
E-mail:gdkjzbb@21cn.com
出 版 人:黄达全
经　　销:广东新华发行集团股份有限公司
印　　刷:广州南燕彩印厂
(广州市石溪富全街2号 邮码:510280)
规　　格:850 mm×1 168 mm 1/32 印张12.75 字数330千
版　　次:2000年12月第1版
2000年12月第1次印刷
印　　数:1～5000册
定　　价:21.00元

前　言

大学物理课是给大学低年级学生开设的一门基础课程。它是大学生进入大学后遇到的第一门较全面地应用初等数学和高等数学知识来理解物理学基本概念和规律的课程。学习这门课程具有一定的难度。为了使学生对物理学的基本概念、基本理论和基本研究方法有一个较全面的认识和正确的理解，我们编写了本书。

我们希望本书有助于学生系统地掌握必要的物理学基础知识，初步掌握科学的思维方法和研究方法，以培养独立思考、独立获取知识的能力。本书按力学、热学、电磁学、振动和波、波动光学和量子物理基础的顺序编写。全书共分 19 章。每章基本上有基本要求、基本概念和规律、解题方法讨论与例题、练习题、习题等 5 个环节。以下简要介绍各环节的内容和编写目的。

1. 基本要求　简单地将本章的学习基本要求提出来。这些要求分为掌握、理解、了解三级。掌握的内容是要求对定理、定律的理解要透彻明了，能熟练地应用规律进行分析和计算，对于那些能由基本定律导出的定理也要求会推导；理解的内容属一般性的要求，对这些内容应能明了，能作简单的计算；了解的内容是较低的要求，对这些内容应能分析有关的现象和有关的实验，能作定性的解释，一般不要求作定量计算，但也应了解与问题有直接关系的物理量和公式的物理意义。

2. 基本概念和规律　本环节是对该章的概念、定义、定理、定律作一归纳性的总结和介绍，特别应注意概念、定理的应用范围。此外，对有些在教科书上未能作详细展开的概念作了一定的诠解和释疑。

3. 解题方法讨论与例题　本环节是对物理学的解题分析方法作深入的讨论。大学物理的解题过程实质上是对物理学的定理、定律应用条件、内容，结合高等数学和初等数学方法的综合应用。低年级学生常见的毛病是不习惯从物理现象中归纳提炼出数学方程，

以及从不同的几何条件和初始条件求解方程。本书对这个问题作了深入的讨论和阐述。本书的例题大部分是从程守洙等主编、胡盘新等修订的《普通物理学》（第五版）以及国内外同类物理学书籍中精选出来的。在演算例题的同时，我们也注意方法论的介绍，以便使学生掌握研究和探讨问题的方法。

4. 练习题　本环节是为配合教师的授课进度设计的步进性练习。各章都有若干道练习题，每个练习题中有 2 道选择题、2 道填空题和 2 道计算题。这些题目可供学生课后复习以巩固课堂教学内容之用，也可以作为课堂讨论之用。

5. 习题　这部分习题都具有若干道选择题、若干道填空题和若干道计算题。它与其他教科书章末的习题相辅相成。这些习题可作为学生平时自我训练或自测之用，其中个别题目有一定的难度。

本书从最初的构思讨论直到成书，都得到广东工业大学应用物理系的领导和教师的大力支持，在此，编者表示衷心的感谢。

本书第一、二、三、四、五、十五、十六、十八、十九章，由刘守操编写，第六、七、十七章由邓颖宇编写，第八、九、十、十一、十二、十三、十四章由范仰才编写。全书由刘守操统稿与整理。

由于编者水平有限，编写中难免有不妥之处，敬请读者批评指正。

编　　者

2000 年 8 月 8 日于广东工业大学

目　录

第一章　质点的运动

一、基本要求

(1)掌握描述质点运动和运动变化的物理量:位矢、位移、速度、加速度、角速度和角加速度等。

(2)能借助于直角坐标系计算质点在平面内运动的速度和加速度。

(3)能计算质点作圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度。

二、基本概念和规律

1. 位置矢量(位矢)和位置坐标(对直角坐标系,x、y、z)

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

$\boldsymbol{r}$ 为质点位置矢量,也称为质点运动的运动方程。当从参数方程 $x = x(t)$、$y = y(t)$、$z = z(t)$ 中消去 t,即得质点运动的轨迹方程。

2. 位移

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$$

$\Delta\boldsymbol{r}$ 为矢量。在直角坐标系中

$$\Delta\boldsymbol{r} = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k} = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k}$$

3. 速度

(1)平均速度　$\overline{\boldsymbol{v}} = \dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i} + \dfrac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j} + \dfrac{\Delta z}{\Delta t}\boldsymbol{k}$

(2)瞬时速度　$\boldsymbol{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0}\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$

平均速度是矢量,它的大小和方向与所取的一段时间 Δt 有关。

瞬时速度的大小称为速率，$v=|\boldsymbol{v}|$。当已知轨迹运动的轨迹（或称弧长）方程，$s=s(t)$，则其速率 v 可表示为

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

4. 加速度

(1)平均加速度

$$\overline{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\Delta v_x}{\Delta t}\boldsymbol{i}+\frac{\Delta v_y}{\Delta t}\boldsymbol{j}+\frac{\Delta v_z}{\Delta t}\boldsymbol{k}$$

(2)瞬时加速度

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

(3)在平面自然坐标系中

$$\boldsymbol{a}=a_\tau\boldsymbol{\tau}+a_n\boldsymbol{n}=\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}$$

式中 ρ 为该处轨迹的曲率半径。当质点作圆周运动时，$\rho=R$。

5. 质点作圆周运动

可用角量描述：

角位置：$\theta=\theta(t)$　　角位移：$\Delta\theta=\theta_2-\theta_1$

角速度：$\omega=\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$　　角加速度：$\beta=\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$

角位置、角位移、角速度和角加速度都是矢量，但对定轴的圆周运动，这些量可看成是标量。

圆周运动也可以用线量 v,a_τ,a_n 来描述。它们与角量的关系是

$$v=\omega R$$

$$a_\tau=R\beta,\quad a_n=\frac{v^2}{R}=\omega^2R,\quad a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}$$

6. 运动叠加原理

一种运动可以看成由几种各自独立进行的运动叠加而成。这个原理也称运动独立性原理。例如，抛体运动可以看成是 x 方向的匀速直线运动与 y 方向的匀变速直线运动的叠加。处理运动叠加问

题，必须建立恰当的坐标系。

7．相对运动

质点 P 相对于两相互作平动的坐标系 S 和 S' 的位置矢量、速度、加速度的关系如图 1－1 所示。图中

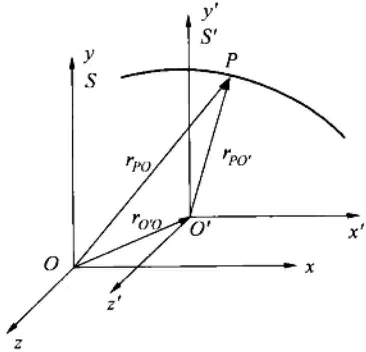


图 1－1　相对运动

$$\boldsymbol{r}_{PO}=\boldsymbol{r}_{PO'}+\boldsymbol{r}_{O'O}$$

式中 $\boldsymbol{r}_{PO}$ 为质点对 S 系的位矢，$\boldsymbol{r}_{PO'}$ 为质点对 S' 系的位矢，$\boldsymbol{r}_{O'O}$ 为 S' 系对 S 系的位矢。对上式取 t 的导数，可得速度关系和加速度关系：

$$\boldsymbol{v}_{PO}=\boldsymbol{v}_{PO'}+\boldsymbol{v}_{O'O}$$

$$\boldsymbol{a}_{PO}=\boldsymbol{a}_{PO'}+\boldsymbol{a}_{O'O}$$

解相对运动问题，要根据题意画出它们间的位矢、速度或加速度之间的矢量关系。

三、解题方法讨论与例题

(1)质点运动学是研究质点位置变化与时间的关系的。描述质点的空间位置首先要确定参考系和坐标系，然后确定质点的位置矢量。位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 如同速度 $\boldsymbol{v}$、加速度 $\boldsymbol{a}$ 等都是矢量。

学习力学，首先要充分认识矢量的概念、表示方式及书写。教科书中矢量是由斜黑体印刷，手写时一般都是在字母上方加一箭头来表示，如 $\vec{v}$，$\vec{a}$ 及 $\vec{r}$。矢量有方向、有大小，且符合平行四边形相加法则。标量只有大小。矢量不等于标量。凡是形如以下的书写，均是错误的：

① $\boldsymbol{v}=3\ \mathrm{m/s}$

② $a = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k}$

③ $\boldsymbol{v} = 3i + 4j$

(2)解运动学问题,要根据题意,了解质点位置的几何关系。解题时要选取适当的坐标系及坐标轴方向。一个物理量的大小及方向不依赖于坐标系,但如果选取恰当,则会大大简化运算过程。在求解问题的过程中,要注意题设的空间关系和几何条件。

(3)运动学问题一般可分为两类。一类是已知运动方程 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$,求位移、速度和加速度。这类问题可以用对运动方程求微商的方法求解。注意矢量表示及运算;注意矢量的微商求法。

另一类问题是已知运动加速度 $a = a(t)$或 $a = a(x)$,求物体运动速度或运动方程(位置方程)。这类问题一般是利用已知的运动学初始条件及几何关系,建立微分方程,用积分方法处理。

微分方程的建立,要根据物理概念及定义,选取一微元,写出它的积分函数。例如由加速度定义

$$a = a(t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

则可以写成可分离变量微分方程

$$a(t)\mathrm{d}t = \mathrm{d}v$$

再利用初始条件 $t = 0, v = v_0$ 及 $t = t, v = v$,就可以建立以下积分关系:

$$\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v = \int_0^t a(t)\mathrm{d}t$$

又如

$$a = a(v) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

则分离变量得微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}v}{a(v)} = \mathrm{d}t$$

当加速度 $a = a(x) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$时,则可以把$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$写成

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

则可得另一种形式的分离变量微分方程

$$v\mathrm{d}v = a(x)\mathrm{d}x$$

微分方程如能写出，根据题设条件及微积分运算，就能求出结果。结果出来之后，还要验证是否符合题意及是否有物理意义。

(4)相对运动问题，一般要考虑速度的合成与分解。这类问题最好根据题意，建立速度关系矢量图，再找寻各速度之间的关系。

【例 1-1】一质点在半径 $R=3$ m 的圆周上沿逆时针方向作匀速率运动，周期为 20 s，$t=0$ 时质点从原点开始运动，如图 1-2 所示，试求：

(1)质点运动方程；

(2)0～5 s 时间内，质点位移大小以及走过的路程；

(3)第 5 s 到第 10 s 内质点的位移及平均速度；

(4)第 5 s 到第 10 s 内质点的平均加速度。

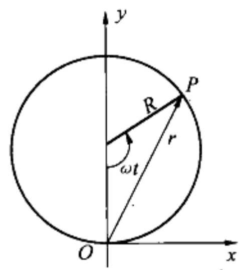


图 1-2　例 1-1 图

解：(1)以 O 为原点作坐标 Oxy，由题意，质点作圆周运动的角速度 $\omega=\dfrac{2\pi}{T}=0.1\pi$ rad/s，t 时刻转过角度 $\theta=\omega t=0.1\pi t$ rad。设 t 时刻质点位于 P 点，其位置为

$$x = 3\sin 0.1\pi t$$

$$y = 3(1-\cos 0.1\pi t)$$

则质点在 t 时刻的位置矢量为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = 3\sin 0.1\pi t\boldsymbol{i} + 3(1-\cos 0.1\pi t)\boldsymbol{j}$$

(2)在 0～5 s 时间内质点的位移

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r} &= \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} = [x(5)-x(0)]\boldsymbol{i} + [y(5)-y(0)]\boldsymbol{j} \\ &= 3\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j}\end{aligned}$$

位移大小 $|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{3^2+3^2} = 4.24$ (m)

走过的路程 $S = R\theta = R\omega t = 4.71$ (m)

(3)在 5~10 s 时间内的位移

$$\Delta r = \boldsymbol{r}(10) - \boldsymbol{r}(5) = -3\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m})$$

平均速度 $\boldsymbol{v} = \dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \dfrac{1}{5}(-3\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j}) = -0.6\boldsymbol{i} + 0.6\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m/s})$

(4)在 5~10 s 时间内的平均加速度

由于质点运动的速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 0.3\pi\cos 0.1\pi t\boldsymbol{i} + 0.3\pi\sin 0.1\pi t\boldsymbol{j}$$

故平均加速度

$$\overline{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{v}(10) - \boldsymbol{v}(5)}{10-5} = \frac{-0.3\pi\boldsymbol{i} - 0.3\pi\boldsymbol{j}}{5} = -0.06\pi\boldsymbol{i} - 0.06\pi\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m/s^2})$$

【例 1-2】一质点沿 x 轴运动,加速度 a 与位置 x 的关系是

$$a = -kx^2 \quad (\mathrm{SI})$$

式中 k 为常数,当 $x = x_0$ 时,速度 $v = v_0$。求速度与坐标 x 的关系式。

解:由于加速度 a 是 x 的函数,故 a 可写成

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\,\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

即有微分方程

$$a\,\mathrm{d}x = v\,\mathrm{d}v$$

对上式积分,利用初始条件,有

$$\int_{v_0}^{v} v\,\mathrm{d}v = \int_{x_0}^{x} a\,\mathrm{d}x = \int_{x_0}^{x}(-kx^2)\,\mathrm{d}x$$

解得 $v = \sqrt{v_0{}^2 - \dfrac{2k}{3}(x^3 - x_0{}^3)}$

【例 1-3】一长为 5 m 的梯子,顶端斜靠在竖直的墙上,设 $t = 0$ 时,顶端离地面 4 m,当顶端以 2 m/s 的速度沿墙面匀速下滑时,如图 1-3 所示,求:

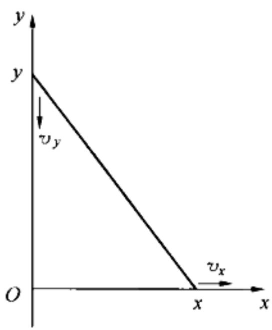


图 1-3 例 1-3 图

(1)梯子下端的运动方程和速度;

(2)在 $t=3$ s 时,下端的速度。

解:(1)由题意,下端 x 和上端 y 的关系为

$$x^2+y^2=5^2$$

对上式取 t 的导数,得

$$2x\frac{dx}{dt}+2y\frac{dy}{dt}=0$$

所以

$$v_x=\frac{dx}{dt}=-\frac{y}{x}\frac{dy}{dt}$$

由题意,$\frac{dy}{dt}=v_y=-2$,故上式可写为

$$xdx=2ydt \quad ①$$

由于顶端 y 作匀速运动,设

$$y=kt+y_0 \quad ②$$

由题意,$t=0$,$y=y_0=4$;$t=1$ s 时,$y=k+4=2$,故 $k=-2$。式②变为

$$y=-2t+4 \quad ③$$

将式③代入式②积分

$$\int_3^x xdx = 2\int_0^t(-2t+4)dt$$

解得

$$x=\sqrt{9+16t-4t^2} \quad ④$$

将式④代入式①,得下端运动的速度

$$v_x=\frac{dx}{dt}=\frac{2y}{x}=\frac{2(-2t+4)}{\sqrt{9+16t-4t^2}} \quad ⑤$$

(2)将 $t=3$ s 代入式⑤,得 $t=3$ s 时下端的速度

$$v_x=\frac{2(-2\times3+4)}{\sqrt{9+16\times3+4\times3^2}}=-\frac{4}{\sqrt{21}}=-0.87\ (\mathrm{m/s})$$

【例 1-4】在质点运动中,已知 $x=ae^{kt}$,$\frac{dy}{dt}=-bke^{-kt}$,$y|_{t=0}=b$,求质点的加速度和它的轨道方程。

解：(1)由题意，质点运动的速度和加速度分量为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=ake^{kt};\qquad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-bke^{-kt}$$

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=ak^2e^{kt};\qquad a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=bk^2e^{-kt}$$

故加速度矢量为

$$\boldsymbol{a}=ak^2e^{kt}\boldsymbol{i}+bk^2e^{-kt}\boldsymbol{j}$$

(2)求轨道方程

由题意，
$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-bke^{-kt}$$

$$\mathrm{d}y=-bke^{-kt}\mathrm{d}t$$

利用初始条件积分，

$$\int_b^y\mathrm{d}y=b\int_0^t e^{-kt}\mathrm{d}(-kt)$$

得

$$y=be^{-kt}$$

又由题意： $x=ae^{kt}$

由 x,y 两参数方程消去时间 t，得轨道方程为

$$xy=ab$$

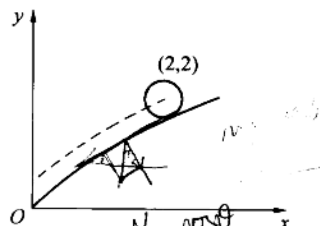
【例 1-5】一质点沿光滑的抛物线轨道，从起始位置(2,2)无初速地滑下，如图 1-4 所示。问质点将在何处离开抛物线？抛物线方程为 $y^2=2x$，式中 x,y 以 m 为单位。

解：由质点运动的微分方程，当质点离开抛物线时，抛物线轨道对质点压力 $N=0$，质点此时的切向加速度和法向加速度为

$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-g\sin\theta\qquad①$$

$$a_n=\frac{v^2}{\rho}=g\cos\theta\qquad②$$

式中 ρ 为该处的曲率半径。由式



$\frac{N}{mg}=\cos\theta$

图 1-4 例 1-5 图

$N=mg\cdot\frac{1}{\sqrt{1+y'^2}}$

①

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}\ \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v\ \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}=-g\sin\ \theta$$

即
$$v\mathrm{d}v=-g\mathrm{d}s\sin\ \theta=-g\mathrm{d}y$$

利用初始条件($t=0,v=0,y=y_0$)积分,得

$$\int_0^v v\mathrm{d}v=-g\int_{y_0}^{y}\mathrm{d}y$$

$$v^2=2g(y_0-y) \tag{3}$$

把式③代入式②中,得

$$\frac{2g(y_0-y)}{\rho}=g\cos\ \theta \tag{4}$$

由高等数学知识知,曲率半径 ρ 为

$$\frac{1}{\rho}=\frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}$$

由题设抛物线方程,$y^2=2x$,故得

$$y'=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{1}{y},\quad y''=-\frac{y'}{y^2}=-\frac{1}{y^3}$$

故
$$\frac{1}{\rho}=\frac{\left|-\dfrac{1}{y^3}\right|}{\left(1+\dfrac{1}{y^2}\right)^{3/2}}=\frac{1}{(1+y^2)^{3/2}} \tag{5}$$

又
$$\cos\ \theta=\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\ \theta}}=\frac{1}{\sqrt{1+y'^2}}=\frac{y}{\sqrt{1+y^2}} \tag{6}$$

把式⑤、式⑥代入式④,得

$$2(y_0-y)\frac{1}{(1+y^2)^{3/2}}=\frac{y}{\sqrt{1+y^2}}$$

整理得

$$y^3+3y-2y_0=0$$

当 $y_0=2$ 时,上式变成

$$y^3+3y-4=0$$

其解为 $y=1$,而 $x=\frac{y^2}{2}=0.5$,即质点在 $x=0.5\ \mathrm{m}$,$y=1.0\ \mathrm{m}$ 处离

开抛物线。

【例 1-6】一个人抛石头，最大出手速率为 $v=25\ \mathrm{m/s}$，他能击中一个与他的手水平距离为 $L=50\ \mathrm{m}$ 而高 $h=13\ \mathrm{m}$ 的一个目标吗？在这个距离上他能击中的目标的最大高度是多少？

解：设抛射角为 α，$t=0$ 时刻速度分量为

$$v_{0x} = v_0\cos\alpha$$

$$v_{0y} = v_0\sin\alpha$$

t 时刻的位移为

$$x = v_0\cos\alpha t \qquad ①$$

$$y = v_0\sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad ②$$

把式①的 t 代入式②中，整理得

$$y = x\tan\alpha - \frac{x^2}{2{v_0}^2}g\sec^2\alpha \qquad ③$$

现求 α 的极值。令

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\alpha} = x\sec^2 x - \frac{x^2}{2{v_0}^2}g\ 2\sec\alpha\tan\alpha\sec\alpha = 0$$

解得

$$\tan\alpha = \frac{{v_0}^2}{gx} = \frac{25^2}{9.8\times 50} = 1.27$$

$$\alpha = 51.9^\circ$$

由式①

$$t = \frac{x}{v_0\cos\alpha} = \frac{50}{25\cos 51.9^\circ} = 3.24\ (\mathrm{s})$$

代入式②，得到在 50 m 距离上所能打到的 y 的最大高度为

$$y_m = v_0\sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= 25\sin 51.9^\circ\times 3.24 - \frac{1}{2}\times 9.8\times 3.24^2 = 12.3\ (\mathrm{m})$$

【例 1-7】如图 1-5 所示，杆 AB 以匀角速度 ω 绕 A 点转动，并带动水平杆 OC 上的质点 M 运动。设起始时刻杆在竖直位置，OA

$= h$。

(1)列出质点 M 沿水平杆 OC 的运动方程。

(2)求质点 M 沿水平杆 OC 滑动的速度和加速度的大小。

解:这是机构的运动问题。考虑这类问题一般是从几何关系入手。由图 1-5 所示的几何关系,M 的位置方程为

$$x = h\tan\theta = h\tan\omega t$$

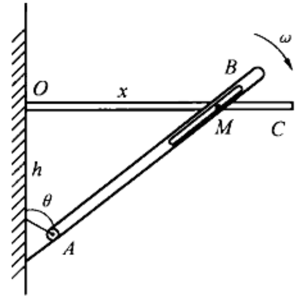


图 1-5　例 1-7 图

M 点的速度和加速度为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{h\omega}{\cos^2\omega t} = h\omega\sec^2\omega t$$

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 2h\omega^2\sec^2\omega t\ \tan\omega t$$

【例 1-8】当汽车静止时,乘客发现雨滴下落方向偏向车头,偏角为 30°。当汽车以 22.5 m 速率沿水平直路行驶时,发现雨滴下落方向偏向车尾,偏角为 45°。假设雨滴相对于地的速度保持不变,试计算雨滴相对于地的速度大小。

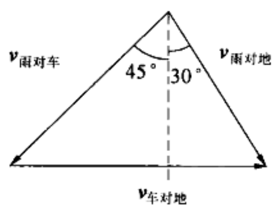


图 1-6　例 1-8 图

解:本题是运动相对性问题。由题设条件得相对运动速度矢量关系为(如图 1-6 示)

$$\boldsymbol{v}_{雨对地} = \boldsymbol{v}_{雨对车} + \boldsymbol{v}_{车对地}$$

由于 $\boldsymbol{v}_{雨对地} = \boldsymbol{v}_1$ 与垂直方向成 30°,$\boldsymbol{v}_{雨对车} = \boldsymbol{v}_2$ 与垂直方向成 -45°,$\boldsymbol{v}_{车对地} = \boldsymbol{v}_3$ 沿水平方向,故得它们之间的关系为

$$v_1\sin 30^\circ + v_2\sin 45^\circ = v_3$$

$$v_1\cos 30^\circ = v_2\cos 45^\circ$$